2024 届宁夏六盘山高级中学高三高考第一次模拟考试数学试题

注意事项

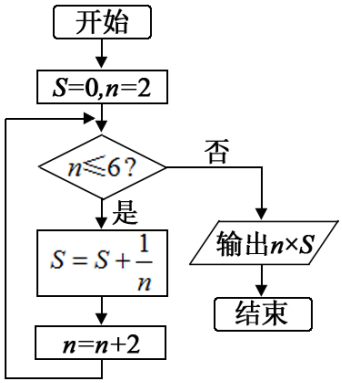
1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出的结果为（　　）



A．$\frac{11}{12}$　　B．6　　C．$\frac{11}{2}$　　D．$\frac{22}{3}$

2．在三角形 ABC 中，$a=1$，$\frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，求 $b\sin A=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

3．已知函数 $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$a=f\left(2^{0.3}\right)$，$b=f\left(0.2^{0.3}\right)$，$c=f\left(\log_{0.3}2\right)$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$b<a<c$　　B．$c<b<a$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

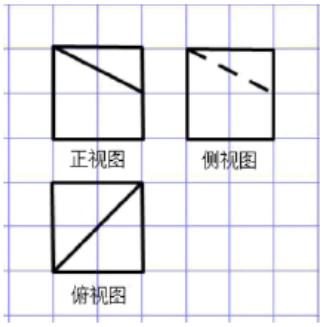
4．设 $a=\log_3 0.5$，$b=\log_{0.2}0.3$，$c=2^{0.3}$，则 a,b,c 的大小关系是(　　)

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

5．已知 A，B 是函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+x+a,x\le 0\\ x\ln x-a,x>0\end{cases}$ 图像上不同的两点，若曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 A，B 处的切线重合，则实数 a 的最小值是（　　）

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

6．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）为（　　）



A．$\frac{16}{3}$　　B．6　　C．$\frac{20}{3}$　　D．$\frac{22}{3}$

7．已知角α的顶点与坐标原点O重合，始边与x轴的非负半轴重合，它的终边过点$P(-3,-4)$，则$\tan\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$的值为（　　）

A．$-\frac{24}{7}$　　B．$-\frac{17}{31}$　　C．$\frac{24}{7}$　　D．$\frac{17}{31}$

8．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=-5$，$a_5+a_6+a_7=9$，若$b_n=\frac{3}{a_n}$（$n\in\mathbf{N}^*$），则数列$\{b_n\}$的最大值是（　　）

A．-3　　B．$-\frac{1}{3}$

C．1　　D．3

9．已知α，β是两平面，l，m，n是三条不同的直线，则不正确命题是（　　）

A．若$m\perp\alpha$，$n//\alpha$，则$m\perp n$　　B．若$m//\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$

C．若$l\perp\alpha$，$l//\beta$，则$\alpha\perp\beta$　　D．若$\alpha//\beta$，$l\subset\beta$，且$l//\alpha$，则$l//\beta$

10．在四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$AB=2$，$AD=5$，$BC=3$，$\angle A=60°$，点E在线段CB的延长线上，且$AE=BE$，点M在边CD所在直线上，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}$的最大值为（　　）

A．$-\frac{71}{4}$　　B．-24　　C．$-\frac{51}{4}$　　D．-30

11．设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_4=a_4+3$，则$a_2=$(　　)

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

12．设$\vec{a},\vec{b}$为非零向量，则“$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$”是“$\vec{a}$与$\vec{b}$共线”的（　　）

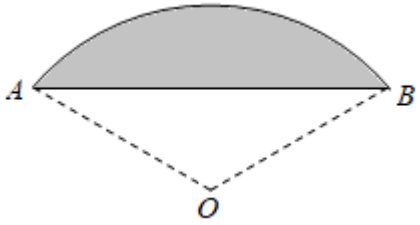
A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．《九章算术》是中国古代的数学名著，其中《方田》一章给出了弧田面积的计算公式．如图所示，弧田是由圆弧AB和其所对弦AB围成的图形，若弧田的弧AB长为4π，弧所在的圆的半径为6，则弧田的弦AB

长是_____，弧田的面积是_____.



14．某种圆柱形的如罐的容积为128π个立方单位，当它的底面半径和高的比值为_____.时，可使得所用材料最省.

15．已知直角坐标系中起点为坐标原点的向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，$\vec{c}=(m,1-m)$，$\vec{d}=(n,1-n)$，存在$\vec{a},\vec{b}$，对于任意的实数$m,n$，不等式$|\vec{a}-\vec{c}|+|\vec{b}-\vec{d}|\geq T$，则实数$T$的取值范围是_____.

16．某同学周末通过抛硬币的方式决定出去看电影还是在家学习，抛一枚硬币两次，若两次都是正面朝上，就在家学习，否则出去看电影，则该同学在家学习的概率为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足：$a_1=2,b_1=-1,\quad a_n=2a_{n-1}-b_{n-1},\quad b_n=2b_{n-1}-a_{n-1},\quad n\in N^*,n\geq 2$.

（1）求证:数列$\{a_n-b_n\}$为等比数列；

（2）求数列$\left\{\frac{3^n}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和$S_n$.

18．（12分）已知函数$f(x)=a^x-\log_a x-\mathrm{e}$，其中$a>1$，$e$为自然对数的底数.

（1）当$a=e$时，求函数$f(x)$的极值；

（2）设函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，求证：函数$f'(x)$有且仅有一个零点.

19．（12分）已知动圆*E*与圆$M:(x-1)^2+y^2=\frac{1}{4}$外切，并与直线$x=-\frac{1}{2}$相切，记动圆圆心*E*的轨迹为曲线*C*.

（1）求曲线*C*的方程；

（2）过点$Q(-2,0)$的直线*l*交曲线*C*于*A*，*B*两点，若曲线*C*上存在点*P*使得$\angle APB=90°$，求直线*l*的斜率*k*的取值范围.

20．（12分）已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n+2^{n+1}+1(n\in\mathbf{N}^*),\ a_1=1$，等差数列$\{b_n\}$满足$b_n+2n=2b_{n-1}+4(n=2,3,\cdots)$，

（1）分别求出$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

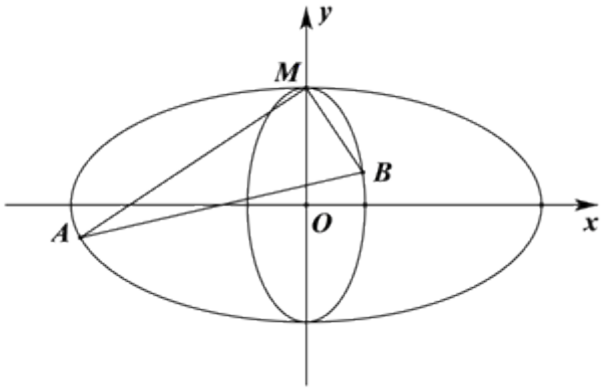
（2）设数列$\{a_n\}$的前*n*项和为S_n，数列$\left\{\frac{4\lg 2}{b_{n+1}\lg\frac{n-1+S_{n+1}}{n}}\right\}$的前*n*项和为$T_n$,证明：$T_n<1$.

21．（12分）如图，焦点在x轴上的椭圆C_1与焦点在y轴上的椭圆C_2都过点$M(0,1)$，中心都在坐标原点，且椭圆C_1

与C_2的离心率均为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆C_1与椭圆C_2的标准方程；

（Ⅱ）过点M的互相垂直的两直线分别与C_1，C_2交于点*A*，*B*（点*A*、*B*不同于点*M*），当ΔMAB的面积取最大值时，求两直线*MA*，*MB*斜率的比值.



22.（10分）已知$f\left(x\right)=x^3+ax^2-a^2x+2$.

（1）若$a\neq 0$，求函数$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）若不等式$2x\ln x\leq f'\left(x\right)+a^2+1$恒成立，求实数$a$的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

用列举法，通过循环过程直接得出S与n的值，得到n=8时退出循环,即可求得.

【详解】

执行程序框图，可得$S=0$，$n=2$，满足条件，$S=\frac{1}{2}$，n=4，满足条件，$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，$n=6$，满足条件，$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$，$n$=8，由题意，此时应该不满足条件，退出循环，输出*S*的值为$\frac{11}{12}\times 8=\frac{22}{3}$.

故选D.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的应用,正确依次写出每次循环得到的S与n的值是解题的关键,难度较易.

2、A

【解析】

利用正弦定理边角互化思想结合余弦定理可求得角B的值，再利用正弦定理可求得$b\sin A$的值.

【详解】

$\because \frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，由正弦定理得$\frac{b+c}{a}=\frac{a+b}{a+b-c}$，整理得$a^2+c^2-b^2=ac$，

由余弦定理得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，$\because 0<B<\pi$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$b\sin A=a\sin B=1\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用正弦定理求值，涉及正弦定理边角互化思想以及余弦定理的应用，考查计算能力，属于中等题.

3、B

【解析】

可判断函数$f\left(x\right)$在R上单调递增，且$2^{0.3}>1>0.2^{0.3}>0>\log_{0.3}2$，所以$c<b<a$.

【详解】

$\because f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}=1-\frac{2}{e^x+1}$在$R$上单调递增，且$2^{0.3}>1>0.2^{0.3}>0>\log_{0.3}2$，

所以$c<b<a$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查了函数单调性的判定，指数函数与对数函数的性质，利用单调性比大小等知识，考查了学生的运算求解能力.

4、A

【解析】

选取中间值0和1，利用对数函数$y=\log_3 x$，$y=\log_{0.2}x$和指数函数$y=2^x$的单调性即可求解.

【详解】

因为对数函数$y=\log_3 x$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增,

所以 $\log_3 0.5<\log_3 1=0$，

因为对数函数 $y=\log_{0.2} x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $0=\log_{0.2} 1<\log_{0.2} 0.3<\log_{0.2} 0.2=1$，

因为指数函数 $y=2^x$ 在 R 上单调递增，

所以 $2^{0.3}>2^0=1$，

综上可知，$a<b<c$.

故选：A

【点睛】

本题考查利用对数函数和指数函数的单调性比较大小；考查逻辑思维能力和知识的综合运用能力；选取合适的中间值是求解本题的关键；属于中档题、常考题型.

5、B

【解析】

先根据导数的几何意义写出 $f(x)$ 在 A,B 两点处的切线方程，再利用两直线斜率相等且纵截距相等，列出关系树，从而得出 $a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)$，令函数 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$，结合导数求出最小值，即可选出正确答案.

【详解】

解：当 $x\le 0$ 时，$f(x)=x^2+x+a$，则 $f'(x)=2x+1$；当 $x>0$ 时，$f(x)=x\ln x-a$

则 $f'(x)=\ln x+1$.设 $A\left(x_1,f(x_1)\right),B\left(x_2,f(x_2)\right)$ 为函数图像上的两点，

当 $x_1<x_2<0$ 或 $0<x_1<x_2$ 时，$f'(x_1)\ne f'(x_2)$，不符合题意，故 $x_1<0<x_2$.

则 $f(x)$ 在 A 处的切线方程为 $y-\left(x_1^2+x_1+a\right)=(2x_1+1)(x-x_1)$；

$f(x)$ 在 B 处的切线方程为 $y-x_2\ln x_2+a=(\ln x_2+1)(x-x_2)$.由两切线重合可知

$\begin{cases}\ln x_2+1=2x_1+1\\ -x_2-a=a-x_1^2\end{cases}$，整理得 $a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)(x_1\le 0)$.不妨设 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$

则 $g'(x)=x-e^{2x},g''(x)=1-2e^{2x}$，由 $g''(x)=0$ 可得 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$

则当 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$ 时，$g'(x)$ 的最大值为 $g'\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{2}<0$.

则 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，则 $a\ge g(0)=-\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了导数的几何意义，考查了推理论证能力，考查了函数与方程、分类与整合、转化与化归等思想方法.本题的难点是求出 a 和 x 的函数关系式.本题的易错点是计算.

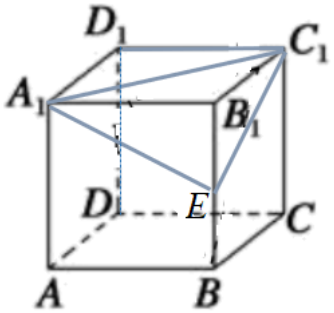
6、D

【解析】

根据几何体的三视图，该几何体是由正方体去掉三棱锥得到，根据正方体和三棱锥的体积公式可求解.

【详解】

如图,该几何体为正方体去掉三棱锥 $B_1-A_1C_1E$,



所以该几何体的体积为：$V=V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}-V_{B_1-A_1C_1E}=2\times2\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times1=\frac{22}{3}$,

故选：*D*

【点睛】

本题主要考查了空间几何体的三视图以及体积的求法，考查了空间想象力，属于中档题.

7、B

【解析】

根据三角函数定义得到 $\tan\alpha=\frac{4}{3}$，故 $\tan2\alpha=-\frac{24}{7}$，再利用和差公式得到答案.

【详解】

∵角 α 的终边过点 $P(-3,-4)$，$\therefore\tan\alpha=\frac{4}{3}$，$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{24}{7}$.

$\therefore\tan\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan2\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan2\alpha\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{-\frac{24}{7}+1}{1+\frac{24}{7}\times1}=-\frac{17}{31}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了三角函数定义，和差公式，意在考查学生的计算能力.

8、D

【解析】

在等差数列$\{a_n\}$中,利用已知可求得通项公式$a_n=2n-9$,进而$b_n=\frac{3}{a_n}=\frac{3}{2n-9}$,借助$f(x)=\frac{3}{2x-9}$函数的的单调性可知,当$n=5$时，$b_n$取最大即可求得结果.

【详解】

因为$a_5+a_6+a_7=9$，所以$3a_6=9$，即$a_6=3$，又$a_2=-5$，所以公差$d=2$，所以$a_n=2n-9$，即$b_n=\frac{3}{2n-9}$，因为函数$f(x)=\frac{3}{2x-9}$，在$x<4.5$时，单调递减，且$f(x)<0$；在$x>4.5$时，单调递减，且$f(x)>0$.所以数列$\{b_n\}$的最大值是b_5，且$b_5=\frac{3}{1}=3$，所以数列$\{b_n\}$的最大值是3.

故选:D.

【点睛】

本题考查等差数列的通项公式,考查数列与函数的关系,借助函数单调性研究数列最值问题,难度较易.

9、B

【解析】

根据线面平行、线面垂直和空间角的知识，判断A选项的正确性.由线面平行有关知识判断B选项的正确性.根据面面垂直的判定定理，判断C选项的正确性.根据面面平行的性质判断D选项的正确性.

【详解】

A．若$n//\alpha$，则在α中存在一条直线l，使得$l//n,\ m\perp\alpha,\ l\subset\alpha$，则$m\perp l$，又$l//n$，那么$m\perp n$，故正确；

B．若$m//\alpha,\ n//\alpha$，则$m//n$或相交或异面，故不正确；

C．若$l//\beta$，则存在$a\subset\beta$，使$l//\alpha$，又$l\perp\alpha,\ \therefore a\perp\alpha$，则$\alpha\perp\beta$，故正确.

D．若$\alpha//\beta$，且$l//\alpha$，则$l\subset\beta$或$l//\beta$，又由$l\not\subset\beta,\ \therefore l//\beta$，故正确.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查空间线线、线面和面面有关命题真假性的判断，属于基础题.

10、A

【解析】

依题意，如图以A为坐标原点建立平面直角坐标系，表示出点的坐标，根据$AE=BE$求出E的坐标，求出边CD所在直线的方程，设$M\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$，利用坐标表示$\overrightarrow{AM},\overrightarrow{ME}$，根据二次函数的性质求出最大值.

【详解】

解：依题意，如图以 A 为坐标原点建立平面直角坐标系，由 $AB=2$，$AD=5$，$BC=3$，$\angle A=60°$，

$\therefore A(0,0)$，$B\left(1,\sqrt{3}\right)$，$C\left(4,\sqrt{3}\right)$，$D(5,0)$

因为点 E 在线段 CB 的延长线上，设 $E\left(x_0,\sqrt{3}\right)$，$x_0<1$

Q $AE=BE$

$x_0{}^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(1-x_0\right)^2$ 解得 $x_0=-1$

$\therefore E\left(-1,\sqrt{3}\right)$

Q $C\left(4,\sqrt{3}\right)$，$D(5,0)$

$\therefore CD$ 所在直线的方程为 $y=-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$

因为点 M 在边 CD 所在直线上，故设 $M\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AM}=\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{ME}=\left(-1-x,\sqrt{3}x-4\sqrt{3}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}=x(-1-x)+\left(\sqrt{3}x-4\sqrt{3}\right)\left(-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

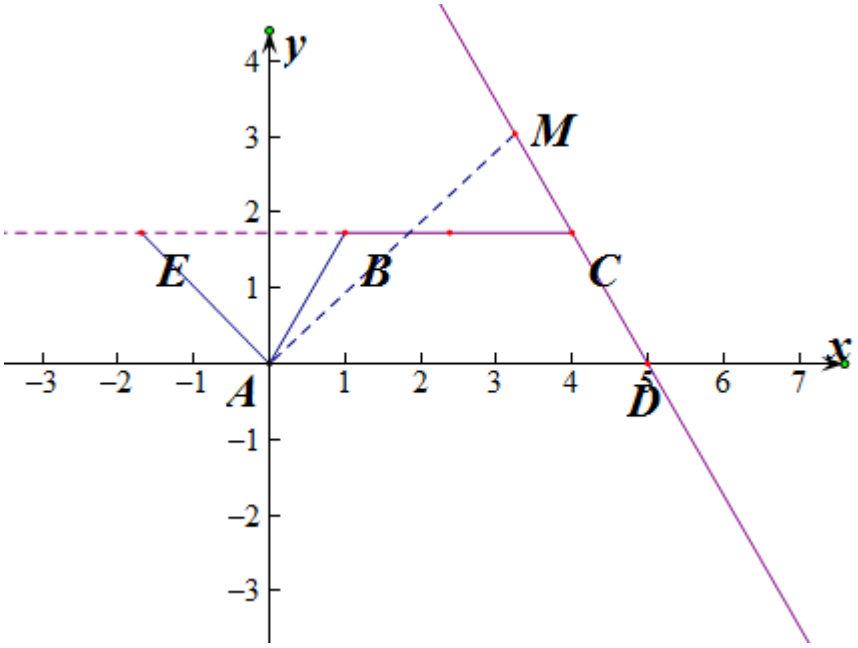
$=-4x^2+26x-60$

$=-4x^2+26x-60$

$=-4\left(x-\frac{13}{4}\right)^2-\frac{71}{4}$

当 $x=\frac{13}{4}$ 时 $\left(\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}\right)_{\max}=-\frac{71}{4}$

故选：A



【点睛】

本题考查向量的数量积，关键是建立平面直角坐标系，属于中档题.

11、C

【解析】

利用等差数列的性质化简已知条件，求得a_2的值.

【详解】

由于等差数列$\{a_n\}$满足$S_4=a_4+3$，所以$a_1+a_2+a_3+a_4=a_4+3$，$a_1+a_2+a_3=3$，$3a_2=3, a_2=1$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查等差数列的性质，属于基础题.

12、A

【解析】

根据向量共线的性质依次判断充分性和必要性得到答案.

【详解】

若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，且方向相同，充分性；

当$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，方向相反时，$|\vec{a}+\vec{b}|\neq|\vec{a}|+|\vec{b}|$，故不必要.

故选：A.

【点睛】

本题考查了向量共线，充分不必要条件，意在考查学生的推断能力.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/917024113155006141