

新疆维吾尔自治区喀什二中 2023-2024 学年高三上数学期末综合测试模拟试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某人造地球卫星的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆，其轨道的离心率为 e ，设地球半径为 R ，该卫星近地点离地面的距离为 r ，则该卫星远地点离地面的距离为（ ）

A. $\frac{1+e}{1-e}r + \frac{2e}{1-e}R$ B. $\frac{1+e}{1-e}r + \frac{e}{1-e}R$

C. $\frac{1-e}{1+e}r + \frac{2e}{1+e}R$ D. $\frac{1-e}{1+e}r + \frac{e}{1+e}R$

2. 若 $(1-2i)z = 5i$ (i 是虚数单位)，则 $|z|$ 的值为（ ）

A. 3 B. 5 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

3. 设 m 、 n 是两条不同的直线， α 、 β 是两个不同的平面，则 $m \perp \beta$ 的一个充分条件是（ ）

A. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \alpha$ B. $m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$ C. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \parallel \alpha$ D. $m \perp n$ 且 $n \parallel \beta$

4. 已知集合 $A = \{x | 1 < x \leq 24\}$ ， $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}\right\}$ ，则 $\complement_A B =$ （ ）

A. $\{x | x \geq 5\}$ B. $\{x | 5 < x \leq 24\}$

C. $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$ D. $\{x | 5 \leq x \leq 24\}$

5. 已知 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$). 给出下列判断：

①若 $f(x_1) = 1, f(x_2) = -1$ ，且 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi$ ，则 $\omega = 2$ ；

②存在 $\omega \in (0, 2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称；

③若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 7 个零点，则 ω 的取值范围为 $\left[\frac{41}{24}, \frac{47}{24}\right)$ ；

④若 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，则 ω 的取值范围为 $\left(0, \frac{2}{3}\right]$.

其中，判断正确的个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 对于函数 $f(x)$ ，定义满足 $f(x_0) = x_0$ 的实数 x_0 为 $f(x)$ 的不动点，设 $f(x) = \log_a x$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，若 $f(x)$ 有且仅有一个不动点，则 a 的取值范围是（ ）

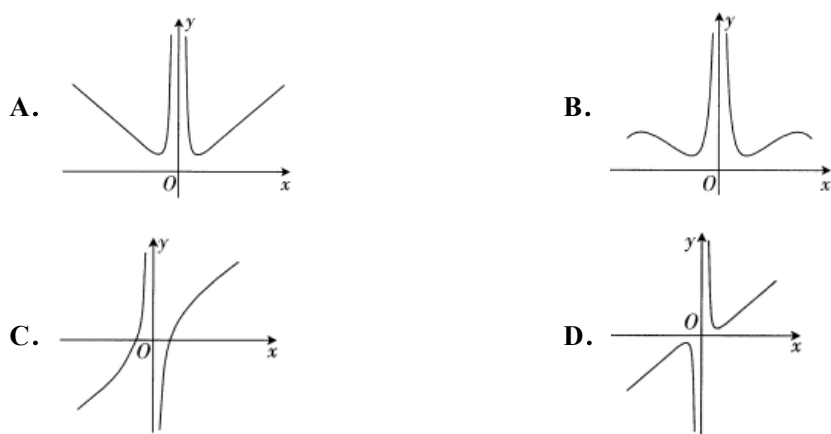
- A. $0 < a < 1$ 或 $a = \sqrt{e}$ B. $1 < a < \sqrt{e}$
C. $0 < a < 1$ 或 $a = e^{\frac{1}{e}}$ D. $0 < a < 1$

7. 洛书，古称龟书，是阴阳五行术数之源，在古代传说中有神龟出于洛水，其甲壳上心有此图象，结构是戴九履一，左三右七，二四为肩，六八为足，以五居中，五方白圈皆阳数，四角黑点为阴数。如图，若从四个阴数和五个阳数中分别随机选取 1 个数，则其和等于 11 的概率是（ ）。

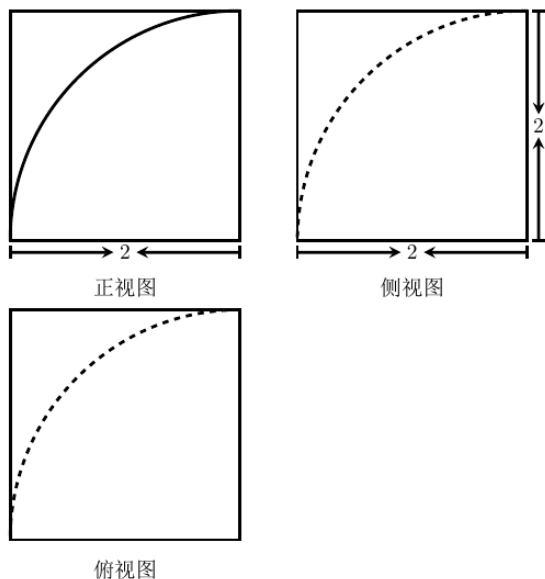


- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 函数 $f(x) = |x| - \frac{\ln|x|}{x^2}$ 的图象大致为（ ）



9. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（ ）



- A. $24 + \pi$ B. $24 - \pi$
C. $24 - 2\pi$ D. $24 - 3\pi$

10. 用 1, 2, 3, 4, 5 组成不含重复数字的五位数, 要求数字 4 不出现在首位和末位, 数字 1, 3, 5 中有且仅有两个数字相邻, 则满足条件的不同五位数的个数是 ()

- A. 48 B. 60 C. 72 D. 120

11. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $E(0, t) (t > 0)$. 已知动点 P 在双曲线 C 的右支上, 且点 P, E, F_2 不共线. 若 $\triangle PEF_2$ 的周长的最小值为 $4b$, 则双曲线 C 的离心率 e 的取值范围是 ()

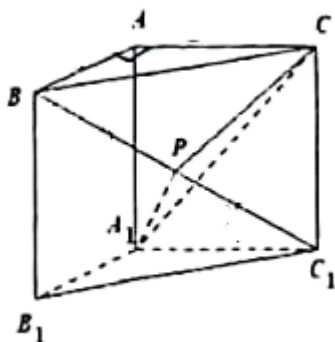
- A. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ B. $\left[1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$ C. $[\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(1, \sqrt{3}]$

12. 已知函数 $f(x) = \ln x + ax + b$ 的图象在点 $(1, a + b)$ 处的切线方程是 $y = 3x - 2$, 则 $a - b =$ ()

- A. 2 B. 3 C. -2 D. -3

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, $AC = AB = 2$, $CC_1 = 2$, P 是 BC_1 的中点, 则三棱锥 $C - A_1C_1P$ 的体积为_____.



14. 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0,1)$ 和点 $B(-3,4)$, 若点 C 在 $\angle AOB$ 的平分线上, 且 $|\vec{OC}| = 3\sqrt{10}$, 则向量 $\vec{OC}$ 的坐标为_____.

15. 在 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中, 各项系数之和为 64, 则展开式中的常数项为_____.

16. 已知向量 $\vec{a} = (2, m)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 的值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 \cdot a_2 \cdots a_n = 2^{\frac{n(n+1)}{2}}$ ($n \in N^*$), 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n(b_1 + b_n)}{2}$, ($n \in N^*$),

且 $b_1 = 1$, $b_2 = 2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(3) 设 $c_n = \frac{1}{a_n} - \frac{1}{b_n \cdot b_{n+1}}$, 记 T_n 是数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 求正整数 m , 使得对于任意的 $n \in N^*$ 均有 $T_m \geq T_n$.

18. (12 分) 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 1$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆 E 上两动点 P, Q 使得四边形 PF_1QF_2 为

平行四边形, 且平行四边形 PF_1QF_2 的周长和最大面积分别为 8 和 $2\sqrt{3}$.

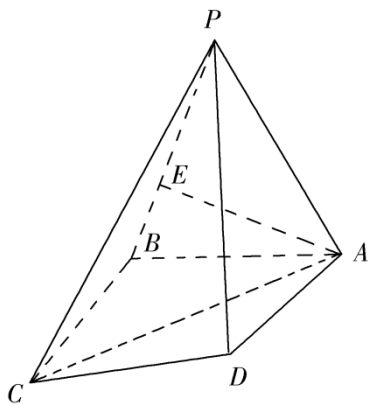
(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设直线 PF_2 与椭圆 E 的另一交点为 M , 当点 F_1 在以线段 PM 为直径的圆上时, 求直线 PF_2 的方程.

19. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAB$ 是等边三角形, $BC \perp AB$, $BC = CD = 2\sqrt{3}$, $AB = AD = 2$.

(1) 若 $PB = 3BE$, 求证: $AE \perp$ 平面 PCD ;

(2) 若 $PC = 4$, 求二面角 $A-PC-B$ 的正弦值.



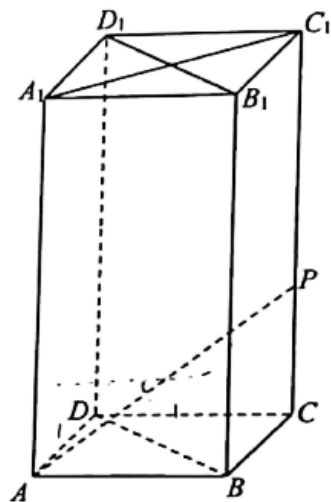
20. (12分) 记无穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项中最大值为 M_n , 最小值为 m_n , 令 $b_n = \frac{M_n - m_n}{2}$, 则称 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ “极差数列”.

- (1) 若 $a_n = 3n - 2$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和;
- (2) 证明: $\{b_n\}$ 的“极差数列”仍是 $\{b_n\}$;
- (3) 求证: 若数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 则数列 $\{a_n\}$ 也是等差数列.

21. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知 $C_1: x^2 + y^2 - 2y = 0$, $C_2: \sqrt{3}x + y = 6$, $C_3: kx - y = 0 (k > 0)$.

- (1) 求 C_1 与 C_2 的极坐标方程
- (2) 若 C_1 与 C_3 交于点 A , C_2 与 C_3 交于点 B , $|OA| = \lambda |OB|$, 求 λ 的最大值.

22. (10分) 如图, 在底面边长为 1, 侧棱长为 2 的正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是侧棱 CC_1 上的一点, $CP = m$.



(1) 若 $m = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求直线 AP 与平面 BDD_1B_1 所成角;

(2) 在线段 A_1C_1 上是否存在一个定点 Q , 使得对任意的实数 m , 都有 $D_1Q \perp AP$, 并证明你的结论.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

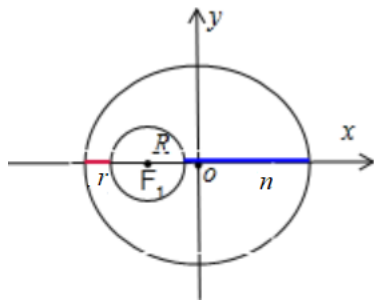
【解析】

由题意画出图形, 结合椭圆的定义, 结合椭圆的离心率, 求出椭圆的长半轴 a , 半焦距 c , 即可确定该卫星远地点离地面的距离.

【详解】

椭圆的离心率: $e = \frac{c}{a} \in (0, 1)$, (c 为半焦距; a 为长半轴),

设卫星近地点, 远地点离地面距离分别为 r, n , 如图:



则 $n = a + c - R$, $r = a - c - R$

所以 $a = \frac{r+R}{1-e}$, $c = \frac{(r+R)e}{1-e}$,

$n = a + c - R = \frac{r+R}{1-e} + \frac{e(r+R)}{1-e} - R = \frac{1+e}{1-e}r + \frac{2e}{1-e}R$

故选: A

【点睛】

本题主要考查了椭圆的离心率的求法, 注意半焦距与长半轴的求法, 是解题的关键, 属于中档题.

2、D

【解析】

直接利用复数的模的求法的运算法则求解即可.

【详解】

$$(1-2i)z=5i \quad (\text{i 是虚数单位})$$

$$\text{可得 } |(1-2i)||z|=|5i|$$

$$\text{解得 } |z|=\sqrt{5}$$

本题正确选项: D

【点睛】

本题考查复数的模的运算法则的应用, 复数的模的求法, 考查计算能力.

3、B

【解析】

由 $m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$ 可得 $m \perp \beta$, 故选 B.

4、D

【解析】

首先求出集合 B, 再根据补集的定义计算可得;

【详解】

$$\text{解: } \because -x^2+6x-5>0, \text{ 解得 } 1<x<5$$

$$\therefore B=\{x|1<x<5\}, \therefore \complement_A B=\{x|5\leq x\leq 24\}.$$

故选: D

【点睛】

本题考查补集的概念及运算, 一元二次不等式的解法, 属于基础题.

5、B

【解析】

对函数 $f(x)$ 化简可得 $f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$, 进而结合三角函数的最值、周期性、单调性、零点、对称性及平移变换,

对四个命题逐个分析, 可选出答案.

【详解】

$$\text{因为 } f(x)=1-2\cos^2(\omega x+\frac{\pi}{3})=-\cos(2\omega x+\frac{2\pi}{3})=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6}), \text{ 所以周期 } T=\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{\omega}.$$

对于①, 因为 $|x_1-x_2|_{\min}=\pi=\frac{1}{2}T$, 所以 $T=2\pi=\frac{\pi}{\omega}$, 即 $\omega=\frac{1}{2}$, 故①错误;

对于②, 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数为 $y = \sin(2\omega x - \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6})$, 其图象关于 y 轴对称, 则

$-\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 解得 $\omega = -1 - 3k (k \in \mathbb{Z})$, 故对任意整数 k , $\omega \notin (0, 2)$, 所以②错误;

对于③, 令 $f(x) = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{6}) = 0$, 可得 $2\omega x + \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 则 $x = \frac{k\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega}$,

因为 $f(0) = \sin \frac{\pi}{6} > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上第 1 个零点 $x_1 > 0$, 且 $x_1 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega}$, 所以第 7 个零点

$x_7 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + 3T = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{3\pi}{\omega} = \frac{41\pi}{12\omega}$, 若存在第 8 个零点 x_8 , 则

$x_8 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{7}{2}T = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{7\pi}{2\omega} = \frac{47\pi}{12\omega}$,

所以 $x_7 \leq 2\pi < x_8$, 即 $\frac{41\pi}{12\omega} \leq 2\pi < \frac{47\pi}{12\omega}$, 解得 $\frac{41}{24} \leq \omega < \frac{47}{24}$, 故③正确;

对于④, 因为 $f(0) = \sin \frac{\pi}{6}$, 且 $0 \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$, 所以 $\begin{cases} 2\omega\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6} \geq -\frac{\pi}{2} \\ 2\omega \times \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$, 解得 $\omega \leq \frac{2}{3}$, 又 $\omega > 0$, 所以

$0 < \omega \leq \frac{2}{3}$, 故④正确.

故选: B.

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换, 考查三角函数的平移变换、最值、周期性、单调性、零点、对称性, 考查学生的计算求解能力与推理能力, 属于中档题.

6、C

【解析】

根据不动点的定义, 利用换底公式分离参数可得 $\ln a = \frac{\ln x}{x}$; 构造函数 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$, 并讨论 $g(x)$ 的单调性与最值,

画出函数图象, 即可确定 a 的取值范围.

【详解】

由 $\log_a x = x$ 得, $\ln a = \frac{\ln x}{x}$.

令 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$,

则 $g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$,

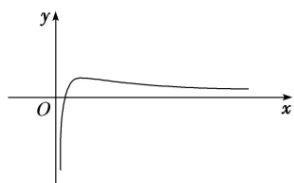
令 $g'(x) = 0$, 解得 $x = e$,

所以当 $x \in (0, e)$ 时, $g'(x) > 0$, 则 $g(x)$ 在 $(0, e)$ 内单调递增;

当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0$, 则 $g(x)$ 在 $(e, +\infty)$ 内单调递减;

所以 $g(x)$ 在 $x = e$ 处取得极大值, 即最大值为 $g(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$,

则 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的图象如下图所示:



由 $f(x)$ 有且仅有一个不动点, 可得 $\ln a < 0$ 或 $\ln a = \frac{1}{e}$,

解得 $0 < a < 1$ 或 $a = e^{\frac{1}{e}}$.

故选: C

【点睛】

本题考查了函数新定义的应用, 由导数确定函数的单调性与最值, 分离参数法与构造函数方法的应用, 属于中档题.

7、A

【解析】

基本事件总数 $n = 4 \times 5 = 20$, 利用列举法求出其和等于 11 包含的基本事件有 4 个, 由此能求出其和等于 11 的概率.

【详解】

解: 从四个阴数和五个阳数中分别随机选取 1 个数,

基本事件总数 $n = 4 \times 5 = 20$,

其和等于 11 包含的基本事件有: $(9, 2)$, $(3, 8)$, $(7, 4)$, $(5, 6)$, 共 4 个,

$\therefore$ 其和等于 11 的概率 $p = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查概率的求法, 考查古典概型等基础知识, 考查运算求解能力, 属于基础题.

8、A

【解析】

根据函数 $f(x)$ 的奇偶性和单调性, 排除错误选项, 从而得出正确选项.

【详解】

因为 $f(-x) = f(x)$ ，所以 $f(x)$ 是偶函数，排除 C 和 D.

当 $x > 0$ 时， $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$ ， $f'(x) = \frac{x^3 + 2\ln x - 1}{x^3}$ ，

令 $f'(x) < 0$ ，得 $0 < x < 1$ ，即 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上递减；令 $f'(x) > 0$ ，得 $x > 1$ ，即 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上递增. 所以 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值，排除 B.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查函数图像的识别，考查利用导数研究函数的单调区间和极值，属于中档题.

9、B

【解析】

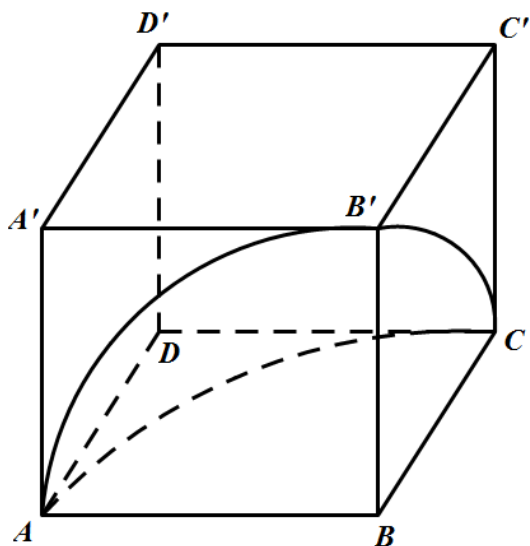
由题意首先确定几何体的空间结构特征，然后结合空间结构特征即可求得其表面积.

【详解】

由三视图可知，该几何体为边长为 2 正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 挖去一个以 B 为球心以 2 为半径球体的 $\frac{1}{8}$ ，

如图，故其表面积为 $24 - 3\pi + \frac{1}{8} \times 4 \times \pi \times 2^2 = 24 - \pi$ ，

故选：B.



【点睛】

(1) 以三视图为载体考查几何体的表面积，关键是能够对给出的三视图进行恰当的分析，从三视图中发现几何体中各元素间的位置关系及数量关系.

(2) 多面体的表面积是各个面的面积之和；组合体的表面积应注意重合部分的处理.

(3)圆柱、圆锥、圆台的侧面是曲面，计算侧面积时需要将这个曲面展为平面图形计算，而表面积是侧面积与底面圆的面积之和.

10、A

【解析】

对数字2分类讨论，结合数字1,3,5中有且仅有两个数字相邻，利用分类计数原理，即可得到结论

【详解】

数字2出现在第2位时，数字1,3,5中相邻的数字出现在第3,4位或者4,5位，

共有 $C_3^2 A_2^2 A_2^2 = 12$ 个

数字2出现在第4位时，同理也有12个

数字2出现在第3位时，数字1,3,5中相邻的数字出现在第1,2位或者4,5位，

共有 $C_2^1 C_3^2 A_2^2 A_2^2 = 24$ 个

故满足条件的不同的五位数的个数是48个

故选 A

【点睛】

本题主要考查了排列，组合及简单计数问题，解题的关键是对数字2分类讨论，属于基础题。

11、A

【解析】

依题意可得 $C_{\triangle PEF_2} = PE + PF_2 + EF_2 = PE + PF_2 + EF_1 \geq 2PF_1 - 2a = 4b$

即可得到 $2a + 4b > 2(a + c)$ ，从而求出双曲线的离心率的取值范围；

【详解】

解：依题意可得如下图象， $C_{\triangle PEF_2} = PE + PF_2 + EF_2 = PE + PF_2 + EF_1$

$$= PE + PF_1 + EF_1 - 2a$$

$$\geq 2PF_1 - 2a = 4b$$

$$\therefore 2PF_1 = 2a + 4b > 2(a + c)$$

所以 $2b > c$

$$\text{则 } 4c^2 - 4a^2 > c^2$$

$$\text{所以 } 3c^2 > 4a^2$$

$$\text{所以 } e^2 = \frac{c^2}{a^2} > \frac{4}{3}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/916134153011010105>