广东省茂名市高州中学2023-2024学年高二下学期期中考试数学试题

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．设随机变量 X 的概率分布列为：

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	m	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

则 $P\left(\left|X-2\right|\le 1\right)=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{5}{6}$　　D．$\frac{5}{12}$

2．掷红蓝两个均匀的骰子，观察朝上的面的点数，记事件 A_1：红骰子的点数为 2，A_2：红骰子的点数为 3，A_3：两个骰子的点数之和为 7，A_4：两个骰子的点数之和为 9，则（　）

A．A_1 与 A_2 对立　　B．A_3 与 A_4 不互斥

C．A_1 与 A_3 相互独立　　D．A_2 与 A_4 相互独立

3．若 $\mathrm{C}_{24}^{m}=\mathrm{C}_{24}^{m+2}$，则 $\mathrm{C}_3^2+\mathrm{C}_4^2+\cdots+\mathrm{C}_m^2$ 的值为（　）

A．83　　B．119　　C．164　　D．219

4．已知 $\frac{C_{n-1}^{5}+C_{n-3}^{3}}{C_{n-3}^{3}}=\frac{19}{5}$，则 n 的值是（　）

A．9　　B．7　　C．9 或 -6　　D．8

5．若一组样本数据 $y_1,y_2,\ldots,y_n$ 的期望和方差分别为 $2,0.04$，则数据 $5y_1+1,5y_2+1,5y_3+1,\ldots,5y_n+1$ 的期望和方差分别为（　）

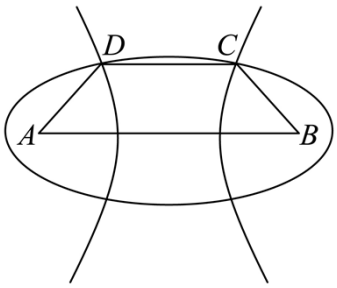
A．$3,1$　　B．$11,1$　　C．$3,0.2$　　D．$11,0.2$

6

．2024 年 3 月 16 日下午 3 点，在贵州省黔东南苗族侗族自治州榕江县“村超”足球场，伴随平地村足球队在对阵口寨村足球队中踢出的第一脚球，2024 年第二届贵州“村超”总决赛阶段的比赛正式拉开帷幕.某校足球社的五位同学准备前往村超球队所在村寨调研，将在第一天前往平地村、口寨村、忠诚村，已知每个村至少有一位同学前往，五位同学都会进行选择并且每位同学只能选择其中一个村，若学生甲和学生乙必须选同一个村，则不同的选法种数是（　）

A．18　　B．36　　C．54　　D．72

7．如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB=2CD=2\sqrt{2},AD=1$.若 A,B 是椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的两个公共焦点，C,D 是 C_1 与 C_2 的两个交点，则 C_1 与 C_2 的离心率之积为（　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

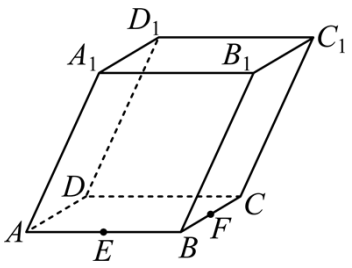
8．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.若 $f(1)=\mathrm{e}$，且 $f'(x)+\mathrm{e}^x<f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，则不等式 $f(x)<(2-x)\mathrm{e}^x$ 的解集为（　）

A．$(-\infty,2)$　　B．$(2,+\infty)$

C．$(-\infty,1)$　　D．$(1,+\infty)$

二、多选题

9．如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是 AB,BC 的中点，以 A 为顶点的三条棱长都是 $2,\angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle BAD=60^\circ$，则下列说法正确的是（　）



A．EF // 平面 A_1C_1D

B．$AC_1 \perp$平面A_1BD

C．$AC_1 = 3\sqrt{2}$

D．AC_1与AC夹角的余弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

10．若$(2x-1)^{10} = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{10}(x-1)^{10}$，$x \in \mathbf{R}$，则（　）

A．$a_0 = 1$

B．$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 3^{10}$

C．$a_2 = 180$

D．$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 10a_{10} = 10 \times 3^9$

11．画法几何的创始人——法国数学家加斯帕尔·蒙日发现：椭圆的两条切线互相垂直，则两切线的交点位于一个与椭圆同中心的圆上，称此圆为该椭圆的蒙日圆．已知椭圆$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$，$F_1$，$F_2$分别为椭圆的左、右焦点，$F_2(\sqrt{2}, 0)$，其短轴上的一个端点到$F_2$的距离为$\sqrt{3}$，点A在椭圆上，直线$l: bx + ay - a^2 - b^2 = 0$，则（　）

A．直线l与蒙日圆相切

B．椭圆C的蒙日圆方程为$x^2 + y^2 = 2$

C．若点P是椭圆C的蒙日圆上的动点，过点P作椭圆C的两条切线l_1，l_2，分别交蒙日圆于M，N两点，则MN的长恒为4

D．记点A到直线l的距离为d，则$d - |AF_2|$的最小值为$2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

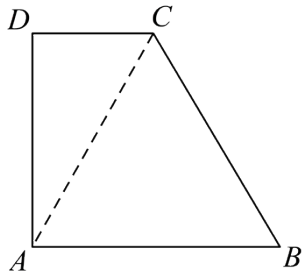
三、填空题

12．$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + y\right)^5$的展开式中$y$的系数为_____.

13．第三次人工智能浪潮滚滚而来，以ChatGPT发布为里程碑，开辟了人机自然交流的新纪元．ChatGPT所用到的数学知识并非都是遥不可及的高深理论，概率就被广泛应用于ChatGPT中，某学习小组设计了如下问题进行研究：甲和乙两个箱子中各装有5个大小相同的小球，其中甲箱中有3个红球、2个白球，乙箱中有4个红球、1个白球，从甲箱中随机抽出2个球，在已知抽到红球的条件下，则2个球都是红球的概率为_____

；掷一枚质地均匀的骰子，如果点数小于等于 4，从甲箱子中随机抽出 1 个球；如果点数大于等于 5，从乙箱子中随机抽出 1 个球，若抽到的是红球，则它是来自乙箱的概率是_____.

14．如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，$AB=BC=2CD=2$，$AD=\sqrt{3}$，$\angle ADC=90°$，将$\triangle ACD$沿 AC 折起，使点 D 到达点 P 位置，此时二面角 $P-AC-B$ 为$120°$，连接 PB，得到三棱锥 $P-ABC$，则该三棱锥外接球的表面积为_____.



四、解答题

15．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$2S_n=2a_n+n^2-1$.

(1)求a_n；

(2)求数列$\left\{\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$的前 n 项和T_n.

16．如图 1，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2BC=2\sqrt{2}$，点 E 为CD 的中点，现将$\triangle ADE$沿 AE 折起，使得平面 $ADE\perp$平面 $ABCE$，得到如图 2 所示的四棱锥 $D-ABCE$，点 P 为棱 DB 上一点.

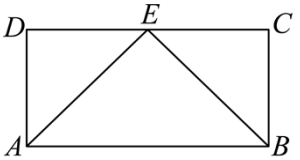


图1

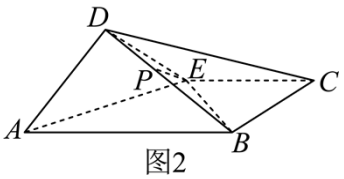


图2

(1)证明：$AD\perp BE$；

(2)是否存在点 P，使得直线 EP 与平面 BCD 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{33}}{11}$？若存在，求$DP:DB$的值；若不存在，请说明理由.

17．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为$A(-2,0)$，两个焦点与短轴一个顶点构成等边三角形，过点$P(1,0)$且与 x 轴不重合的直线 l 与椭圆交于M,N两点.

(1)求椭圆C的方程；

(2)若过点P且平行于AM的直线交直线$x=\frac{5}{2}$于点Q，求证：直线NQ恒过定点.

18．某校为了解高三年级1200名学生对成语的掌握情况，举行了一次“成语测试”比赛．从中随机抽取120名学生，统计结果如下：获奖人数与不获奖人数之比为$2:1$，其中获奖人数中，女生占$\frac{1}{4}$，不获奖人数中，女生占$\frac{1}{2}$.

(1)现从这120名学生中随机抽取1名学生，求恰好是女生的概率；

(2)对获奖学生采用按性别分层随机抽样的方法选取8人，参加赛后经验交流活动．若从这8人中随机选取2人.

①求在2人中有女生入选的条件下，恰好选到1名男生和1名女生的概率；

②记X为入选的2人中的女生人数，求随机变量X的分布列及数学期望.

19．已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{x}-mx, x\in(0,+\infty)$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)若函数$g(x)=f(x)-x\ln x-1$有两个零点x_1,x_2，

（一）求m的取值范围；

（二）求证：$x_1x_2<1$.

参考答案：

1．C

【分析】根据对立事件的概率公式求解即可.

【详解】依题意，$|X-2|\le 1\Leftrightarrow 1\le X\le 3$，即事件$|X-2|\le 1$的对立事件是$X=4$的事件，

所以$P(|X-2|\le 1)=1-P(X=4)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

故选：C

2．C

【分析】根据事件的对立与互斥的概念判断 AB；利用$P(A)P(B)=P(AB)$是否成立来判断 CD.

【详解】对于 A，事件A_1：红骰子的点数为2，A_2：红骰子的点数为3，A_1与A_2互斥但不对立，因为红骰子的点数还有其他情况，比如4，A 错误；

对于 B，A_3：两个骰子的点数之和为7，A_4：两个骰子的点数之和为9，A_3与A_4不可能同时发生，故A_3与A_4互斥，B 错误；

对于 C，两个骰子的点数之和为7的情况有$1+6=2+5=3+4=4+3=5+2=6+1$，

则$P(A_1)=\frac{1}{6},P(A_3)=\frac{6}{6\times 6}=\frac{1}{6},P(A_1A_3)=\frac{1}{6\times 6}$，

所以$P(A_1)P(A_3)=P(A_1A_3)$，所以A_1与A_3相互独立，C 正确；

对于 D，两个骰子的点数之和为9的情况有$3+6=4+5=5+4=6+3$，

$P(A_2)=\frac{1}{6},P(A_4)=\frac{4}{6\times 6}=\frac{1}{9},P(A_2A_4)=\frac{1}{6\times 6}=\frac{1}{36}$，所以$P(A_2)P(A_4)\ne P(A_2A_4)$，D 错误.

故选：C.

3．D

【分析】根据组合数的性质求出 m 的值，再利用组合数的性质，即可求得答案.

【详解】由于$C_{24}^{m}=C_{24}^{m+2}$，故$m+m+2=24,\therefore m=11$，

则$C_3^2+C_4^2+\cdots+C_m^2=C_3^3+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{11}^2-1$

$=C_4^3+C_4^2+\cdots+C_{11}^2-1=\text{L}\ =C_{12}^3-1=219$，

故选：D

4．A

【分析】根据组合数的计算公式得到结果.

【详解】由$\frac{C_{n-1}^5+C_{n-3}^3}{C_{n-3}^3}=\frac{19}{5}$可得$\frac{C_{n-1}^5}{C_{n-3}^3}+1=\frac{19}{5}$，即$\frac{C_{n-1}^5}{C_{n-3}^3}=\frac{14}{5}$，即$C_{n-1}^5=\frac{14}{5}C_{n-3}^3$，

所以$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{5!}=\frac{14}{5}\times\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{3!}$，化简可得$n^2-3n-54=0$，

解得$\boldsymbol{n=9}$（负值舍去）.

故选：A

5．B

【分析】根据期望、方差的性质，结合原数据集中期望、方差求新数据集的期望、方差即可.

【详解】由原样本数据集y中$E(y)=2,D(y)=0.04$，而新数据集为$5y+1$，

所以新数据集中$E(5y+1)=5\times E(y)+1=11$，$D(5y+1)=25\times D(y)=1$.

故选：B

6．B

【分析】分$3,1,1$和$2,2,1$两种情况，分别求出不同的选法再相加即可.

【详解】若五位同学最终选择为$3,1,1$，先选择一位同学和学生甲和学生乙组成 3 人小组，

剩余两人各去一个村，进行全排列，此时有$C_3^1A_3^3=18$种选择，

若五位同学最终选择为$2,2,1$，将除了甲乙外的三位同学分为两组，再进行全排列，

此时有$C_3^2C_1^1A_3^3=18$种选择，

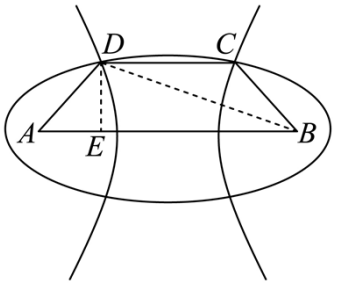
综上，共有$18+18=36$种选择.

故选：B

7．C

【分析】判定梯形的形状，再借助图形性质及椭圆、双曲线定义求出离心率的表达式即可计算得解.

【详解】依题意，由对称性知，四边形$ABCD$是等腰梯形，过D作$DE\perp AB$于E，连接BD，



则$|AE|=\frac{|AB|-|CD|}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$|DE|=\sqrt{|AD|^2-|AE|^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在Rt△BDE中，$|BD|^2=(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2=5$，

所以C_1与C_2的离心率之积为$\frac{|AB|}{|DB|+|DA|}\cdot\frac{|AB|}{||DB|-|DA||}=\frac{|AB|^2}{||DB|^2-|DA|^2|}=\frac{(2\sqrt{2})^2}{5-1}=2$.

故选：C

8．D

【分析】设$g(x)=\frac{f(x)}{e^x}+x$，利用导数求得$g(x)$在R上单调递减，把不等式转化为$g(x)<g(1)$，即可求解.

【详解】设函数$g(x)=\frac{f(x)}{e^x}+x$，可得$g'(x)=\frac{f'(x)e^x-f(x)\cdot e^x}{e^{2x}}+1=\frac{f'(x)-f(x)+e^x}{e^x}<0$，

所以函数$g(x)$在R上单调递减，

由$f(x)<(2-x)e^x$，可得$f(x)+xe^x<2e^x$，即$\frac{f(x)}{e^x}+x<2=\frac{f(1)}{e}+1$，

可得$g(x)<g(1)$，所以$x>1$，即不等式$f(x)<(2-x)e^x$的解集为$(1,+\infty)$.

故选：D.

9．ABD

【分析】根据线面平行、线面垂直、空间距离、线线角等知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

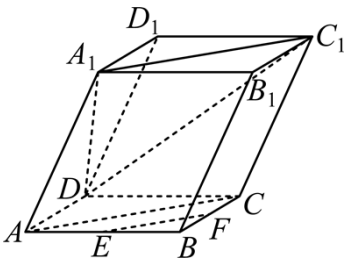
【详解】A选项，连接EF,AC,A_1C_1,A_1D,C_1D，

由于E,F分别是AB,BC的中点，所以$EF//AC$，

根据棱柱的性质可知$AC//A_1C_1$，所以$EF//A_1C_1$，

由于$EF\not\subset$平面A_1C_1D，$A_1C_1\subset$平面A_1C_1D，

所以EF //平面A_1C_1D，所以A选项正确.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/916230242035010124