

2023-2024 学年广东省普宁市勤建学校高三下学期入学考试题数学试题文试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()

- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | x \geq -1\}$

2. 记 n 个两两无交集的区间的并集为 n 阶区间如 $(-\infty, 1] \cup [2, 3]$ 为 2 阶区间, 设函数 $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$, 则不等式

$f[f(x)] + 3 \leq 0$ 的解集为 ()

- A. 2 阶区间 B. 3 阶区间 C. 4 阶区间 D. 5 阶区间

3. 正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, 将它沿 BC 边上的高 AD 翻折, 使点 B 与点 C 间的距离为 $\sqrt{3}$, 此时四面体 $A-BCD$ 的外接球表面积为 ()

- A. $\frac{10\pi}{3}$ B. 4π C. $\frac{13\pi}{3}$ D. 7π

4. 已知 $a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 是 $\frac{1+i}{1-i}$ 的共轭复数, 则 $a+b =$ ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, 点 M 满足 $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ 等于 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

6. 若圆锥轴截面面积为 $2\sqrt{3}$, 母线与底面所成角为 60° , 则体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

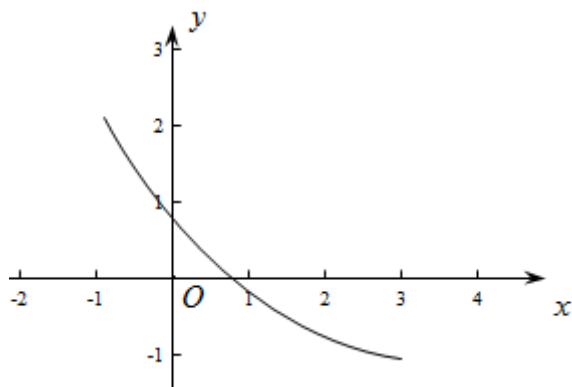
7. 下列与 $\frac{9\pi}{4}$ 的终边相同的角的表达式中正确的是 ()

- A. $2k\pi + 45^\circ (k \in \mathbf{Z})$ B. $k \cdot 360^\circ + \frac{9}{4}\pi (k \in \mathbf{Z})$
C. $k \cdot 360^\circ - 315^\circ (k \in \mathbf{Z})$ D. $k\pi + \frac{5\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$

8. 已知 $A = \frac{\sin(k\pi + \alpha)}{\sin \alpha} + \frac{\cos(k\pi + \alpha)}{\cos \alpha} (k \in \mathbf{Z})$, 则 A 的值构成的集合是 ()

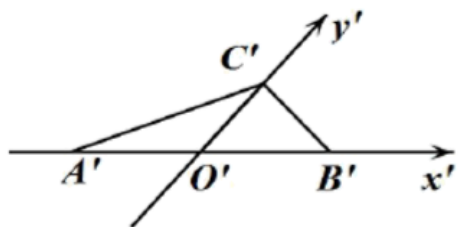
- A. $\{1, -1, 2, -2\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{2, -2\}$ D. $\{1, -1, 0, 2, -2\}$

9. 已知函数 $y = \log_a(x+c)$ (a, c 是常数, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的大致图象如图所示, 下列关于 a, c 的表述正确的是 ()



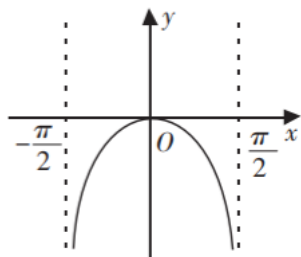
- A. $a > 1, c > 1$ B. $a > 1, 0 < c < 1$
C. $0 < a < 1, c > 1$ D. $0 < a < 1, 0 < c < 1$

10. 水平放置的 $\triangle ABC$, 用斜二测画法作出的直观图是如图所示的 $\triangle A'B'C'$, 其中 $O'A' = O'B' = 2, O'C' = \sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 绕 AB 所在直线旋转一周后形成的几何体的表面积为 ()



- A. $8\sqrt{3}\pi$ B. $16\sqrt{3}\pi$ C. $(8\sqrt{3}+3)\pi$ D. $(16\sqrt{3}+12)\pi$

11. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的大致图象如图所示, 则 $f(x)$ 可能是 ()



- A. $f(x) = \ln|\sin x|$
B. $f(x) = \ln(\cos x)$

C. $f(x) = -\sin|\tan x|$

D. $f(x) = -\tan|\cos x|$

12. 关于函数 $f(x) = |\cos x| + \cos|2x|$ ，有下列三个结论:① π 是 $f(x)$ 的一个周期; ② $f(x)$ 在 $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 上单调递增;

③ $f(x)$ 的值域为 $[-2, 2]$. 则上述结论中, 正确的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 过点 $A(-3, 2), B(-5, -2)$, 且圆心在直线 $3x - 2y + 4 = 0$ 上的圆的半径为_____.

14. 已知函数 $f(x) = e^x + ax - 1$, 若 $x \geq 0, f(x) \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$. 若 $\sin \angle BAM = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \angle BAC =$ _____.

16. 某市高三理科学生有 15000 名, 在一次调研测试中, 数学成绩 ξ 服从正态分布 $N(100, \sigma^2)$, 已知 $P(80 < \xi \leq 100) = 0.40$, 若按成绩分层抽样的方式取 100 份试卷进行分析, 则应从 120 分以上的试卷中抽取的份数为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin \theta$.

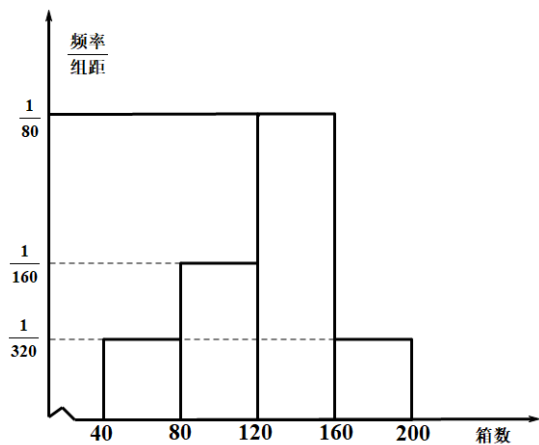
- (1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;
(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle OAB$ 的面积.

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $8 \cos^2 \frac{B+C}{2} - 2 \cos 2A = 3$

- (1) 求 A ;
(2) 若 $a = 2$, 且 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

19. (12 分) 近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱, 一位农户发挥聪明才智, 把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里, 收到了很好的经济效益. 根据资料显示, 产出的新奇水果的箱数 x (单位: 十箱) 与成本 y (单位: 千元) 的关系如下:

x	1	3	4	1	2
y	5	1.5	2	2.5	8



y 与 x 可用回归方程 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ (其中 $\hat{a}, \hat{b}$ 为常数) 进行模拟.

- (I) 若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱, 试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元. |.
- (II) 据统计, 10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.
- (i) 若从箱数在 $[40, 120)$ 内的天数中随机抽取 2 天, 估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80, 120)$ 内的概率;
- (ii) 求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值. (每组用该组区间的中点值作代表)

参考数据与公式: 设 $t = \lg x$, 则

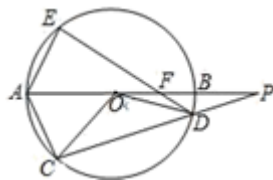
$\bar{t}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}$.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = a(x-1)\ln x + ex$ ($a \in \mathbb{R}$). 其中 e 是自然对数的底数.

- (1) 求函数 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处的切线方程;
- (2) 若不等式 $f(x) - e^x \leq 0$ 对任意的 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 如图, $\odot O$ 的直径 AB 的延长线与弦 CD 的延长线相交于点 P , E 为 $\odot O$ 上一点, $AE = AC$, DE 交 AB 于点 F . 求证: $\triangle PDF \sim \triangle POC$.



22. (10 分) 已知函数 $f(x) = x \ln x + x$, $g(x) = \frac{x}{e^x}$.

(1) 若不等式 $f(x)g(x) \leq ax^2$ 对 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的最小值;

(2) 证明: $f(x) + 1 - x > g(x)$.

(3) 设方程 $f(x) - g(x) = x$ 的实根为 x_0 . 令 $F(x) = \begin{cases} f(x) - x, & 1 < x \leq x_0, \\ g(x), & x > x_0, \end{cases}$ 若存在 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$, $x_1 < x_2$, 使得

$F(x_1) = F(x_2)$, 证明: $F(x_2) < F(2x_0 - x_1)$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

直接利用集合的基本运算求解即可.

【详解】

解: 全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$,

$$\therefore \complement_U A = \{x | x \geq 1\}$$

$$\text{则 } (\complement_U A) \cap B = \{x | x \geq 1\} \cap \{x | -1 \leq x \leq 2\} = \{x | 1 \leq x \leq 2\},$$

故选: B.

【点睛】

本题考查集合的基本运算, 属于基础题.

2、D

【解析】

可判断函数为奇函数, 先讨论当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时的导数情况, 再画出函数大致图形, 将所求区间端点值分别看作对应常函数, 再由图形确定具体自变量范围即可求解

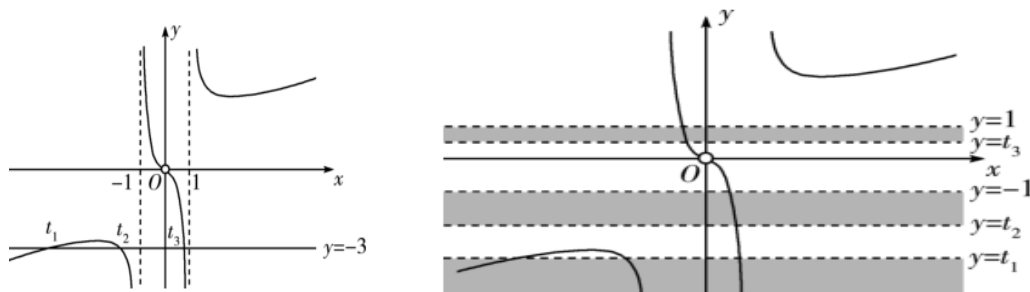
【详解】

当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$. 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = e$. 可得 $f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$x \rightarrow 0$	$(0, 1)$	$(1, e)$	e	$(e, +\infty)$
$f'(x)$	/	-	-	0	+
$f(x)$	$f(x) \rightarrow 0$	]	]	e	Z

令 $f(x) = t$, 则原不等式变为 $f(t) \leq -3$, 由图像知 $f(t) \leq -3$ 的解集为 $t \in (-\infty, t_1] \cup (t_2, -1) \cup [t_3, 1)$, 再次由图像得到

$f(x) \in (-\infty, t_1] \cup [t_2, -1) \cup [t_3, 1)$ 的解集由 5 段分离的部分组成, 所以解集为 5 阶区间.



故选: D

【点睛】

本题考查由函数的奇偶性, 单调性求解对应自变量范围, 导数法研究函数增减性, 数形结合思想, 转化与化归思想, 属于难题

3、D

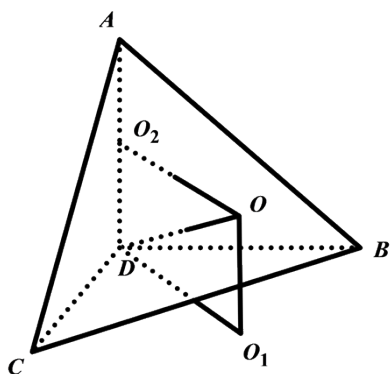
【解析】

如图所示, 设 AD 的中点为 O_2 , $\triangle BCD$ 的外接圆的圆心为 O_1 , 四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O , 连接

OO_1, OO_2, OD , 利用正弦定理可得 $DO_1 = 1$, 利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形,

最后利用勾股定理可求外接球的半径, 从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2 ， $\triangle BCD$ 外接圆的圆心为 O_1 ，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O ，连接

OO_1, OO_2, OD ，则 $OO_1 \perp$ 平面 BCD ， $OO_2 \perp AD$ 。

因为 $CD = BD = 1, BC = \sqrt{3}$ ，故 $\cos \angle BDC = \frac{2-3}{2 \times 1 \times 1} = -\frac{1}{2}$ ，

因为 $\angle BDC \in (0, \pi)$ ，故 $\angle BDC = \frac{2\pi}{3}$ 。

由正弦定理可得 $2DO_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}} = 2$ ，故 $DO_1 = 1$ ，又因为 $AD = \sqrt{3}$ ，故 $DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

因为 $AD \perp DB, AD \perp CD, DB \cap CD = D$ ，故 $AD \perp$ 平面 BCD ，所以 $OO_1 \parallel AD$ ，

因为 $AD \perp$ 平面 BCD ， $DO_1 \subset$ 平面 BCD ，故 $AD \perp DO_1$ ，故 $OO_2 \parallel DO_1$ ，

所以四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，所以 $OO_1 = DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

所以 $OD = \sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，故外接球的半径为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ，外接球的表面积为 $4\pi \times \frac{7}{4} = 7\pi$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一定的难度。

4、A

【解析】

先利用复数的除法运算法则求出 $\frac{1+i}{1-i}$ 的值，再利用共轭复数的定义求出 $a+bi$ ，从而确定 a, b 的值，求出 $a+b$ 。

【详解】

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{2i}{2} = i,$$

$$\therefore a+bi = -i,$$

$$\therefore a=0, b=-1,$$

$$\therefore a+b = -1,$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了复数代数形式的乘除运算，考查了共轭复数的概念，是基础题.

5、D

【解析】

利用已知条件，表示出向量 $\overrightarrow{AM}$ ，然后求解向量的数量积.

【详解】

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，点 M 满足 $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$ ，可得 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

$$\text{则 } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 + \frac{2}{3} \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 7.$$

【点睛】

本题考查了向量的数量积运算，关键是利用基向量表示所求向量.

6、D

【解析】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由轴截面面积为 $2\sqrt{3}$ 可得半径 r ，再利用圆锥体积公式计算即可.

【详解】

设圆锥底面圆的半径为 r ，由已知， $\frac{1}{2} \times 2r \times \sqrt{3}r = 2\sqrt{3}$ ，解得 $r = \sqrt{2}$ ，

$$\text{所以圆锥的体积 } V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times \sqrt{3}r = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi.$$

故选：D

【点睛】

本题考查圆锥的体积的计算，涉及到圆锥的定义，是一道容易题.

7、C

【解析】

利用终边相同的角的公式判断即得正确答案.

【详解】

与 $\frac{9\pi}{4}$ 的终边相同的角可以写成 $2k\pi + \frac{9\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$), 但是角度制与弧度制不能混用, 所以只有答案 C 正确.

故答案为 C

【点睛】

(1) 本题主要考查终边相同的角的公式, 意在考查学生对该知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 与 α 终边相同的角

$$\beta = k \cdot 360^\circ + \alpha \quad \text{其中 } k \in \mathbb{Z}.$$

8、C

【解析】

对 k 分奇数、偶数进行讨论, 利用诱导公式化简可得.

【详解】

k 为偶数时, $A = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 2$; k 为奇数时, $A = -\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = -2$, 则 A 的值构成的集合为 $\{2, -2\}$.

【点睛】

本题考查三角式的化简, 诱导公式, 分类讨论, 属于基本题.

9、D

【解析】

根据指数函数的图象和特征以及图象的平移可得正确的选项.

【详解】

从题设中提供的图像可以看出 $0 < a < 1, \log_a c > 0, \log_a (1+c) > 0$,

故得 $0 < c < 1, 0 < a < 1$,

故选: D.

【点睛】

本题考查图象的平移以及指数函数的图象和特征, 本题属于基础题.

10、B

【解析】

根据斜二测画法的基本原理, 将平面直观图还原为原几何图形, 可得 $AO = BO = 2$, $OC = 2\sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 绕 AB 所在直线旋转一周后形成的几何体是两个相同圆锥的组合物体, 圆锥的侧面展开图是扇形根据扇形面积公式即可求得组合体的表面积.

【详解】

根据“斜二测画法”可得 $AO = BO = 2$, $OC = 2\sqrt{3}$, $AB = AC = BC = 4$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/916111222040010232>