7.2.2 复数的乘、除运算

自主预习·新知导学

合作探究·释疑解惑

易　错　辨　析

自主预习・新知导学

一、复数的乘法法则及其运算律

1. 设$z_1=a+b\mathrm{i}$,$z_2=c+d\mathrm{i}$($a,b,c,d\in\mathbf{R}$),类比两个多项式相乘,应如何规定两复数相乘?

提示:两个复数相乘,类似于两个多项式相乘,只要在所得的结果中把i^2换成-1,并且把实部与虚部分别合并即可.即

$z_1z_2=(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=ac+bc\mathrm{i}+ad\mathrm{i}+bd\mathrm{i}^2=(ac-bd)+(bc+ad)\mathrm{i}$.

2. 复数的乘法满足交换律和结合律吗?

提示:满足.

3.(1)复数的乘法法则:设$z_1=a+b\mathrm{i}$,$z_2=c+d\mathrm{i}$($a,b,c,d\in\mathbf{R}$)是任意两个复数,那么它们的积$(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=$________________.

(2)复数乘法满足的运算律:对于任意$z_1,z_2,z_3\in\mathbf{C}$,有

交换律	$z_1z_2=$_____
结合律	$(z_1z_2)z_3=$_________
乘法对加法的分配律	$z_1(z_2+z_3)=$__________

4.若复数$z_1=1+i$,$z_2=3-i$,则$z_1 \cdot z_2$等于(　　)

A.4+2i　　B.2+i

C.2+2i　　D.3+4i

解析:$z_1 \cdot z_2=(1+i)(3-i)=3+3i-i-i^2=4+2i$.

答案:A

二、复数的除法法则

1. 设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$,则 z 的共轭复数$\overline{z}$等于什么?$z\overline{z}$是一个怎样的数?

提示:$\overline{z}=a-b\mathrm{i}$,$z\overline{z}=a^2+b^2$ 是一个实数.

2. 将式子$\frac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}(a,b,c,d\in\mathbf{R}$,且 $c+d\mathrm{i}\neq0)$的分子与分母都乘 $c-d\mathrm{i}$,根据复数的乘法法则,化简后的结果是什么?

提示:$\frac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}=\frac{(a+b\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}{(c+d\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$.

3.(1)复数除法的法则是:

$(a+bi)\div(c+di)=\dfrac{a+bi}{c+di}=$ __________________ $(a,b,c,d\in\mathbf{R}$,且 $c+di\neq 0)$.

由此可见,两个复数相除(除数不为0),所得的商是一个确定的_____.

(2)本质:复数的除法,其实质是分母"________",即分子分母都乘分母的"实数化因式"(__________).

4.i 是虚数单位,计算$\frac{1-2i}{2+i}$的结果为________.

解析:$\frac{1-2i}{2+i}=\frac{(1-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{(2-2)-i-4i}{5}=-i.$

答案:-I

三、实系数一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的求根公式

1.一元二次方程$x^2+1=0$在实数范围内有解吗?引入虚数单位i后,方程的解是什么?

提示:没有.$x=\pm$i.

2.你能用虚数单位i表示方程$(x+1)^2=-1$的解吗?

提示:能.$x=-1\pm$i.

3.在复数范围内,实系数一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的求根公式为:

(1)当 $\varDelta\geqslant0$ 时,$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

(2)当 $\varDelta<0$ 时,$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{-(b^2-4ac)}\,\mathrm{i}}{2a}$.

4. 在复数范围内,方程 $4x^2+9=0$ 的根为____________.

解析: 因为 $x^2=-\frac{9}{4}=\ \pm\frac{3}{2}\mathrm{i}\ \ {}^{2}$,所以 $x=\pm\frac{3}{2}\mathrm{i}$.

答案: $\pm\frac{3}{2}\mathrm{i}$

合作探究·释疑解惑

探究一

探究二

探究三

探究一 复数的乘法运算

【例1】 (1)$i(2+3i)=$(　　)

A.$3-2i$　　B.$3+2i$　　C.$-3-2i$　　D.$-3+2i$

(2)若复数$(1+ai)(2+i)$是纯虚数,则实数a等于(　　)

A.2　　B.$\frac{1}{2}$　　C.$-\frac{1}{2}$　　D.-2

(3)把复数 z 的共轭复数记作$\overline{z}$,i 为虚数单位,若 $z=1+i$,则$(1+z)\cdot\overline{z}=$____________.

解析:(1)$i(2+3i)=2i+3i^2=-3+2i$,故选D.

(2)$(1+ai)(2+i)=2-a+(1+2a)i$,要使复数为纯虚数,

有$2-a=0,1+2a\neq 0$,解得$a=2$.

(3)$\overline{z}=1-i,(1+z)\cdot\overline{z}=(1+1+i)(1-i)=(2+i)\cdot(1-i)=3-i$.

答案:(1)D　(2)A　(3)3-I