

1. 已知集合  $A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{3, 5, 7\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

A.  $\emptyset$  B.  $\{5\}$  C.  $\{4, 6\}$  D.  $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

2. 函数  $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x+2}$  的定义域为  $( \quad )$

A.  $(-3, -2) \cup (-2, +\infty)$  B.  $[-3, -2) \cup (-2, +\infty)$

C.  $(-3, +\infty)$  D.  $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$

3. 不等式  $2^{|x-1|} < 4$  的解集是  $( \quad )$

A.  $(-1, 3)$  B.  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

C.  $(-3, 1)$  D.  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

4. 已知  $a < 0 < c < b$ , 则下列各式一定成立的是  $( \quad )$

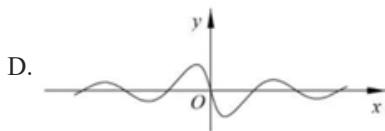
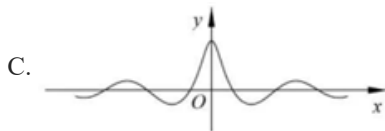
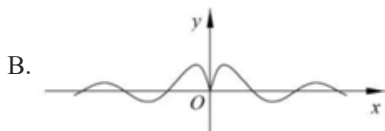
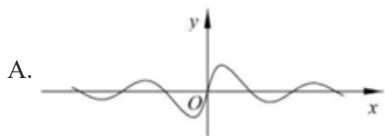
A.  $a^2 > b^2$  B.  $a^2 \leq b^2$  C.  $b + c < b c$  D.  $b - \frac{1}{b} > c - \frac{1}{c}$

5. 若  $a, b \in \mathbb{R}$ , 则 “ $ab \geq \frac{1}{4}$ ” 是 “ $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ” 的  $( \quad )$

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 函数  $f(x) = \frac{\sin x}{\ln(x^2+2)}$  的图象大致是  $( \quad )$



7. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x^2 + 2x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则函数  $y = f[f(x) + 1]$  的零点个数是 ( )

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. 若  $\alpha$  为锐角,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , 则  $\cos \alpha =$  ( )

A.  $-\frac{1}{5}$  B.  $\frac{1}{5}$  C.  $-\frac{3}{5}$  D.  $\frac{3}{5}$

9. 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $M \cap N = \{4, 5\}$ , 则  $N$  可能为 ( )

A.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  B.  $\{4, 5, 6\}$  C.  $\{4, 5\}$  D.  $\{3, 4, 5\}$

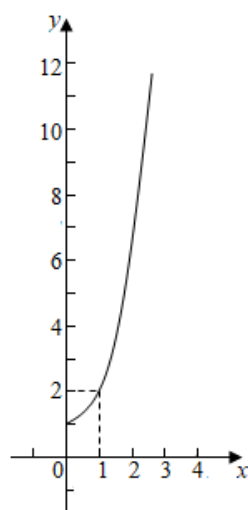
10. 若函数  $y = x^2 - 4x - 4$  的定义域为  $[0, m]$ , 值域为  $[-8, -4]$ , 则实数  $m$  的值可能为 ( )

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 下列函数中, 不满足  $f(2x) = 2f(x)$  的是 ( )

A.  $f(x) = |x|$  B.  $f(x) = x - |x|$  C.  $f(x) = x + 1$  D.  $f(x) = -x$

12. 如图, 某湖泊的蓝藻的面积  $y$  (单位:  $m^2$ ) 与时间  $t$  (单位: 月) 的关系满足  $y = at$ , 则下列说法正确的是 ( )



A. 蓝藻面积每个月的增长率为 100

B. 蓝藻每个月增加的面积都相等

C. 第 6 个月时, 蓝藻面积就会超过  $60m^2$

D. 若蓝藻面积蔓延到  $2m^2$ ,  $3m^2$ ,  $6m^2$  所经过的时间分别是  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ , 则一定有  $t_1 + t_2 = t_3$

13. 已知  $\lg a - \lg b = \lg(a-b)$ ，则实数  $a$  的取值范围是。

14. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ， $x \in R$ ，则函数  $f(x)$  的最大值是，且取到最大值时  $x$  的集合是。

15. 已知  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数，且在  $[0, +\infty)$  上单调递增。若对任意  $x \in R$ ，不等式  $f(a+|x-b|) \geq f(|x|-2|x-1|)$  ( $a, b \in R$ ) 恒成立，则  $2a^2+b^2$  的最小值是。

16. 已知  $a \in R$ ， $b > 0$ ，若存在实数  $x \in [0, 1)$ ，使得  $|bx-a| \leq b-ax^2$  成立，则  $\frac{a}{b}$  的取值范围是。

17. 设数集  $A$  由实数构成，且满足：若  $x \in A$  ( $x \neq 1$  且  $x \neq 0$ )，则  $\frac{1}{1-x} \in A$ 。

(1) 若  $2 \in A$ ，试证明  $A$  中还有另外两个元素；

(2) 集合  $A$  是否为双元素集合，并说明理由；

(3) 若  $A$  中元素个数不超过 8 个，所有元素的和为  $\frac{14}{3}$ ，且  $A$  中有一个元素的平方等于所有元素的积，求集合  $A$ 。

18. 讨论  $f(x) = x + \frac{a}{x}$  ( $a \neq 0$ ) 在  $(0, +\infty)$  上的单调性。

19. 已知函数  $f(x) = 2\sin x \sin(x + \frac{\pi}{2})$  ( $x \in R$ )。

(I) 求  $f(0)$  的值；

(II) 求  $f(x)$  的最小正周期；

(III) 若  $y = f(x + \varphi)$  ( $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 为偶函数，求  $\varphi$  的值。

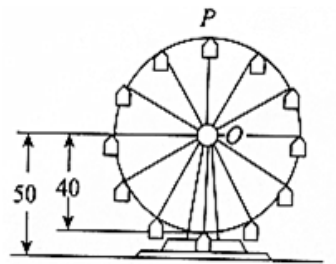
20. 设  $a \in [0, 4]$ ，已知函数  $f(x) = \frac{4x-a}{x^2+1}$ ， $x \in R$ 。

(I) 若  $f(x)$  是奇函数，求  $a$  的值；

(II) 当  $x > 0$  时，证明： $f(x) \leq \frac{a}{2}x - a + 2$ ；

(III) 设  $x_1, x_2 \in R$ ，若实数  $m$  满足  $f(x_1) \cdot f(x_2) = -m^2$ ，证明： $f(m-a) - f(1) < \frac{1}{8}$ 。

21. 如图所示，摩天轮的半径为  $40m$ ， $O$  点距地面的高度为  $50m$ ，摩天轮按逆时针方向作匀速转动，且每  $2min$  转一圈，摩天轮上点  $P$  的起始位置在最高点。



(I) 试确定点  $P$  距离地面的高度（单位： $m$ ）关于旋转时间  $t$ （单位： $min$ ）的函数关系式；

(II) 在摩天轮转动一圈内，有多长时间  $P$  点距离地面超过  $70m$ ？

22. 如果一个函数的值域与其定义域相同，则称该函数为“同域函数”。已知函数  $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + a + 1}$  的定义域为  $\{x | ax^2 + bx + a + 1 \geq 0, \text{ 且 } x \geq 0\}$ 。

(I) 若  $a = -1$ ， $b = 2$ ，求  $f(x)$  的定义域；

(II) 当  $a = 1$  时，若  $f(x)$  为“同域函数”，求实数  $b$  的值；

(III) 若存在实数  $a < 0$  且  $a \neq -1$ ，使得  $f(x)$  为“同域函数”，求实数  $b$  的取值范围。

## 答案和解析

### 1. 【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键，属于基础题.

由交集的定义，可求得  $A \cap B$ .

【解答】

解：  $\because A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{3, 5, 7\}$ ,

$\therefore A \cap B = \{5\}$ .

故选B.

### 2. 【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查了函数的定义域及其求法，属基础题.

由根式内部的代数式大于等于0，分式的分母不等于0，得到  $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$ ，不等式组求解x的取值集合.

【解答】

解：由题意知  $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$ ，得  $x \geq -3$ ，且  $x \neq -2$ .

$\therefore$  函数  $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x+2}$  的定义域为  $[-3, -2) \cup (-2, +\infty)$ .

故选：B.

### 3. 【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查指数函数的单调性以及含绝对值的不等式的解法，考查转化思想和运算能力，属于中档题.

由不等式 $2^{|x-1|} < 4$ ，得 $2^{|x-1|} < 2^2$ ，根据指数函数的单调性得到 $|x-1| < 2$ ，解绝对值不等式，可得所求解集.

【解答】

解：

不等式 $2^{|x-1|} < 4$ ，即为 $2^{|x-1|} < 2^2$ ，

因为函数 $y = 2^x$ 在 $R$ 上为增函数，

即有 $|x-1| < 2$ ，

即 $-2 < x-1 < 2$ ，

解得 $-1 < x < 3$ ，

则原不等式的解集为 $(-1, 3)$ .

故选： $A$ .

#### 4. 【答案】 $D$

【解析】

【分析】

本题考查的知识要点：不等式的基本性质，赋值法，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题.

直接利用不等式的基本性质和赋值法的应用判断 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 的结论.

【解答】

解：①因为 $a < 0 < c < b$ ， $a^2$ ， $b^2$ 的大小无法确定， $A$ ， $B$ 均不正确；

②取 $b = 1.2$ ， $c = 1.1$ ，得 $b + c = 2.3 > bc = 1.32$ ，所以 $C$ 不正确；

③可得 $0 > -\frac{1}{b} > -\frac{1}{c}$ ，所以 $b - \frac{1}{b} > c - \frac{1}{c}$ ，故 $D$ 正确.

故选： $D$ .

#### 5. 【答案】 $A$

【解析】

【分析】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用基本不等式的性质是解决本题的关键，属基础题.

根据基本不等式的性质，判定充分性，举反例， $a=-1$ ， $b=1$ 时，满足 $a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$ ，但 $ab\geq\frac{1}{4}$ 不成立，必要条件不成立，即可得到答案.

【解答】

解：当 $ab \geq \frac{1}{4}$ 时， $a^2 + b^2 \geq 2ab \geq 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ，当且仅当 $a=b$ 时等号成立，即充分性成立，

反之当 $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ 时， $a=-1$ ， $b=1$ 时，满足 $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ，但 $ab \geq \frac{1}{4}$ 不成立，即必要性不成立，

即“ $ab \geq \frac{1}{4}$ ”是“ $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ”的充分不必要条件，

故选：A.

6. 【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查根据函数解析式确定函数图象，考查数形结合思想，属于中档题.

由 $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\ln[(-x)^2 + 2]} = \frac{-\sin x}{\ln(x^2 + 2)} = -f(x)$ ，得到函数的奇偶性排除选项BC，由函数值的正负排除选项D，进而得解.

【解答】

解：函数的定义域为 $R$ ， $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\ln[(-x)^2 + 2]} = \frac{-\sin x}{\ln(x^2 + 2)} = -f(x)$ ，

即函数 $f(x)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，故可排除选项B，C；

当 $x$ 取正数且 $x \rightarrow 0$ 时， $\sin x > 0$ ， $\ln(x^2 + 2) > 0$ ， $\frac{\sin x}{\ln(x^2 + 2)} > 0$ ，故可排除选项D.

故选：A.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查分段函数的图象以及函数的零点个数问题，考查数形结合思想，属较难题.

令 $t = f(x) + 1 = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + 1, & x > 0 \\ (x+1)^2, & x \leq 0 \end{cases}$ ，对 $t$ 分类讨论，结合零点存在定理得出函数 $f(t)$ 的零点 $t_1 \in (1, 2)$ ， $t_2 = -2$ ，  
 $t_3 = 0$ ，

然后作出函数  $t=f(x)+1$ ，直线  $t=t_1$ 、 $t=-2$ 、 $t=0$  的图象，观察三条直线与函数  $t=f(x)+1$  的图象的交点个数，由此得出结论.

【解答】

$$\text{解：令 } t=f(x)+1=\begin{cases} \ln x-\frac{1}{x}+1, & x>0 \\ (x+1)^2, & x\leq 0 \end{cases},$$

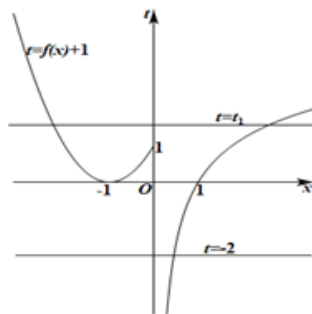
①当  $t>0$  时， $f(t)=\ln t-\frac{1}{t}$ ，则函数  $f(t)$  在  $(0,+\infty)$  上单调递增，

$$\text{由于 } f(1)=-1<0, f(2)=\ln 2-\frac{1}{2}>0,$$

由零点存在定理可知，存在  $t_1\in(1,2)$ ，使得  $f(t_1)=0$ ；

②当  $t\leq 0$  时， $f(t)=t^2+2t$ ，由  $f(t)=t^2+2t=0$ ，解得  $t_2=-2$ ， $t_3=0$ ，

作出函数  $t=f(x)+1$ ，直线  $t=t_1$ 、 $t=-2$ 、 $t=0$  的图象如下图所示：



由图象可知，直线  $t=t_1$  与函数  $t=f(x)+1$  的图象有两个交点，

直线  $t=0$  与函数  $t=f(x)+1$  的图象有两个交点，

直线  $t=-2$  与函数  $t=f(x)+1$  的图象有且仅有一个交点，

综上所述，函数  $y=f[f(x)+1]$  的零点个数为5.

故选：D.

8.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查同角三角函数基本关系，属基础题.

根据已知角的取值范围，直接利用同角三角函数基本关系式 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ 求解.

【解答】

解： $\because \alpha$ 为锐角，且 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$ ,

$$\therefore \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}.$$

故选：D.

9.【答案】BC

【解析】

【分析】

本题考查集合的交集运算，属基础题.

由交集定义得集合N中一定有元素4，5，一定没有元素1，2，3，由此能得到选项.

【解答】

解： $\because$ 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ ， $M\cap N=\{4,5\}$ ，

$\therefore$ 集合N中一定有元素4，5，一定没有元素1，2，3，

故A，D均错误，B，C均正确.

故选：BC.

10.【答案】ABC

【解析】

【分析】

本题考查一元二次函数的值域的求法，考查逻辑思维能力与推理运算能力，注意分类讨论，属中档题.

求出二次函数的对称轴方程 $x=2$ ，讨论 $m$ ，当 $0<m\leq 2$ 时，可知当 $m=2$ 时满足题意，当 $m>2$ 时，函数在 $[0,2]$ 上单调递减，在 $[2,m]$ 上单调递增，结合二次函数的对称性可得 $m$ 的可能取值，综合两种情况得到结果.

【解答】

解：函数 $y=x^2-4x-4$ 的对称轴方程为 $x=2$ ，

当 $0<m\leq 2$ 时，函数在 $[0,m]$ 上单调递减，

$x=0$ 时取最大值 $-4$ ， $x=m$ 时取最小值 $m^2-4m-4=-8$ ，解得 $m=2$ .

则当 $m>2$ 时，函数在 $[0,2]$ 上单调递减，在 $[2,m]$ 上单调递增，最小值为 $-8$ ，

而 $x=0$ 时 $y=-4$ ，由对称性可知， $x=4$ 时 $y=-4$ ，故 $m\leq 4$ ，

所以 $2<m\leq 4$ .

综上，实数 $m$ 的取值范围为 $2\leq m\leq 4$ .

$\therefore$  实数 $m$ 的值可能为2，3，4.

故选： $ABC$ .

11. 【答案】 $C$

【解析】

【分析】

本题主要考查函数解析式的求法，同时考查了运算求解的能力，属于基础题.

分别根据函数解析式求出 $f(2x)$ 与 $2f(x)$ ，看其是否相等，从而可得到所求.

【解答】

解： $f(x)=|x|$ ， $f(2x)=|2x|=2|x|=2f(x)$ ，故满足条件；

$f(x)=x-|x|$ ， $f(2x)=2x-|2x|=2(x-|x|)=2f(x)$ ，故满足条件；

$f(x)=x+1$ ， $f(2x)=2x+1\neq 2(x+1)=2f(x)$ ，故不满足条件；

$f(x)=-x$ ， $f(2x)=-2x=2(-x)=2f(x)$ ，故满足条件；

故选： $C$ .

## 12. 【答案】ACD

【解析】

【分析】

本题主要考查指数函数的性质及指数的运算法则，属于中档题.

由函数 $y=a^t$ 图象经过 $(1,2)$ 可得函数解析式 $y=2^t$ ，再根据 $2^{t+1}-2^t=2^t$ 判断 $A$ 、 $B$ 即可， $C$ 选项代入即可，根据指数运算性质判断 $D$ ，得到结果.

【解答】

解：由图可知，函数 $y=a^t$ 图象经过 $(1,2)$ ，即 $a^1=2$ ，则 $a=2$ ，

$$\therefore y=2^t,$$

$\therefore 2^{t+1}-2^t=2^t$ 不是常数，则蓝藻每个月面积是上个月的2倍，

则每个月的增长率为100，故 $A$ 对， $B$ 错；

当 $t=6$ 时， $y=2^6=64>60$ ，故 $C$ 对；

若蓝藻面积蔓延到 $2m^2$ ， $3m^2$ ， $6m^2$ 所经过的时间分别是 $t_1$ ， $t_2$ ， $t_3$ ，则 $2^{t_1}=2$ ， $2^{t_2}=3$ ， $2^{t_3}=6$ ， $2^{t_1+t_2}=2^{t_1} \cdot 2^{t_2}=2 \times 3=6$ ，则 $t_1+t_2=t_3$ ，故 $D$ 对；

故选：ACD.

## 13. 【答案】 $[4, +\infty)$

【解析】

【分析】

本题主要考查了对数的运算性质，以及基本不等式的应用，属于中档题.

由对数运算可知 $a=\frac{b}{1-\frac{1}{b}}=b-1+\frac{1}{b-1}+2$ ，利用对数的真数大于零， $\begin{cases} b>0 \\ \frac{b^2}{b-1}>0 \end{cases}$ 得到 $b>1$ ，再利用基本不等式即可

求出 $a$ 的取值范围.

【解答】

解： $\because \lg a - \lg b = \lg(a-b)$ ， $\therefore \lg \frac{a}{b} = \lg(a-b)$ ，

$$\therefore \frac{a}{b} = a-b, \therefore a - \frac{a}{b} = b,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/916212020143010045>