武汉大学计算方法历年期末考试试题大全(含完整版答案)及重点内容集锦

武汉大学 2008-2009 学年第二学期考试试卷 《计算方法》 （A 卷） （36 学时用）

学院： 学号： 姓名： 得分：

一、（10 分）已知 y f(x) 的三个值

（1） 求二次拉格朗日插值 L2(x)； （2）写出余项 R2(x)。

二、（10 分）给定求积公式

1 1f(x)dx f(13) f(13) 求出其代数精度，并问是否是 Gauss 型公式。

三、（10 分）若矩阵 A 2a 0 aa00 0 ，说明对任意实数 a 0 ，方程组 AX b 都是非病态的(范数用 a)。

四、（12 分）已知方程 ex 10x 4 0 在[0,0.4]内有唯一根。

迭代格式 A： xn 1 ln(4 10xn) ；迭代格式 B： xn 1 2 110(4 exn) 试分析这两个迭代格式的收敛性。

五、（12 分）设方程组

a11 a 21a12 x1 a22 x2 b1 b ，其中 a11a22 0 ，

分别写出 Jacob 及 Gauss-Seidel 迭代格式，并证明这两种迭代格式同时收敛或同时发散。

六、（12 分）已知 y f(x) 的一组值

2.2

1.0 分别用复化梯形公式和复化辛卜生公式计算 f(x)dx

七、（12 分）20XX 年 5 月左右，北美爆发甲型 H1N1 流感，美国疾病控制和预防中心发布的美国感染者人数见下表。为使计算简单，分别用 x=-1，0，1，2 代表 20XX 年 5 月 2，3，4，5 日。

根据上面数据，求一条形如 $y\ \ ax2\ \ bx$ 的最小二乘拟合曲线。

八、（12 分）用改进欧拉方法（也称预估-校正法）求解方程：

$y\quad x\quad y2$

$x\ \ [0,$ （取步长 $h\ \ 0.5$ ） $1]$。

$y(0)\ \ 1$

九、（10 分）对于给定的常数 c，为进行开方运算，需要求方程 $x2\ \ c\ \ 0$ 的根。（1）写出解此方程的牛顿迭代格式；

（2）证明对任意初值 $x0\ \ c,$ 牛顿迭代序列{xn}单调减且收敛于 c.

武汉大学 2008-2009学年第二学期考试试卷

1、解：（1）二次拉格朗日插值为

L2(x) 0.2 (x 1)(x 2) (1.8) (x 0)(x 2) 1.8 (x 0)(x 1) 5x 211x 2(0 1)(

0 2)(1 0)(1 2)(2 0)(2 1)

（2）余项为

Rf’’’( )

2(x) 3!x(x 1)(x 2)

2、解：当 $f(x)\ \ 1$ 时，左边=2,右边=2； 当 $f(x)\ \ x$ 时，左边=0,右边=0；

当 $f(x)\ \ x2$ 时，左边=22

3,右边=3；

当 $f(x)\ \ x3$ 时，左边=0,右边=0；

当 $f(x)\ \ x4$ 时，左边=2

5,右边=2

9,左边 右边；

于是，其代数精度为 3，是高斯型求积公式。

3、解：

1/2a 1/2a0

A 1

01/a0

||A1|| 1/|a|

001/a

而 ||A|| 3|a|，于是 cond(A) 1 ||A|| ||A|| 3， 所以题干中结论成立。

4、解：（1）对于迭代格式 A: xn 1 ln(4 10xn)， 其迭代函数为 (x) ln(4 10x) 10

4 10x 5，在[0,

2 5x

| (x)| 5，

2 5x 1

所以发散。

（2）对于迭代格式 B：x1

，　其迭代函数为

n　1　10(4　exn)　(x)　lx

10e，在

，[0,0.4]|　(x)|　1ex

10　1

所以收敛。 22 0.4内

5、解：（1）Jocobi 迭代法：

x1(k　1)　1/a11　(k　1)

0　x2　0

a21/a22

0　1/a22　a21

a12　x1(k)　1/a11

0　x2(k)　0

b1　1/a22　b2　0

a12/a11　x1(k)　b1/a11

(k)

0b/

a　x2　222　a12/a11

2

因为

a21/a22

a21a12a11a22

0　J

（2）Gauss-Seidel 迭代法：

1/a11　x1(k　1)

(k　1)

x　a21/a11a22　2　0

0

a12/a11a21a12/a11a22

a12/a11
01/a22

0 0
1/a11a12 x1(k)
0 x2(k) a21/a11a22

G |
a21a12a11a22
| 01/a22

b1 b2
(k)

b1/a11 x1
(k)
x2 b1a21/a11a22 b2/a22
因为

a21a12/a11a22
= (
a21a12a11a22
) 0
a21a12a11a22
综上分析可知两种迭代法同时收敛同时发散。 6、解：（1）复化梯形公式（ h 0.2 ）

2.21.0

f(x)dx

h2

[y0 2 (y1 y2 y3 y4 y5) y6]
0.22

[1 2 (2 0 2 3 4) 1] 1.4
（2）复化辛普森公式（ h 0.4 ）

2.21.0

f(x)dx

h66

[y0 2 (y2 y4) 4 (y1 y3 y5) y6]
0.4

[1 2 (0 3) 4 (2 2 4) 1] 1.26667
7、解：依题意，可知

1

0 1 4

1 160 0 a 226

1 b 279 2 430

1 160

0 a 1014 226

1 b 1012 279 2 430

1

1014 0 1012 1

4

18 88 a 2195 6 b 997

a 111.5 b 5.5

、解：

yn 1 yn h(xn yn2) 8 2h2y y (x y x y] n 1nnnn 1n 1 2

y0 1n 0,1.

y1 y0 h(x0 y0) 1 0.5(0 1) 1.5

y1 y0 h2(x0 y0 x1 y1) 1

222220.52(0 1 0.5 1.5) 1.9375222y2 y1 h(x1 y1) 1.9375 0.5(0.5 1.9375) 4.0645

y2 y1 h2(x1 y1 x2 y2) 1.9375 220.52(0.5 1.9375 1 4.0645) 7.381022

9、解：(1) 牛顿迭代格式

xk 1 xk f(xk)f(xk)' xk xk c2xk2 xk c2xk2

(2) 因为 x 0 时，f'(x) 0，f''(x) 2 0，所以取任意 x0 c 作为初始值，迭代序列必收敛到c，故迭代公式是收敛的。

武汉大学 2009--2010学年第二学期考试试卷 《计算方法》 (A 卷) (36 学时用)

学院： 学号： 姓名： 得分：

0 1 一、(10 分) 设 A

02 103 4，x (1,2,1)T，求范数 Ax 1 、谱半径 (A)、条件数 Cond(A)

二、(10 分) 已知 y f(x) 的一组值：

分别求二次拉格朗日插值多项式及牛顿插值多项式。

三、(10 分) 已知数据

求形如 y a bx cx2 的最小二乘拟合曲线。

四、(15

分)已知 3x2 ex 0 的三个根分别位于区间 [1,0],[0,1]，[3.5,4]内。
(1) 分别讨论迭代格式 xn 1 xn2(n 0,1,) 求这三个根时的收敛性。
(2) 写出求[3.5,4]内根的牛顿迭代格式，并说明如何选取初值 x0，使牛顿迭代收敛于[3.5,4]内的根。

五、(10 分)用杜利特尔(Doolittle)分解算法求解方程组 A x b，其中

2 A 4
6
116
1 20
3b 44
2 68

六、(15 分)设方程组

a1a 1 a 0

0 x1 b1

ax2 b2 1 x3 b3

(1) 分别写出雅可比迭代格式及高斯-赛德尔迭代格式；(2) 问常数 a 取何值时，雅可比迭代格式收敛。

七、(10 分)已知 y f(x) 的一组值

2.21.0
f(x)dx

分别用复化梯形公式和复化辛卜生公式计算

八、（10 分）用改进欧拉法（也称预估-校正法）求解方程（取步长 h 0.5）：

dy
ln(x y)
x [0, dx
y(0) 1
1]（取 5 位有效数字计算）

九、（10 分）在 [a,b] f(x)dx
ab
n

A
i 0
i
f(xi) 为插值型求积公式。
（1）导出系数 Ai 的公式；

（2）证明此求积公式的代数精度大于等于 n，且不超过 2n 1.

计算方法 2010 春 A 卷参考答案(2010-5-29)
一、
A 1 1 0
02 10 11 4，A 1 8, (A) 1,Cond(A) 6 14 84
二、
L2(x) N2(x) x2 7x 2
三、
0(x) 1,
1
TA 2
41 11 1(x) x,100111 2(x) x 21 a 2 ， C b ，
y 0 4 c 1210 T
5
TTAAC Ay，0
10
a 58
35,b 0,01003
710 0 34 a 4 b 0 c 2 c
x 四、（1

） (x) x2 。在区间[0, 1]

上， (x) 2 1 ，所以求[0，1]4]上， (x) 1 ，迭代发散。而在[-1，0] 上，对任意 x0，迭代得到的 xn 均为正值,所以迭代发散。

（2）设 f(x) 3x

1

五、

A LU 2

4， 30130 2 00 1 0

,在[3.54]内， ,取 ,直接取

1,2 ex ，解得 f (x) 0,f (x) 0 ，解得 x0 x* x0 4 130 4) T 1 1

4 Ly b y (20,Ux y x (10,

x1(k 1) 0

六 、

(k 1) Jacobi x2 a x(k 1) 0 3 1)

T a0 a(k)0 x1 b1 (k) a x2 b2 ， G-S 迭代类似（略）。

(k) 0 x3 b3

Jacobi 迭代阵为

0 BJ a

0

a0 a

0

，特征值为

0, 0

a

，

谱半径

，所以

(BJ) 1

七、复化梯形 T 复化辛卜生 S

八、

f(x,y) ln(x y),

h 0.5,

x0 0,

x1 0.5,

h3h2

2

2 a

[y0 2(y1 y2 y3 y4 y5) y6]=2.2 (h=0.2)

[y0 4y1 2y2 4y3 2y4 4y5 y6]=2.133

x2 1

n 1 yn 0.5ln(xn yn)

yn 1 yn 0.25[ln(xn yn) ln(xn 1 n 1)]

1 1.0000

y1 1.1014

2 1.3368y2 1.4313

九、系数 Ai

ba

。 li(x)dx（见教材 P157）

代数精度见 P159, P184

武汉大学 2010-2011 学年第二学期考试试卷

《计算方法》 （A 卷） （36 学时用）

学院： 学号： 姓名： 得分：

1、（12 分）已知方程 x ex 2 0 有一个正根及一个负根。

（1）估计出含根的区间；

（2）分别讨论用迭代格式 xn 1 ex 2 求这两个根时的收敛性； n

（3）如果上述格式不迭代，请写出一个你认为收敛的迭代格式（不证明)。

2、（12 分）用杜利特尔（Doolittle）分解算法求解方程组 Ax b，

其中

2

A 4

6137 1 0 9 6 , b 15 34

3、(14 分）设常数 a 0 ，方程组

a
1

31a23 2 a x1 3a x2 a 1 x3 2a

5（1） 分别写出 Jacobi 迭代格式以及高斯-赛德尔迭代格式；

（2） 试求 a 的取值范围，使得 Jacobi 迭代格式是收敛的。

4（12 分）已知 3 次多项式 y f(x) ax3 bx2 cx d 的三个值：

（1） 求二次拉格朗日插值 L2(x)及余项；

（2）能否计算出 f(x)dx 的准确值？并说明理由。如果能够，请计算出结

13

果。

5、(12 分）已知数据

根据上面数据，求一条形如 y ax bsin2

6、(12 分）已知 y f(x) 的一组值：

2.61.0

x6

的最小二乘拟合曲线。

分别用复化梯形公式和复化辛卜生公式计算

f(x)dx。

7、(12 分）用改进的欧拉方法（也称预估-校正法）求解方程（取步长 h 0.5 ）：

x y[0, xy

1] y(0) 1

8、(14 分）设 f(x)在[a,b]上二阶可导连续，将[a,b]2n 等分，分点为

a x0 x1 x2n b

，步长为

h

x2kx2k 2

b a2n

（1） 证明求积公式

Rk
h

3

f(x)dx 2hf(x2k 1)
3
的截断误差为

f(k), k [x2k 2,x2k],k 1,2, n
b

利用（1）中的求积公式及误差理论，导出求积分 f(x)dx 的复化求积公式及其
a
误差。

武汉大学 2010-2011学年第二学期考试试卷

1、解：(1)【4 分】设
f(x) x ex 2，
含正根的区间为(1,2)；

2f(1) 3 e 0， f(2) 4 e 0

f(1) 1 e 1 0， f(2) e 2 0
含负根的区间为 (2, 1)；

（2）【4 分】迭代函数为 g(x) ex 2，则 g'(x) ex

在含正根区间(1,2)上， |g'(x)| ex e1 1，迭代格式发散；【2 分】 在含负根区间 (2, 1)
上， |g'(x)| ex e 1 1，迭代格式收敛。【2 分】

（3）【4 分】在含正根区间(1,2)上，收敛的迭代格式为 xn 1 ln(xn 2)。

2、解：(1)【8 分】先对 A 进行 Dollittle 分解。

2

A 4

6137 1 1 0 l21 9 l3101l320 u11 00 1 0u12u2

20u13 u23 L U u33 u11 a11 2,u12 a12 1,u13 a13 1;

l21 a21u11 2l31 a31u11 3;

u22 a22 l21u12 3 2 1 1,u23 a23 l21u13 0 2 (1) 2;

l32 a32 l31u12u22 7 3 11 4;

u33 a33 l31u13 l32u23 9 3 (1) 4 2 4

所以

2

A 4

6137 1 1 0 2 9 3