

大题 天体物理与航天航空



天体运动近十年全国各地均多以选择题形式呈现,但高考历史上天体运动以计算题形式呈现的形式出现的次数也不少,不少年还曾以压轴题的形式出现。随着我国近年航空航天领域的发展,天体与最新科技前沿相结合的问题也有可能重登历史舞台。新高考也注重综合性的考察,也不排除天体物理与其他知识综合考察。



大題典例 万有引力定律与行星运动定律在人造卫星中的应用

题目 1 (2023 上·河南濮阳·高三濮阳一高校考阶段练习) 宇宙中某恒星的质量是太阳质量的 2 倍,单位时间内向外辐射的功率是太阳的 16 倍。现在假设地球“流浪”后绕此恒星公转,且在新公转轨道上的温度与“流浪”前一样。地球绕太阳的公转周期为 T_1 ,绕此恒星公转的周期为 T_2 ,求 $\frac{T_2}{T_1}$ 。

【答案】 $\frac{4\sqrt{2}}{1}$

【详解】 设地球绕太阳公转半径为 R_1 ,绕此恒星公转半径为 R_2 ;设太阳辐射的功率为 P ,由地球在新公转轨道上的温度与“流浪”前一样可得

$$\frac{P}{4\pi R_1^2} = \frac{16P}{4\pi R_2^2}$$

解得

$$R_2 = 4R_1$$

由地球绕太阳公转可得

$$G \frac{Mm}{R_1^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1$$

解得

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 R_1^3}{GM}$$

由地球绕此恒星公转可得

$$\frac{G(2M)m}{(4R_1)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} (4R_1)$$

解得

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2 (4R_1)^3}{G(2M)} = 32 \frac{4\pi^2 R_1^3}{GM}$$

即

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4\sqrt{2}}{1}$$

题目 2 (2023 上·北京通州·高三统考期中) 未来中国宇航员登陆月球表面, 其任务之一是测量出月球表面的重力加速度, 从而计算一下月球的质量。测量方案之一就是单摆测月球表面重力加速度。目前实验舱中有以下设备: 摆球 (直径约 1cm)、刻度尺 (量程 30cm)、轻细线 (1m 左右无弹性)、停表和足够高的固定支架。宇航员设计了如下实验步骤:

- ① 如图所示, 将系好细线的摆球上端固定于 O 点;
- ② 将摆球拉开一个小的角度, 然后由静止释放;
- ③ 从摆球摆到最低点开始计时, 测出 n 次全振动的总时间 t_1 ;
- ④ 缩短细线长度, 重复②、③步骤, 测出 n 次全振动的总时间 t_2 ;

完成以下问题:

- (1) 若细线缩短的长度为 ΔL (ΔL 小于刻度尺量程), 请用 t_1 、 t_2 以及 ΔL 写出重力加速度 g 的表达式;
- (2) 已知月球的半径为 R 、万有引力常量 G , 请结合 (1) 中 g 的表达式写出月球质量 M 的表达式。



【答案】 (1) $g = \frac{4\pi^2 n^2 \Delta L}{t_1^2 - t_2^2}$; (2) $\frac{4\pi^2 n^2 \Delta L R^2}{G(t_1^2 - t_2^2)}$

【详解】 (1) 设原来细线长度为 L , 测出 n 次个振动的总时间 t_1 , 则对应周期为

$$T_1 = \frac{t_1}{n}$$

根据单摆周期公式可得

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

若细线缩短的长度为 ΔL , 测出 n 次个振动的总时间 t_2 , 则对应周期为

$$T_2 = \frac{t_2}{n}$$

根据单摆周期公式可得

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L - \Delta L}{g}}$$

解得重力加速度表达式为:

$$g = \frac{4\pi^2 n^2 \Delta L}{t_1^2 - t_2^2}$$

(2) 根据万有引力与重力的关系有

$$\frac{GMm}{R^2} = mg$$

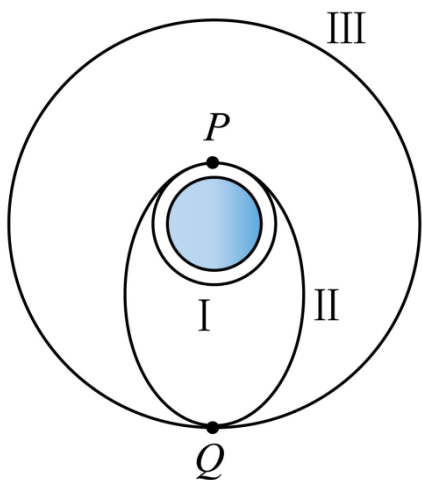
解得

$$M = \frac{4\pi^2 n^2 \Delta L R^2}{G(t_1^2 - t_2^2)}$$

题目 3 (2023 上·山东烟台·高三统考期中)2022 年 11 月 29 日 23 时 08 分,搭载着神舟十五号载人飞船的长征

二号 F 遥十五运载火箭在酒泉卫星发射中心升空,11 月 30 日 5 时 42 分,神舟十五号载人飞船与天和核心舱成功完成自主交会对接。如图为神舟十五号的发射与交会对接过程示意图,图中 I 为近地圆轨道,其轨道半径可认为等于地球半径 R , II 为椭圆变轨轨道, III 为天和核心舱所在轨道,其轨道半径为 r_0 , P 、 Q 分别为轨道 II 与 I 、 III 轨道的交会点,已知神舟十五号的质量为 m_0 ,地球表面重力加速度为 g ,引力常量为 G ,若取两物体相距无穷远时的引力势能为零,一个质量为 m 的质点距质量为 M 的引力中心为 r 时,其万有引力势能表达式为 $E_p = -\frac{GMm}{r}$ (式中 G 为引力常量)。求:

- (1) 神舟十五号在轨道 II 运动时从 P 点运动到 Q 点的最短时间;
- (2) 要使神舟十五号从轨道 I 迁移到轨道 III ,所要提供的最小能量。



【答案】(1) $\frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{r_0}{R}\right) \sqrt{\frac{R+r_0}{2g}}$; (2) $\frac{mgR(R_0-R)}{2r_0}$

【详解】(1) 根据开普勒第三定律有

$$\frac{R^3}{T_1^2} = \frac{\left(\frac{R+r_0}{2}\right)^3}{T_2^2}$$

神舟十五号在 I 轨道上有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2 R}{T_1^2}$$

在地球表面有

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

解得神舟十五号在 II 轨道上从 P 点运动到 Q 点经历的时间为

$$t = \frac{1}{2} T_2 = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{r_0}{R}\right) \sqrt{\frac{R+r_0}{2g}}$$

(2) 神舟十五号在 I 轨道上有

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v_1^2}{R}$$

$$E_{p1} = -G\frac{Mm}{R}$$

神舟十五号在 III 轨道上有

$$G\frac{Mm}{r_0^2} = m\frac{v_2^2}{r_0}$$

$$E_{p2} = -G\frac{Mm}{r_0}$$

在地球表面有

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg$$

神舟十五号从 I 迁移到轨道 III 过程中,飞船增加的机械能即神舟十五号所要提供的最小能量为

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{Mm}{r_0} - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{Mm}{R} \right) = \frac{mgR(R_0 - R)}{2r_0}$$

解法指导

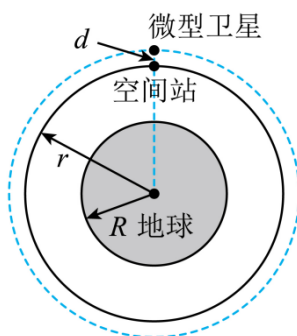
内容	重要的规律、公式和二级结论
1. 开普勒定律	(1) 轨道定律: 太阳位于所有行星的椭圆轨道的公共焦点上。 面积定律: 行星在近日点的速率最大, 在远日点的速率最小。 周期定律: $\frac{a^3}{T^2} = k$, 其中 k 与中心天体有关。
2. 万有引力定律及其应用	(2) 重力: ①南、北极处: $F_{\text{万}} = mg = \frac{Gm_{\text{地}}m}{R^2}$; ②赤道处: $F_{\text{万}} - F_N = F_{\text{向}}$, 故 $mg = F_N = F_{\text{万}} - F_{\text{向}}$; ③在一定纬度时重力方向不指向地心; ④离地面 h 高度处物体的重力 $mg' = \frac{Gm_{\text{地}}m}{(R+h)^2}$。 (3) 黄金代换: $Gm_{\text{地}} = gR^2$ (R 为地球半径, 忽略自转)。 (4) 地球质量: ①重力法 $m_{\text{地}} = \frac{gR^2}{G}$ (地球表面); ②环绕法: $m_{\text{地}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$。 (5) 密度: ①重力法 $\rho = \frac{3g}{4\pi RG}$; ②环绕法: $\rho = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$ (在地球表面, $r = R$, $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$)。
3. 人造卫星	(6) 人造卫星: $G\frac{m_{\text{地}}m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r = ma$。 (7) 第一宇宙速度 $v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{Gm_{\text{地}}}{R}} = 7.9 \text{ km/s}$, 第二宇宙速度 $v_2 = 11.2 \text{ km/s}$, 第三宇宙速度 $v_3 = 16.7 \text{ km/s}$。 (8) 高轨低速 (v、ω、a_n) 周期大, 低轨反之。 (9) 地表附近的人造卫星: $r = R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $v_{\text{运}} = v_1$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 84.6 \text{ min}$。 (10) 同步卫星: $T = 24 \text{ 小时}$, $h = 5.6R = 36\,000 \text{ km}$。 (11) 卫星的变轨: 低轨到高轨要加速, 高轨到低轨要减速, 两轨道相切点加速度相等。

	(12) 双星问题: $m_1 r_1 = m_2 r_2$, $r_1 + r_2 = L$, $\frac{G(m_1 + m_2)}{L^2} = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ 。
--	--

变式训练

题目 1 (2024 下·江苏南通·高三统考开学考试) 如图所示, 在长为 d 的机械臂作用下, 微型卫星、空间站、地球位于同一直线, 微型卫星与空间站一起做角速度为 ω 的匀速圆周运动。已知地球半径为 R , 地球表面重力加速度为 g , 微型卫星质量为 m , 空间站轨道半径为 r , 求:

- (1) 在轨运行时, 空间站的线速度 v_1 和微型卫星的线速度 v_2 之比;
- (2) 机械臂对微型卫星的作用力大小 F 。(忽略空间站对卫星的引力)



【答案】(1) $\frac{r}{r+d}$; (2) $mgR^2 \left[\frac{r+d}{r^3} - \frac{1}{(r+d)^2} \right]$

【详解】(1) 空间站和微型卫星的角速度相同, 由公式

$$v = \omega r$$

可知

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r}{r+d}$$

(2) 对空间站有

$$G \frac{Mm_2}{r^2} = m_2 \omega^2 r$$

微型卫星

$$G \frac{Mm}{(r+d)^2} + F = m \omega^2 (r+d)$$

联立解得

$$F = mgR^2 \left[\frac{r+d}{r^3} - \frac{1}{(r+d)^2} \right]$$

题目 2 (2024 上·天津蓟州·高三统考期末) 随着我国航天事业的快速发展, 古人幻想的“嫦娥奔月”将变成现实。假若宇航员登陆月球后, 释放一个实验用飞行器, 飞行器以 2m/s 的速度匀速上升, 当升到离月球表面 10m 高时, 从飞行器上落下一小球, 经过 5s 小球落到月球表面。已知月球的半径约为 1800km , 求:

- (1) 月球表面的重力加速度的大小;
- (2) 月球的第一宇宙速度的大小。(可以用根号表示)

【答案】(1) $g_{\text{月}}=1.6\text{m/s}^2$; (2) $v=1200\sqrt{2}\text{m/s}$

【详解】(1) 以向下为正方向,由运动学位移公式

$$h=-v_0t+\frac{1}{2}g_{\text{月}}t^2$$

可得

$$g_{\text{月}}=1.6\text{m/s}^2$$

(2) 由月球表面重力提供第一宇宙速度的向心力得

$$mg_{\text{月}}=\frac{mv^2}{R}$$

可得月球的第一宇宙速度的大小

$$v=1200\sqrt{2}\text{m/s}$$

题目 3 (2024·福建漳州·统考二模)2022年12月17日凌晨,“嫦娥五号”探测器圆满完成我国首次月球无人采样任务,携带样品返回地球。已知引力常量为 G ,地球质量为 M ,地球半径为 R ,月球表面的重力加速度约为地球表面重力加速度的 $\frac{1}{6}$,月球半径为 $\frac{1}{16}R$ 。

(1) 求地球表面重力加速度大小 g ;

(2) 求月球的第一宇宙速度大小 v 。

【答案】(1) $g=\frac{GM}{R^2}$; (2) $v=\sqrt{\frac{GM}{96R}}$

【详解】(1) 设探测器质量为 m ,在地球表面,由万有引力定律得

$$G\frac{Mm}{R^2}=mg$$

解得

$$g=\frac{GM}{R^2}$$

(2) 在月球表面,由万有引力定律得

$$mg_{\text{月}}=m\frac{v^2}{R_{\text{月}}}$$

又

$$g_{\text{月}}=\frac{g}{6}$$

$$R_{\text{月}}=\frac{1}{16}R$$

解得

$$v=\sqrt{\frac{GM}{96R}}$$

大题典例

天体运动与科技前沿

题目 1 (2023上·北京海淀·高三人大附中校考阶段练习)(1) 空间站可以通过机械臂操控货物的运动。考察货物的运动时,可以空间站为参考系。空间站可近似看成惯性参考系,这样在轨空间站中物体处于完全失

重状态而不用考虑地球引力的作用。忽略货物的运动对空间站的影响,同时忽略空间站对货物的引力。如图所示,空间站上操控货物的机械臂可简化为两根相连的等长轻质臂杆,每根臂杆长为 L ,机械臂一端固定在空间站上的 O 点,另一端抓住质量为 m 的货物,在机械臂的操控下,货物先绕 O 点做半径为 $2L$ 、角速度为 ω 的匀速圆周运动,运动到 A 点停下,然后在机械臂操控下,货物从 A 点由静止开始做匀加速直线运动,经时间 t 到达 B 点, A 、 B 间的距离为 L 。以空间站为参考系,求:

- a. 货物做匀速圆周运动时受到合力提供的向心力大小 F_n ;
- b. 货物运动到 B 点时机械臂对其做功的瞬时功率 P ;

(2) 货物、空间站和地球的位置如图所示,它们保持在同一直线上。以地球为参考系,货物与空间站同步绕地球做匀速圆周运动,已知空间站中心轨道半径为 r ,货物与空间站中心的距离为 d ,忽略空间站对货物的引力,求货物所受的机械臂作用力与所受的地球引力之比 $F_1:F_2$ 。

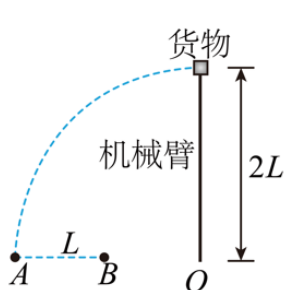


图1

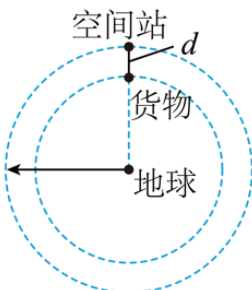


图2

【答案】(1)a. $2m\omega^2L$, b. $\frac{4mL^2}{t^3}$; (2) $[r^3 - (r-d)^3]:r^3$

【详解】(1)a. 质量为 m 的货物绕 O 点做匀速圆周运动,半径为 $2L$,根据牛顿第二定律可知

$$F_n = m\omega^2 \cdot 2L = 2m\omega^2L$$

b. 货物从静止开始以加速度 a 做匀加速直线运动,根据运动学公式可知

$$L = \frac{1}{2}at^2$$

解得

$$a = \frac{2L}{t^2}$$

货物到达 B 点时的速度大小为

$$v = at = \frac{2L}{t}$$

货物在机械臂的作用下在水平方向上做匀加速直线运动,机械臂对货物的作用力即为货物所受合力 ma ,所以经过 t 时间,货物运动到 B 点时机械臂对其做功的瞬时功率为

$$P = mav = m \cdot \frac{2L}{t^2} \cdot \frac{2L}{t} = \frac{4mL^2}{t^3}$$

(2) 空间站和货物同轴转动,角速度 ω_0 相同,对质量为 m_0 空间站,质量为 M 的地球提供向心力,则有

$$G \frac{Mm_0}{r^2} = m_0\omega_0^2 r$$

解得

$$GM = \omega_0^2 r^3$$

货物在机械臂的作用力 F_1 和万有引力 F_2 的作用下做匀速圆周运动, 则

$$F_2 - F_1 = m\omega_0^2(r - d)$$

货物受到的万有引力

$$F_2 = G \frac{Mm}{(r-d)^2} = \frac{m\omega_0^2 r^3}{(r-d)^2}$$

解得机械臂对货物的作用力大小为

$$F_1 = \frac{m\omega_0^2 r^3}{(r-d)^2} - m\omega_0^2(r-d) = m\omega_0^2 \frac{r^3 - (r-d)^3}{(r-d)^2}$$

则有

$$F_1:F_2 = [r^3 - (r-d)^3]:r^3$$

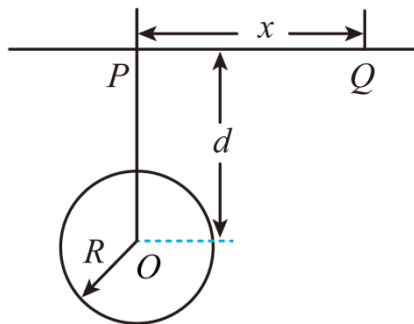
题目 2 (2023 上·北京海淀·高三北大附中校考阶段练习) 重力探矿是常用的探测黄金矿藏的方法之一, 是万有引力定律理论的实际应用, 其原理可简述如下: 如图, P 、 Q 为某地区水平地面上的两点, 在 P 点正下方一球形区域内充满了富含黄金的矿石, 假定球形区域周围普通岩石均匀分布且密度为 ρ , 而球形区域内黄金矿石也均匀分布但其密度是普通岩石密度的 $(n+1)$ 倍, 如果没有这一球形区域黄金矿石的存在, 则该地区重力加速度 (正常值) 沿竖直方向, 当该区域有黄金矿石时, 该地区重力加速度的大小和方向会与正常情况有微小偏离, 重力加速度在原竖直方向 (即 PO 方向) 上的投影相对于正常值的偏离叫做“重力加速度反常”, 为了探寻黄金矿石区域的位置和储量, 常利用 P 点附近重力加速度反常现象, 已知引力常量为 G 。

(1) 设球形区域体积为 V , 球心深度为 d (d 远小于地球半径), $\overline{PQ} = x$, 求:

① 球形区域内黄金矿石在 Q 点产生的加速度大小;

② Q 点处的重力加速度反常值;

(2) 若在水平地面上以 P 点为圆心、半径为 L 的范围内发现: 重力加速度反常值在 δ 与 $k\delta$ ($k=2\sqrt{2}$) 之间变化, 且重力加速度反常的最大值出现在 P 点, 如果这种反常是由于地下存在某一球形区域黄金矿石造成的, 试求此球形区域球心的深度和球形区域的体积。



【答案】(1) ① $\frac{G(n+1)\rho V}{d^2+x^2}$; ② $\frac{nG\rho Vd}{(d^2+x^2)^{3/2}}$; (2) $\frac{L}{\sqrt{k^{2/3}-1}}$, $\frac{k\delta L^2}{(k^{2/3}-1)nG\rho}$

【详解】(1) ① 球形区域黄金矿石的质量为

$$M = (n+1)\rho V$$

设黄金矿石在 Q 点产生的加速度为 a , 根据牛顿第二定律有

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma$$

根据几何知识有

$$r = \sqrt{d^2 + x^2}$$

联立解得

$$a = \frac{G(n+1)\rho V}{d^2 + x^2}$$

②如果将近地表面的球形区域中的黄金矿石换成普通的密度为 ρ 的岩石,则重力加速度反常可理解为在球形区域存在普通岩石的基础上叠加一个密度为 $n\rho$, 质量为 $M_1 = n\rho V$ 的球引起的。该叠加球对 Q 点一质量为 m 的质点产生的附加加速度 Δg , 则有

$$G \frac{M_1 m}{r^2} = m \cdot \Delta g$$

其中

$$r = \sqrt{d^2 + x^2}$$

根据题意可知重力加速度反常 $\Delta g'$ 是上述附加加速度 Δg 在竖直方向上的投影, 则有

$$\Delta g' = \Delta g \cos \theta = \frac{d}{r} \Delta g$$

联立可得

$$\Delta g' = \frac{nG\rho V d}{(d^2 + x^2)^{3/2}}$$

(2) 由 $\Delta g'$ 表达式可知, 当 $x=0$ 时, 重力加速度反常值 $\Delta g'$ 最大, 且有

$$\Delta g'_m = \frac{nG\rho V}{d^2} = k\delta$$

当 $x=L$ 时, 重力加速度反常值 $\Delta g'$ 最小, 且有

$$\Delta g'_{\min} = \frac{nG\rho V d}{(d^2 + x^2)^{3/2}} = \delta$$

联立可得地下球形区域球心的深度和球形区域的体积分别为

$$d = \frac{L}{\sqrt{k^{2/3} - 1}}, \quad V = \frac{k\delta L^2}{(k^{2/3} - 1)nG\rho}$$

解法指导

一. 太空电梯知识补充

1. 情景设定: 太空电梯由以下几个核心部分组成

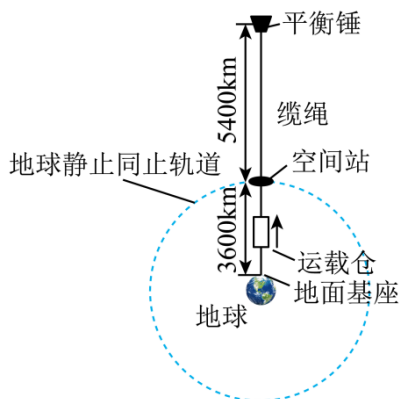
地面端基座: 该部分为所有缆绳的起始段, 主要起到固定作用。整体基座结构位于赤道地区的海面上, 主视觉呈现为一个巨型海上平台。

缆索: 9 部轿厢由 216 根粗细不等的碳纳米缆绳垂直连接。

轿厢: 其第一视觉印象源自我们常见的建筑工地垂直升降机, 从而降低观众的视觉陌生感。太空电梯的基础功能也与我们常见的电梯无异, 但运力更强, 单个轿厢的运力是现今世界上最大的运载火箭的 4 倍。每天上上下下, 运送人员、物资、以及建造空间站的原材料。

空间站:空间站位于距离地表 3.6 万公里的地球静止同步轨道,与太空电梯同心纵向连接。

配重:在太空电梯距离地表 9 万公里的尾端设置配重,使其与地球自转同步稳定。



2. 配重锤的作用:因为电梯向上会对空间站有向下的拉力,就像平常的电梯一样,所以需要有一个较重的物体平衡掉电梯对空间站的拉力。

3. 空间站的地基选址问题:

位置:赤道区域

原因:空间站位于地球同步轨道上,所以要尽可能的保证空间站和地球同步运动,这样对工程的技术难度要求是最小的,同时空间站和地基一起旋转减少的空间站位置的维持损耗。

相当于空间站位于地球静止卫星轨道上。

4. 有关运载舱

运载舱作用: 载人 和 货物

两个结论:(1) 运载舱上升时,线速度越来越大;

(2) 运载舱上升时合力方向不沿缆绳方向。

5. 空间站坠落、配重锤甩出问题

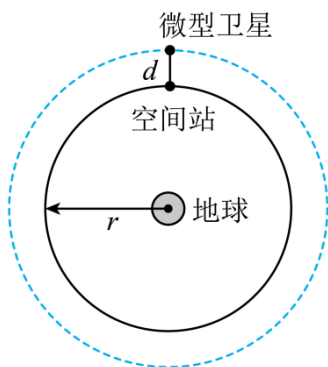
因为配重锤的速度远大于在该轨道上应有的速度;所以配重锤和缆绳的连接切断后会飞出。

变式训练

题目 1 (2023 上·山东德州·高三统考期中) 空间机械臂作为在轨支持、服务的一项关键技术,对空间科学的应用和发展起到了很大的带动作用。空间站上安装的机械臂不仅可以维修、安装空间站部件,还可以发射、抓捕卫星。如图所示,空间站在半径为 r 的轨道上做匀速圆周运动。从空间站伸出长为 d 的机械臂,微型卫星放置在机械臂的外端。在机械臂的作用下,微型卫星、空间站、地球在同一直线上,微型卫星与空间站同步做匀速圆周运动。已知地球半径为 R ,地球表面重力加速度为 g ,微型卫星质量为 m ,求:

(1) 空间站所在轨道处的重力加速度;

(2) 机械臂对微型卫星的作用力大小(忽略空间站对卫星的引力以及空间站的尺寸)。



【答案】(1) $g' = \frac{R^2}{r^2}g$; (2) $F = mgR^2 \left(\frac{r+d}{r^3} - \frac{1}{(r+d)^2} \right)$

【详解】(1) 地表物体

$$G \frac{Mm_1}{R^2} = m_1g$$

在空间站位置

$$G \frac{Mm_2}{r^2} = m_2g'$$

联立解得

$$g' = \frac{R^2}{r^2}g$$

(2) 对空间站有

$$G \frac{Mm_2}{r^2} = m_2\omega^2 r$$

微型卫星

$$G \frac{Mm}{(r+d)^2} + F = m\omega^2(r+d)$$

联立解得

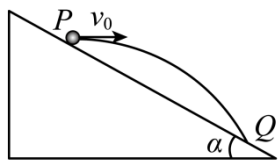
$$F = mgR^2 \left[\frac{r+d}{r^3} - \frac{1}{(r+d)^2} \right]$$

大题典例

天体物理与其他知识的综合

题目 1 (2024·四川凉山·统考一模) 我国计划在 2030 年前后完成载人登月计划, 若宇航员登月后站在一斜坡上, 从 P 点沿水平方向以初速度 v_0 抛出一小石块, 测得小球经时间 t 落到斜坡另一点 Q 上, 斜坡的倾角为 α , 已知月球的半径为 R , 引力常量为 G 。求:

- (1) 月球表面的重力加速度 g ;
- (2) 月球的质量 M ;
- (3) 月球的第一宇宙速度 v 。



【答案】(1) $g = \frac{2v_0 \tan \alpha}{t}$; (2) $M = \frac{2R^2 v_0 \tan \alpha}{Gt}$; (3) $v = \sqrt{\frac{2Rv_0 \tan \alpha}{t}}$

【详解】(1) 小石块做平抛运动, 水平方向有

$$x = v_0 t$$

竖直方向有

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

根据几何关系有

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

月球表面的重力加速度为

$$g = \frac{2v_0 \tan \alpha}{t}$$

(2) 根据万有引力与重力的关系

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

月球的质量为

$$M = \frac{2R^2 v_0 \tan \alpha}{Gt}$$

(3) 根据万有引力提供向心力

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

月球的第一宇宙速度为

$$v = \sqrt{\frac{2Rv_0 \tan \alpha}{t}}$$

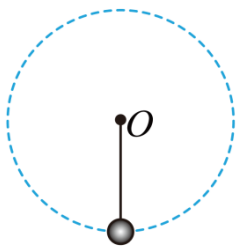
解法指导

天体运动与一切宏观机械运动相结合其突破口都是想办法求出重力加速度。

变式训练

题目 1 (2023 上·江苏淮安·高三校联考阶段练习) 一宇航员在半径为 R 某星球表面, 做如下实验: 如图所示, 长为 l 的轻绳一端系一小球, 另一端固定在 O 点。小球绕 O 点在竖直面内做圆周运动, 通过最高点速度为 v_0 时, 绳的弹力为零。求:

- (1) 该行星表面的重力加速度;
- (2) 在该行星表面发射卫星时需要的最小发射速度。



【答案】(1) $g' = \frac{v_0^2}{l}$; (2) $v = v_0 \sqrt{\frac{R}{l}}$

【详解】(1) 由题意可知, 在最高点

$$mg' = m \frac{v_0^2}{l}$$

该行星表面的重力加速度为

$$g' = \frac{v_0^2}{l}$$

(2) 根据在行星表面万有引力与重力可认为相等有

$$mg' = m \frac{v^2}{R}$$

该行星表面发射卫星时需要的最小发射速度为

$$v = v_0 \sqrt{\frac{R}{l}}$$



刷模拟

题目 1 (2023 上·上海普陀·高三上海市宜川中学校考阶段练习) 某行星的质量为地球质量的 $\frac{1}{80}$, 半径为地

球半径的 $\frac{1}{4}$ 。现向该行星发射探测器, 并在其表面实现软着陆。探测器在离行星表面 h 高时速度减小为零, 为防止发动机将行星表面上的尘埃吹起, 此时要关闭所有发动机, 让探测器自由下落实现着陆。已知地球半径 $R_0 = 6400\text{km}$, 不计自转的影响, 地球表面重力加速度 g 取 9.8m/s^2 ; 结果保留 2 位小数。

(1) 若题中 $h = 4m$, 求探测器落到行星表面时的速度大小;

(2) 若在该行星表面发射一颗绕它做圆周运动的卫星, 发射速度至少多大;

(3) 由于引力的作用, 行星引力范围内的物体具有引力势能。若取离行星无穷远处为引力势能的零势点, 则距离行星球心为 r 处的物体引力势能 $E_p = -\frac{GMm}{r}$, 式中 G 为万有引力常量, M 为行星的质量, m 为物体的质量。求探测器从行星表面发射能脱离行星引力范围所需的最小速度。

【答案】(1) 3.96m/s ; (2) 1.8km/s ; (3) 2.5km/s

【详解】(1) 设行星质量为 M , 半径为 R , 忽略行星自转, 在行星表面附近质量为 m 的物体满足

$$\frac{GMm}{R^2} = mg'$$

同理,设地球质量为 M_0 ,半径为 R_0 ,有

$$\frac{GM_0m}{R_0^2} = mg$$

则

$$g' = g \frac{MR_0^2}{M_0R^2} = 0.2g = 1.96\text{m/s}^2$$

着陆器做近似地球表面的自由落体运动,设着陆器落到该行星表面时的速度大小为 v ,则有

$$v^2 = 2g'h$$

解得

$$v = \sqrt{2g'h} \approx 3.96\text{m/s}$$

(2) 在行星表面附近质量为 m 的物体满足

$$\frac{GMm}{R^2} = mg'$$

该行星表面发射一颗绕它做圆周运动的卫星,则有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}$$

联立解得

$$v_1 = \sqrt{g'R} = \sqrt{1.96 \times \frac{6400 \times 10^3}{4}} \times 10^{-3} \text{km/s} \approx 1.8 \text{km/s}$$

(3) 设着陆器至少以速度 v_0 起飞方可冲出该行星引力场,则由能量关系得

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - G \frac{Mm}{R} = 0$$

代入数据联立解得

$$v_0 = \sqrt{2g'R} = \sqrt{2 \times 1.96 \times \frac{6400 \times 10^3}{4}} \times 10^{-3} \text{km/s} \approx 2.5 \text{km/s}$$

题目 2 (2023 上·江苏扬州·高三扬州中学校考阶段练习) 通过同步卫星通话时,对方总是停一小段时间才回话,问在地球上的人说话后至少经过多长时间才能听到对方回话?(设对方听到说话后立即回话,已知地球自转周期 T ,地球质量 M ,地球半径 R ,引力常量 G 和光速 c)

【答案】 $\frac{2}{c} \left(\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R \right)$

【详解】当两人都站在同步卫星的正下方时,电磁波经同步卫星传播的距离最短,需时最少。设卫星的质量为 m ,距地高度为 h ,由牛顿第二定律得

$$G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h)$$

解得

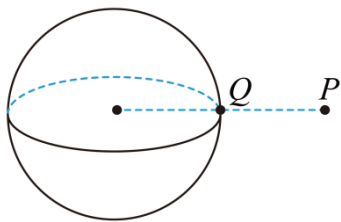
$$h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R$$

说话后听到回话需要的最短时间为

$$t = \frac{2h}{c} = \frac{2}{c} \left(\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R \right)$$

题目 3 (2023 上·江苏泰州·高三泰州中学校联考阶段练习) 某卫星 P 在地球赤道平面内以周期 T 绕地球做匀速圆周运动, 距离地面的高度与地球半径相等, 且转动方向与地球自转方向相同, Q 是位于赤道上的某观测站。已知地球的自转周期为 T_0 , 且 $T_0 > T$, 地球半径为 R , 引力常量为 G , 求:

- (1) 地球的质量 M ;
- (2) 卫星 P 连续三次经过观测站 Q 正上方的时间间隔 Δt 。



【答案】(1) $\frac{32\pi^2 R^3}{GT^2}$; (2) $\frac{2T_0 T}{T_0 - T}$

【详解】(1) 设卫星的质量为 m , 由万有引力提供卫星的向心力, 可得

$$G \frac{Mm}{(2R)^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (2R)$$

解得

$$M = \frac{32\pi^2 R^3}{GT^2}$$

(2) 由题意知, Δt 时间内卫星相对地球转过的角度为 4π , 则

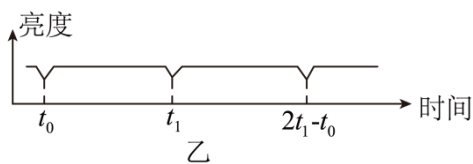
$$\left(\frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T_0} \right) \Delta t = 4\pi$$

解

$$\Delta t = \frac{2T_0 T}{T_0 - T}$$

题目 4 (2023 上·重庆沙坪坝·高三重庆八中校考阶段练习) 如图甲所示, 太阳系外的一颗行星 P 绕恒星 Q 做半径为 r 的匀速圆周运动。太阳系内某探测器距离该恒星很远, 可看作相对于恒星静止。由于 P 的遮挡, 该探测器探测到 Q 的亮度随时间做如图乙所示的周期性变化 (t_0 和 t_1 已知), 此周期与 P 的公转周期相同。已知引力常量为 G , 求:

- (1) P 公转的周期;
- (2) 恒星 Q 的质量。



【答案】(1) $t_1 - t_0$; (2) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{G(t_1 - t_0)^2}$

【详解】(1) 由图可知探测器探测到 Q 的亮度随时间变化的周期为

$$T = t_1 - t_0$$

则 P 的公转周期为 $t_1 - t_0$

(2) 由万有引力提供向心力可得

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

解得质量为

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{G(t_1 - t_0)^2}$$

题目 5 (2024·湖北·高三荆门市龙泉中学校联考阶段练习) 在力学中, 有的问题是根据物体所受的力推测它的运动, 另一些问题则是根据物体的运动探究它受到的力。万有引力的发现则是典型的第二类情况。请你追寻牛顿的足迹, 用自己的手和脑, 根据开普勒三大定律及牛顿运动定律, 重新“发现”(即推导) 万有引力定律, 设行星质量为 m , 太阳的质量为 M , 行星到太阳的距离为 r 。

【答案】见解析

【详解】令行星绕太阳做匀速圆周运动的公转周期为 T , 太阳对行星的引力为 F , 太阳对行星的引力提供行星运动的向心力, 则有

$$F = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

根据开普勒第三定律有

$$\frac{r^3}{T^2} = k$$

即有

$$T^2 = \frac{r^3}{k}$$

结合上述解得

$$F = \frac{4\pi^2 m k}{r^2}$$

可知, 太阳对行星的引力大小与行星的质量成正比, 根据牛顿第三定律, 行星和太阳间的引力是相互的, 既然太阳对行星的引力大小与行星的质量成正比, 则行星对太阳的引力大小与也与太阳的质量成正比。所以太阳对行星的引力

$$F \propto \frac{Mm}{r^2}$$

写成等式有

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

其中的 G 为常量, 可知 太阳与行星间的引力大小与太阳的质量和行星的的质量的乘积成正比, 与两者距离的二次方成反比。

题目 6 (2023 上·北京海淀·高三统考期中) 19 世纪末, 有科学家提出了太空电梯的构想: 在赤道上建设一座

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/916211041230010112>