

电工学（电工技术）第八版

第2章 电路的分析方法

第2章 电路的分析方法

2.1 电路的等效变换

2.2 支路电流法

2.3 回路电流法

2.4 结点电压法

2.5 叠加定理

2.6 戴维宁定理与诺顿定理

2.7 受控电源电路的分析

2.8 非线性电阻电路的分析

2.1 电路的等效变换

2.1.1 等效变换的概念

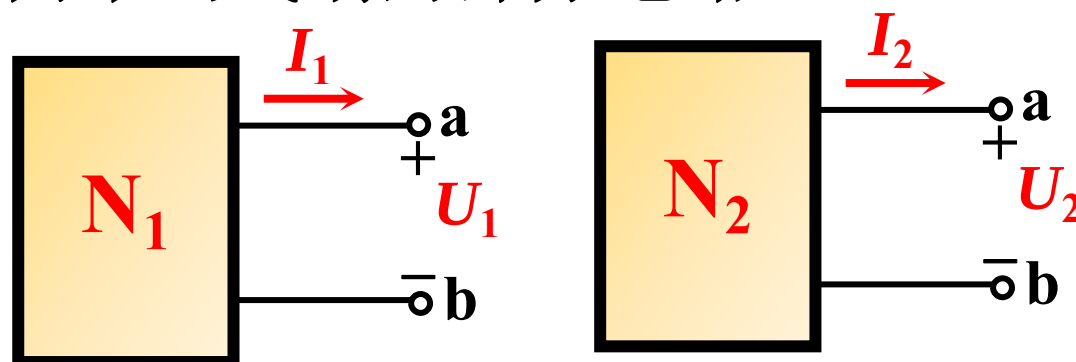
实际电路中有时电路结构比较复杂，元器件数量较多，为了便于分析和计算，可以在一定条件下对电路进行化简。

1. 二端网络的概念

二端网络：具有两个出线端的部分电路。

$$U_1 = U_2, \quad I_1 = I_2$$

则： N_1 、 N_2
互为等效网络



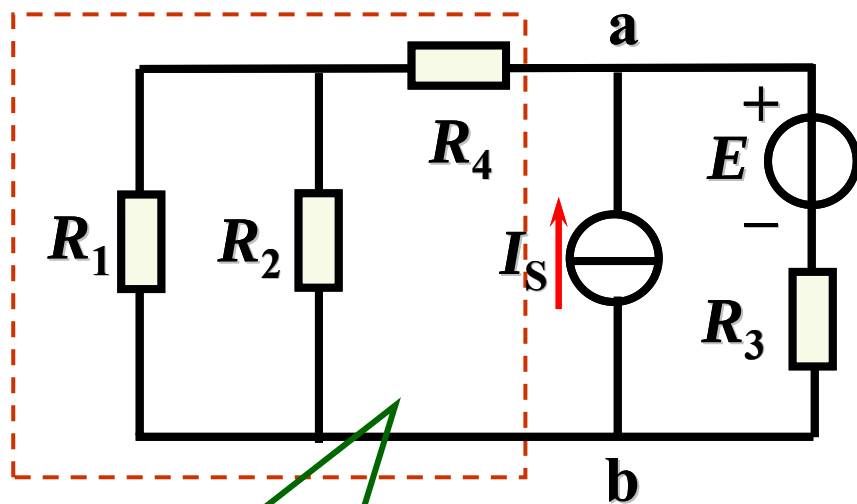
二端网络

2.1 电路的等效变换

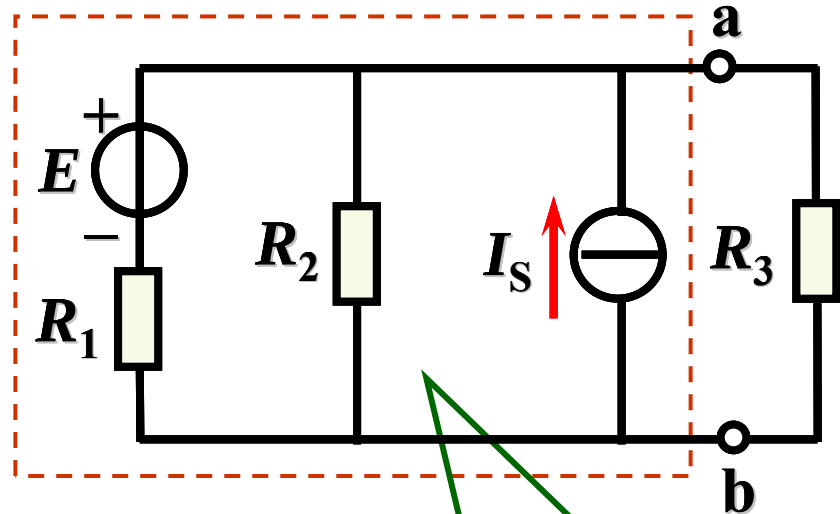
1. 二端网络的概念

无源二端网络：二端网络中没有电源。

有源二端网络：二端网络中含有电源。



无源二端网络



有源二端网络

2. 网络等效变换注意要点

(1) 等效只是针对网络的端口而言，对外等效，对内并不要求等效。

(2) 在等效条件下，两个互为等效的网络之间可以互相代换。

(3) 不同网络端口有不同的等效电路。如果外部各对应端点之间的伏安关系完全相同，这两个多端点网络互为等效。

(4) 等效变换只适合线性网络非线性网络之间一般不能进行等效变换。

2.1 电路的等效变换

2.1.2 电阻电路的等效变换

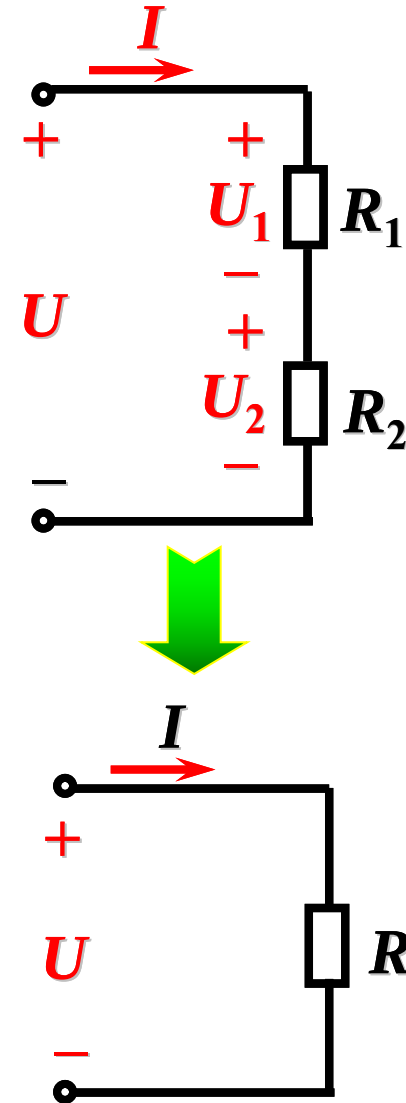
1. 电阻的串联

特点：

- (1) 各电阻一个接一个地顺序相连；
- (2) 各电阻中通过同一电流；
- (3) 等效电阻等于各电阻之和；

$$R = R_1 + R_2$$

- (4) 串联电阻上电压的分配与电阻成正比。



2.1 电路的等效变换

2.1.2 电阻电路的等效变换

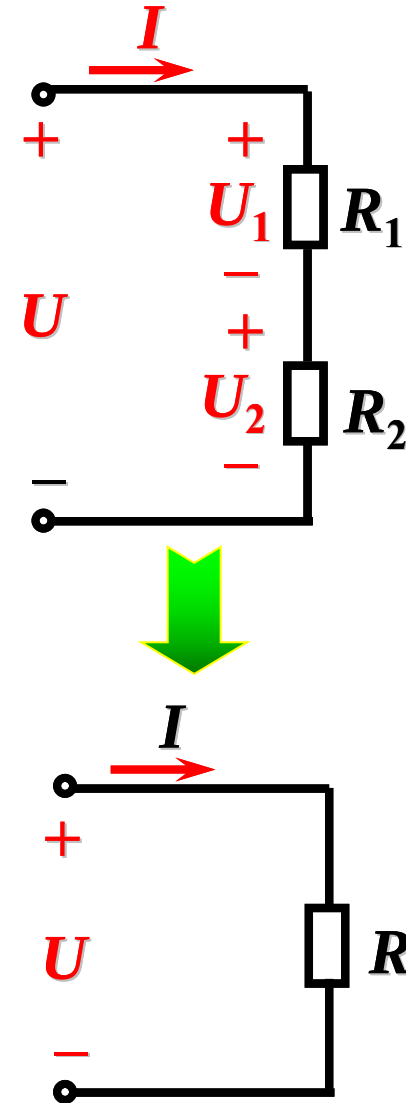
1. 电阻的串联

两电阻串联时的分压公式

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

应用：

降压、限流、调节电压等。



2.1 电路的等效变换

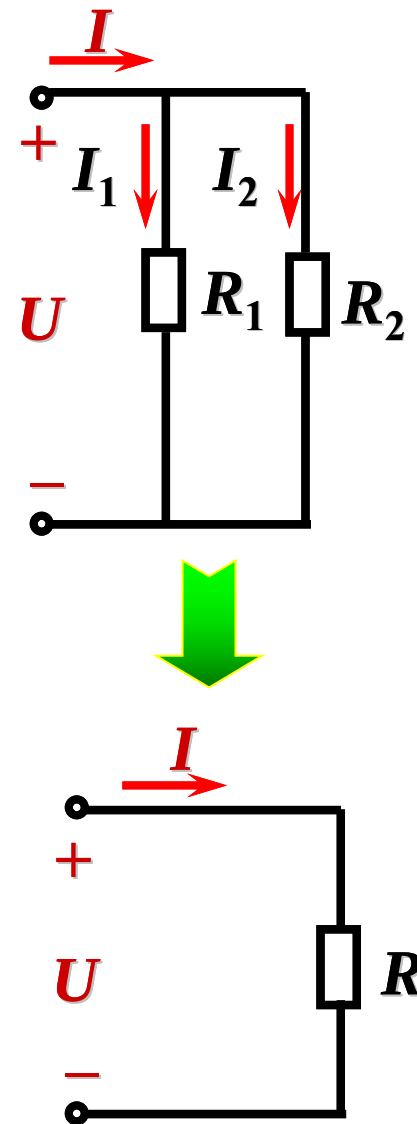
2. 电阻的并联

特点:

- (1) 各电阻连接在两个公共的结点之间;
- (2) 各电阻两端的电压相同;
- (3) 等效电阻的倒数等于各电阻倒数之和;

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- (4) 并联电阻上电流的分配与电阻成反比。



2.1 电路的等效变换

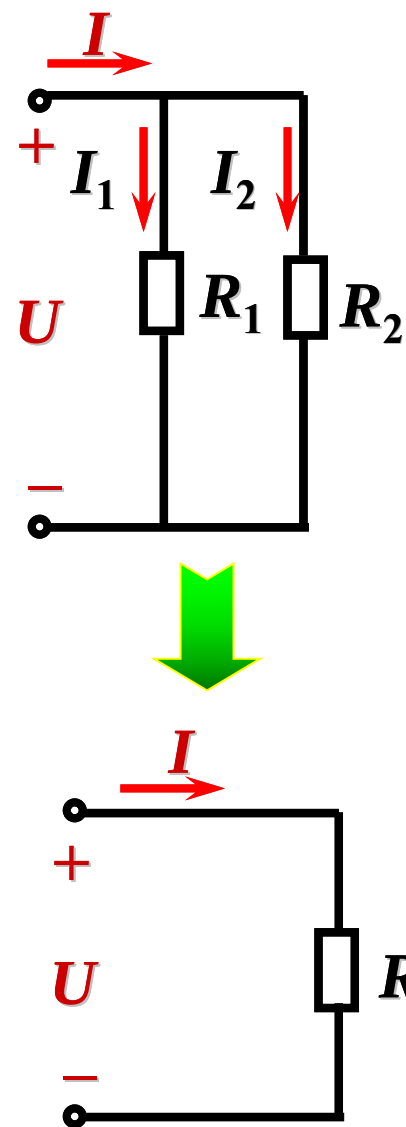
2. 电阻的并联

两电阻并联时的分流公式

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

应用：分流、调节电流等。

一般负载都是并联运用的。负载并联运用时，它们处在同一电压下，任何一个负载的工作情况基本上不受其它负载的影响。



2.1 电路的等效变换

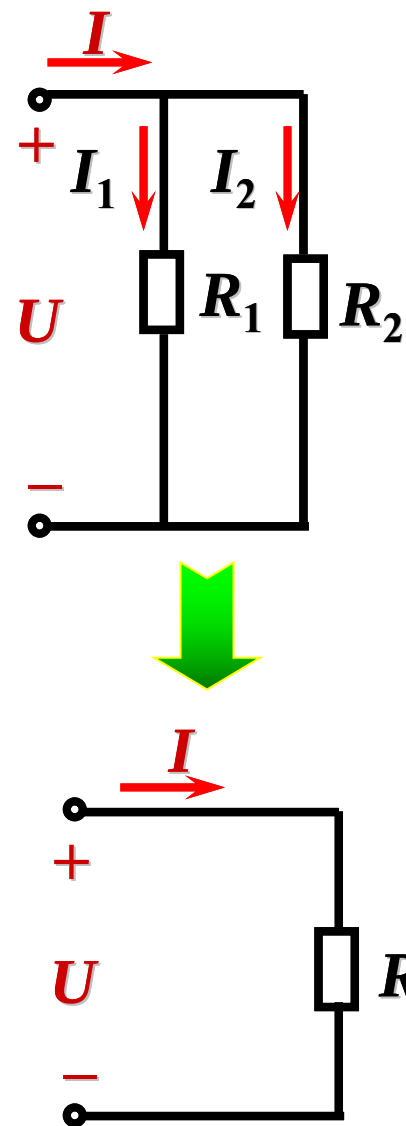
2. 电阻的并联

两电阻并联时的分流公式

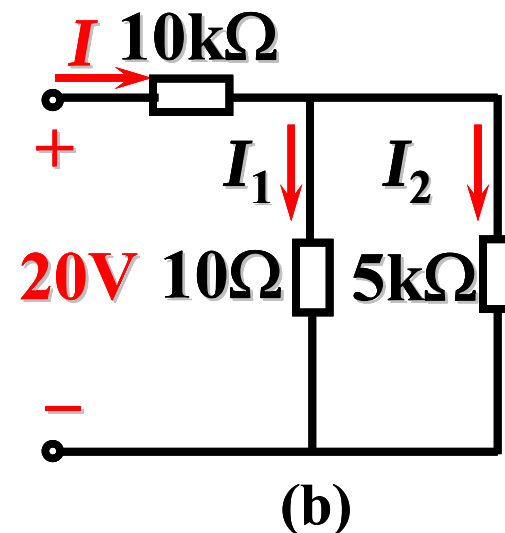
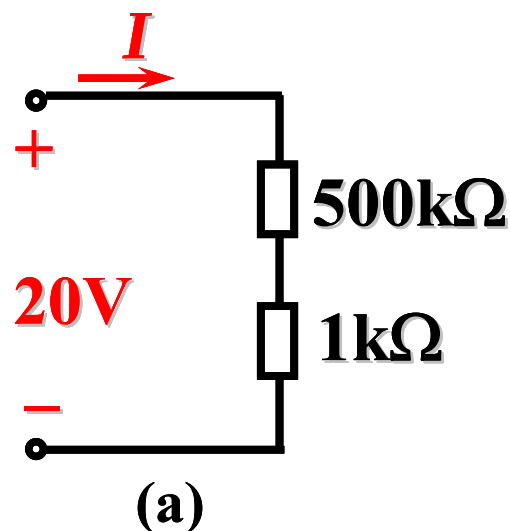
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

应用：分流、调节电流等。

并联的负载越多(负载增加), 则总电阻越小, 电路中的总电流和总功率也就越大。但是每个负载的电流和功率却没有变动。



例1： 试估算图示电路中的电流。

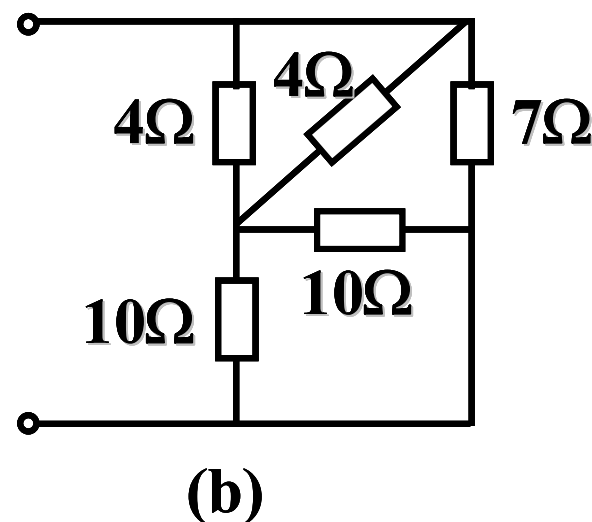
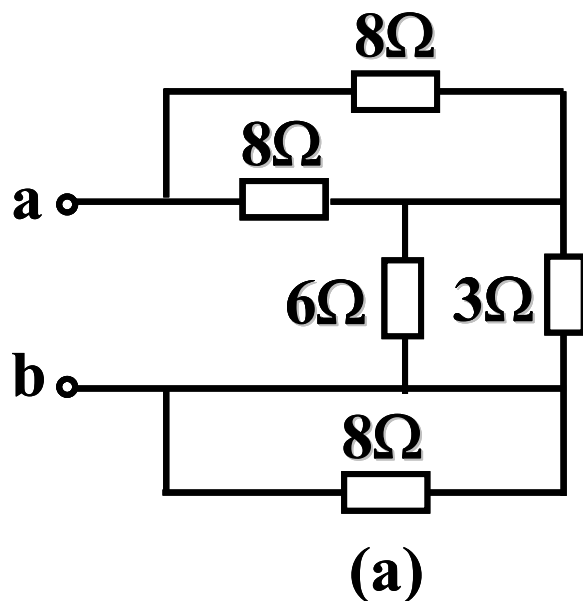


（有时不需要精确的计算，只需要估算）。

解： (a)
$$I \approx \frac{U}{R} = \frac{20\text{V}}{500\text{k}\Omega} = 0.04 \text{ mA}$$

(b)
$$I \approx \frac{U}{R} = \frac{20\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

例2： 计算图示电路中a、b间的等效电阻 R_{ab} 。



解： (a) $R_{ab} = 8\Omega // 8\Omega + 6\Omega // 3\Omega = 6\Omega$

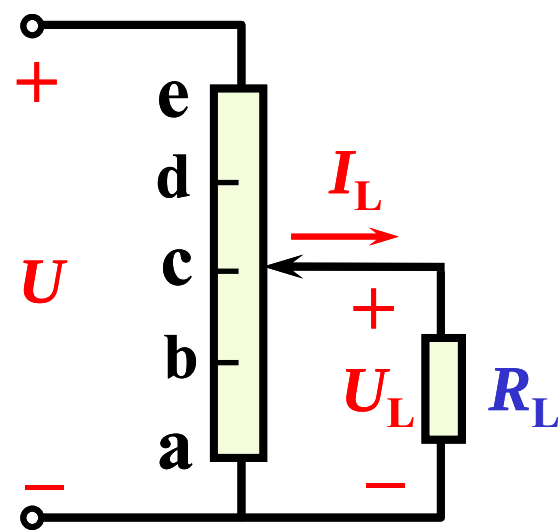
(b) $R_{ab} = (4\Omega // 4\Omega + 10\Omega // 10\Omega) // 7\Omega = 3.5\Omega$

例3: 图示为变阻器调节负载电阻 R_L 两端电压的分压电路。 $R_L = 50\ \Omega$ ， $U = 220\ \text{V}$ 。中间环节是变阻器，其规格是 $100\ \Omega$ 、 $3\ \text{A}$ 。今把它平分为四段，在图上用 a, b, c, d, e 点标出。求滑动点分别在 a, c, d, e 四点时，负载和变阻器各段所通过的电流及负载电压，并就流过变阻器的电流与其额定电流比较说明使用时的安全问题。

解：(1) 在 a 点：

$$U_L = 0\ \text{V} \quad I_L = 0\ \text{A}$$

$$I_{ea} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{220}{100}\ \text{A} = 2.2\ \text{A}$$

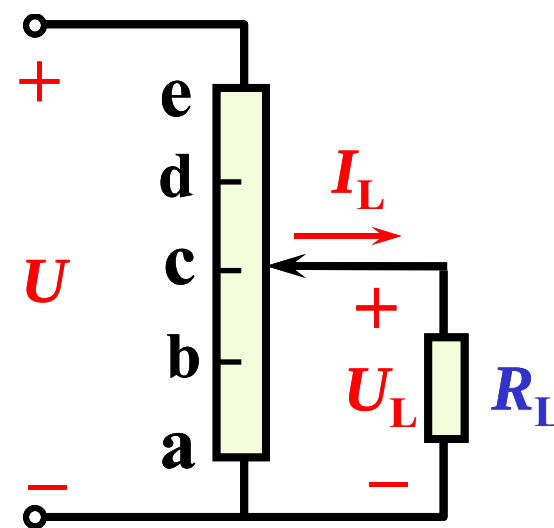


例3: 图示为变阻器调节负载电阻 R_L 两端电压的分压电路。 $R_L = 50\ \Omega$ ， $U = 220\ \text{V}$ 。中间环节是变阻器。其规格是 $100\ \Omega$ 、 $3\ \text{A}$ 。今把它平分为四段，在图上用 a ， b ， c ， d ， e 标出。试求滑动点分别在 a ， c ， d ， e 四点时，负载和变阻器各段所通过的电流及负载电压，并就流过变阻器的电流与其额定电流比较说明使用时的安全问题。

解：(1) 在 a 点：

$$U_L = 0\ \text{V} \quad I_L = 0\ \text{A}$$

$$I_{ea} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{220}{100}\ \text{A} = 2.2\ \text{A}$$



解：(2) 在 c 点：

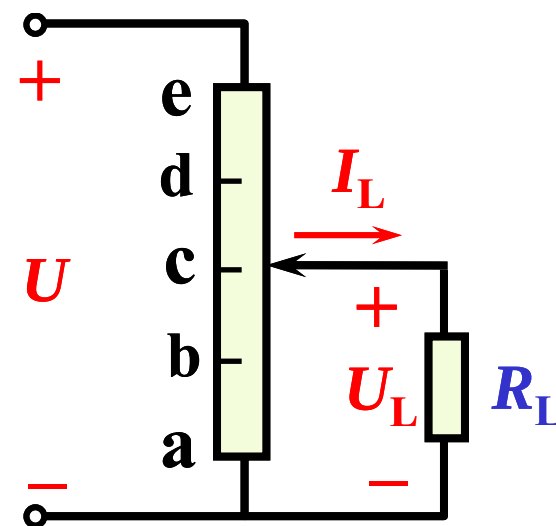
等效电阻 R' 为 R_{ca} 与 R_L 并联，再与 R_{ec} 串联，即

$$R' = \frac{R_{ca} R_L}{R_{ca} + R_L} + R_{ec} = \left(\frac{50 \times 50}{50 + 50} + 50 \right) = 75 \, \Omega$$

$$I_{ec} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{75} = 2.93 \, \text{A}$$

$$I_L = I_{ca} = \frac{2.93}{2} = 1.47 \, \text{A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50 \times 1.47 = 73.5 \, \text{V}$$



注意，这时滑动触点虽在变阻器的中点，但是输出电压不等于电源电压的一半，而是 **73.5 V**。

解：(3) 在 d 点：

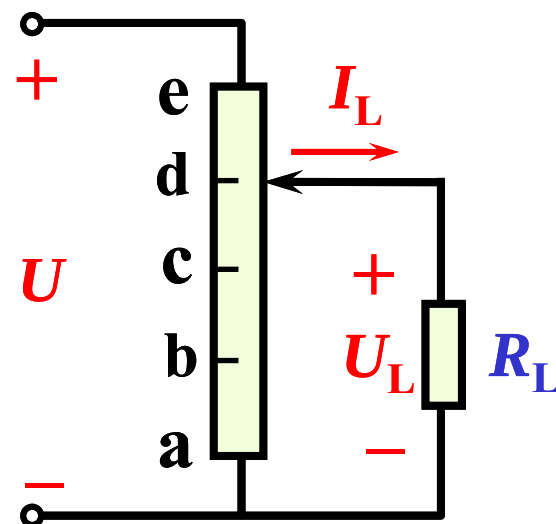
$$R' = \frac{R_{da} R_L}{R_{da} + R_L} + R_{ed} = \frac{75 \times 50}{75 + 50} + 25 = 55 \Omega$$

$$I_{ed} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{55} = 4 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{R_{da}}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{75}{75 + 50} \times 4 \text{ A} = 2.4 \text{ A}$$

$$I_{da} = \frac{R_L}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{50}{75 + 50} \times 4 \text{ A} = 1.6 \text{ A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50 \times 2.4 = 120 \text{ V}$$



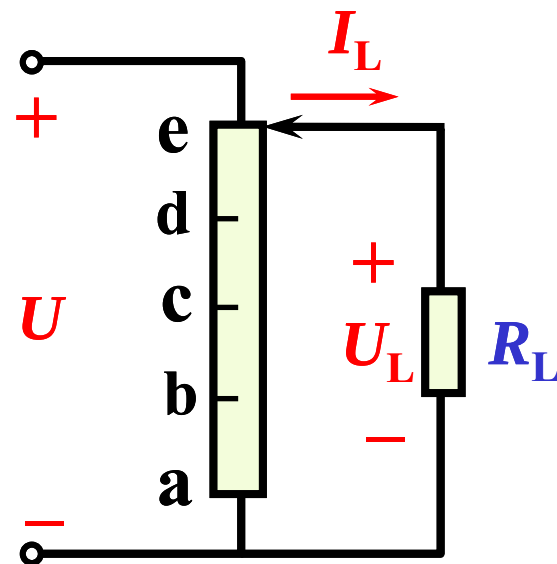
注意：因为
 $I_{ed} = 4 \text{ A} > 3 \text{ A}$ ，
ed 段有被烧
毁的可能。

解：(4) 在 e 点：

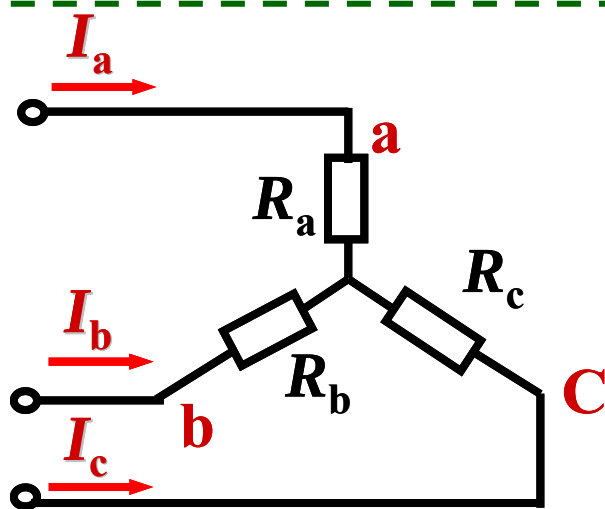
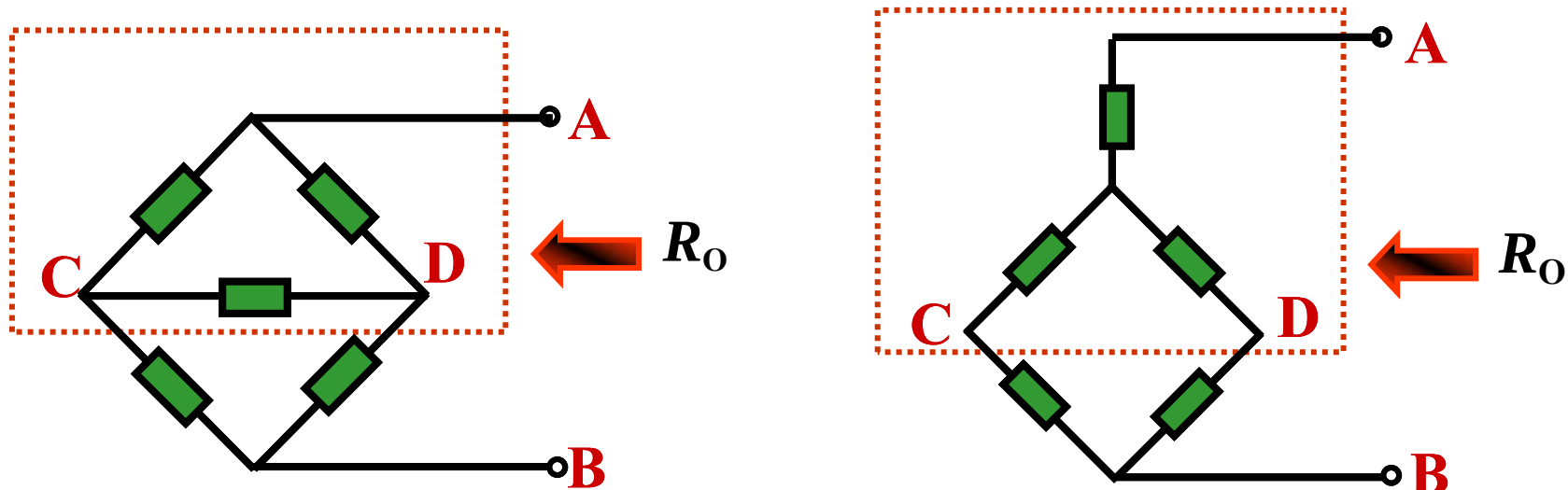
$$I_{\text{ea}} = \frac{U}{I_{\text{ea}}} = \frac{220}{100} = 2.2 \text{ A}$$

$$I_{\text{L}} = \frac{U}{R_{\text{L}}} = \frac{220}{50} = 4.4 \text{ A}$$

$$U_{\text{L}} = U = 220 \text{ V}$$

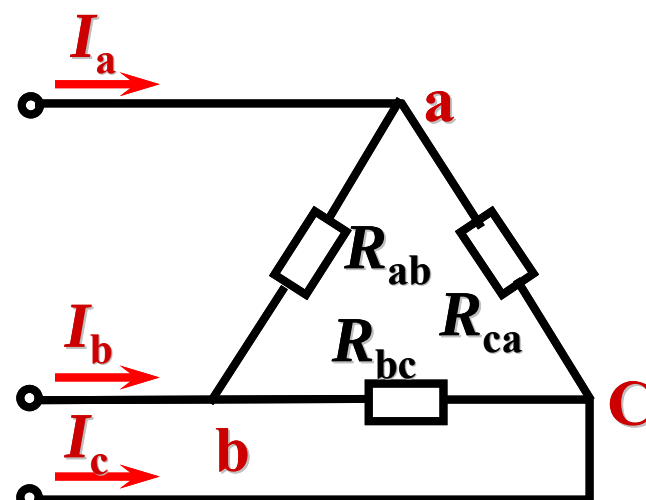


3. 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



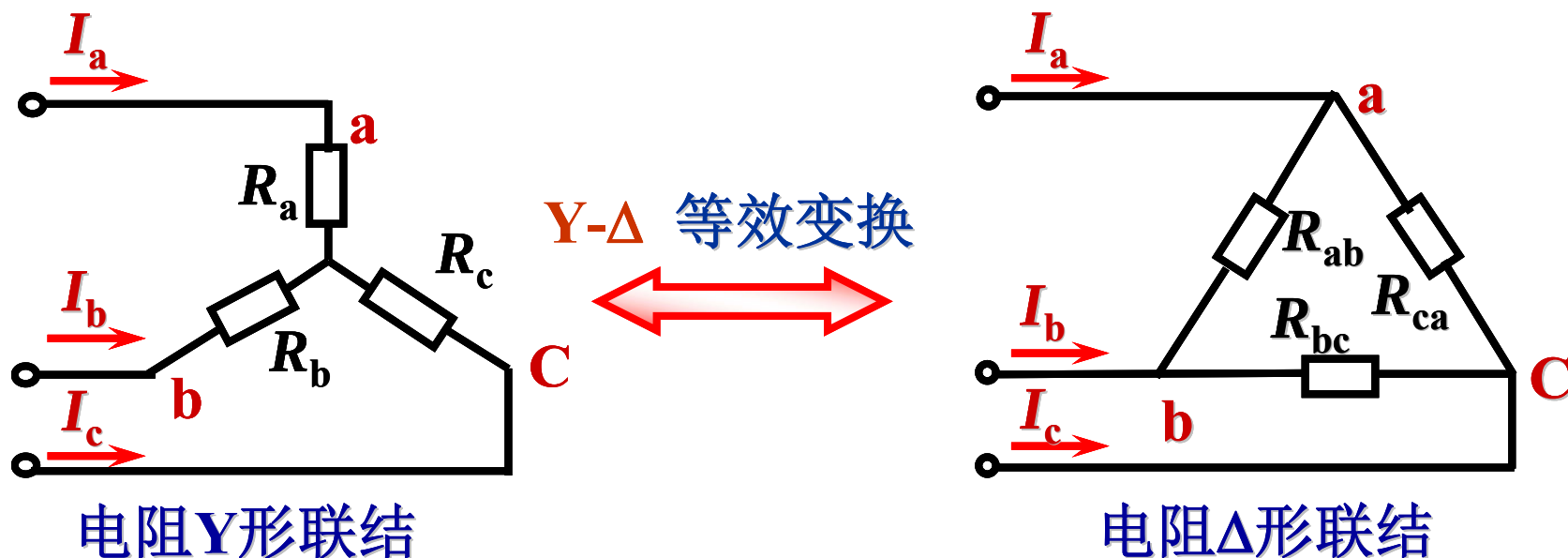
电阻Y形联结

Y- Δ 等效变换



电阻 Δ 形联结

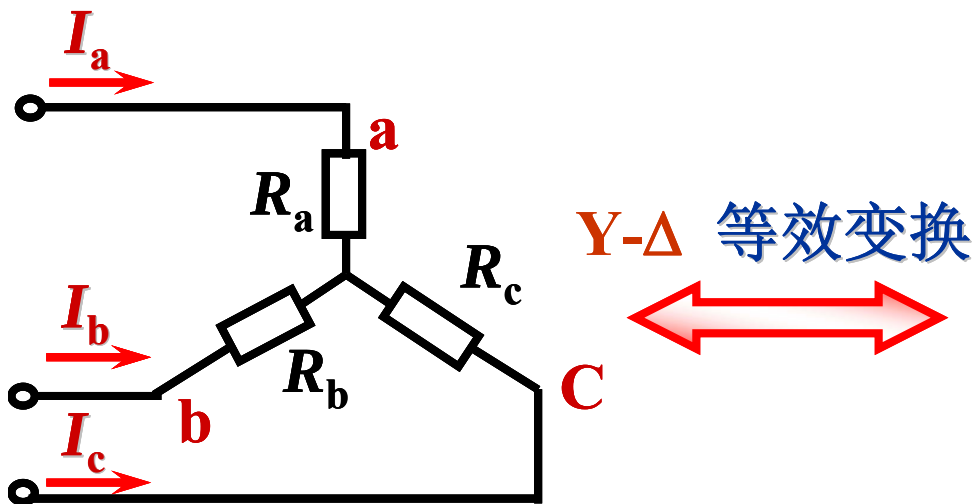
3. 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



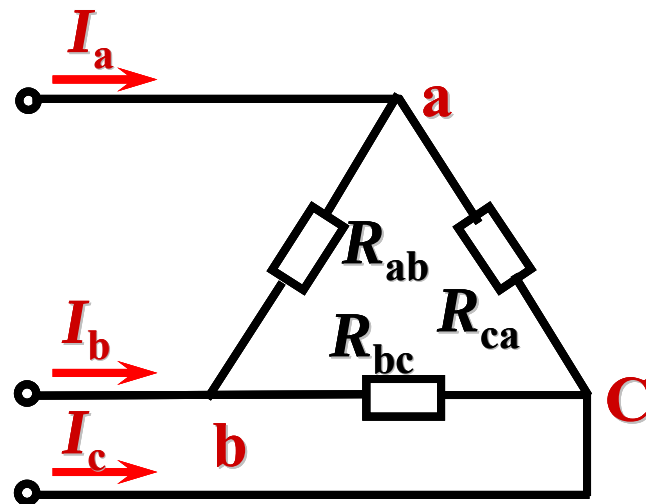
等效变换的条件:

对应端流入或流出的电流 (I_a 、 I_b 、 I_c) 一一相等，对应端间的电压 (U_{ab} 、 U_{bc} 、 U_{ca}) 也一一相等。

经等效变换后，不影响其它部分的电压和电流。



电阻Y形联结

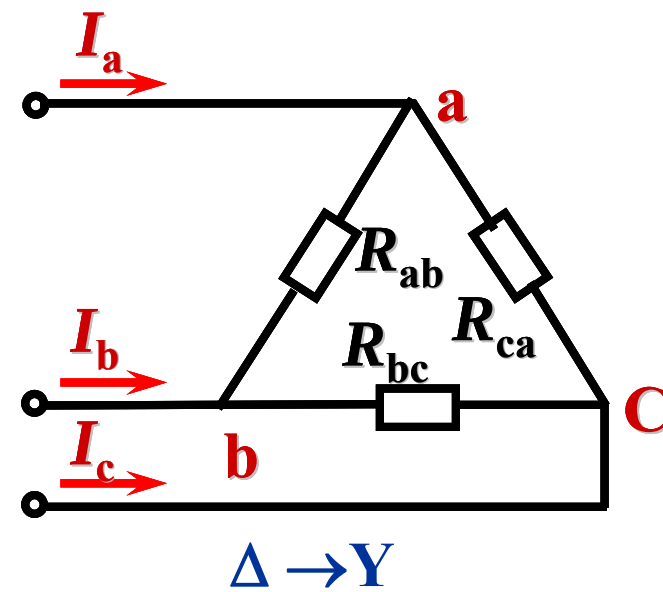
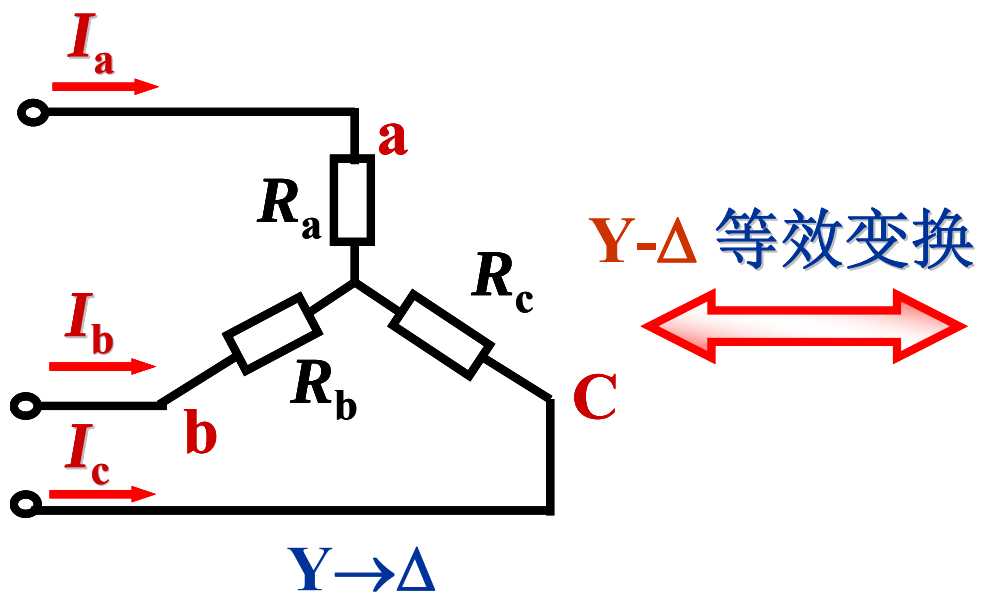


电阻Δ形联结

条件

$$\begin{cases} R_a + R_b = \frac{R_{ab}(R_{bc} + R_{ca})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\ R_b + R_c = \frac{R_{bc}(R_{ca} + R_{ab})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\ R_c + R_a = \frac{R_{ca}(R_{ab} + R_{bc})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \end{cases}$$

据此推出两者关系



$$R_{ab} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_c}$$

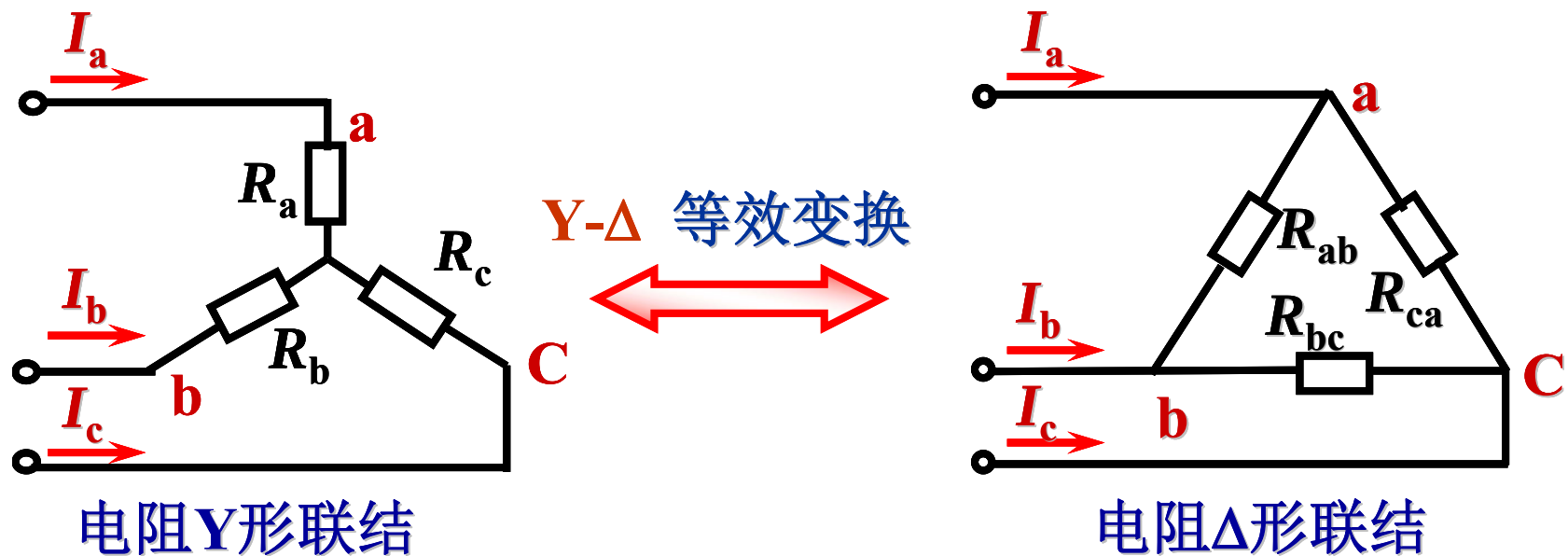
$$R_{bc} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a}$$

$$R_{ca} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_b}$$

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$



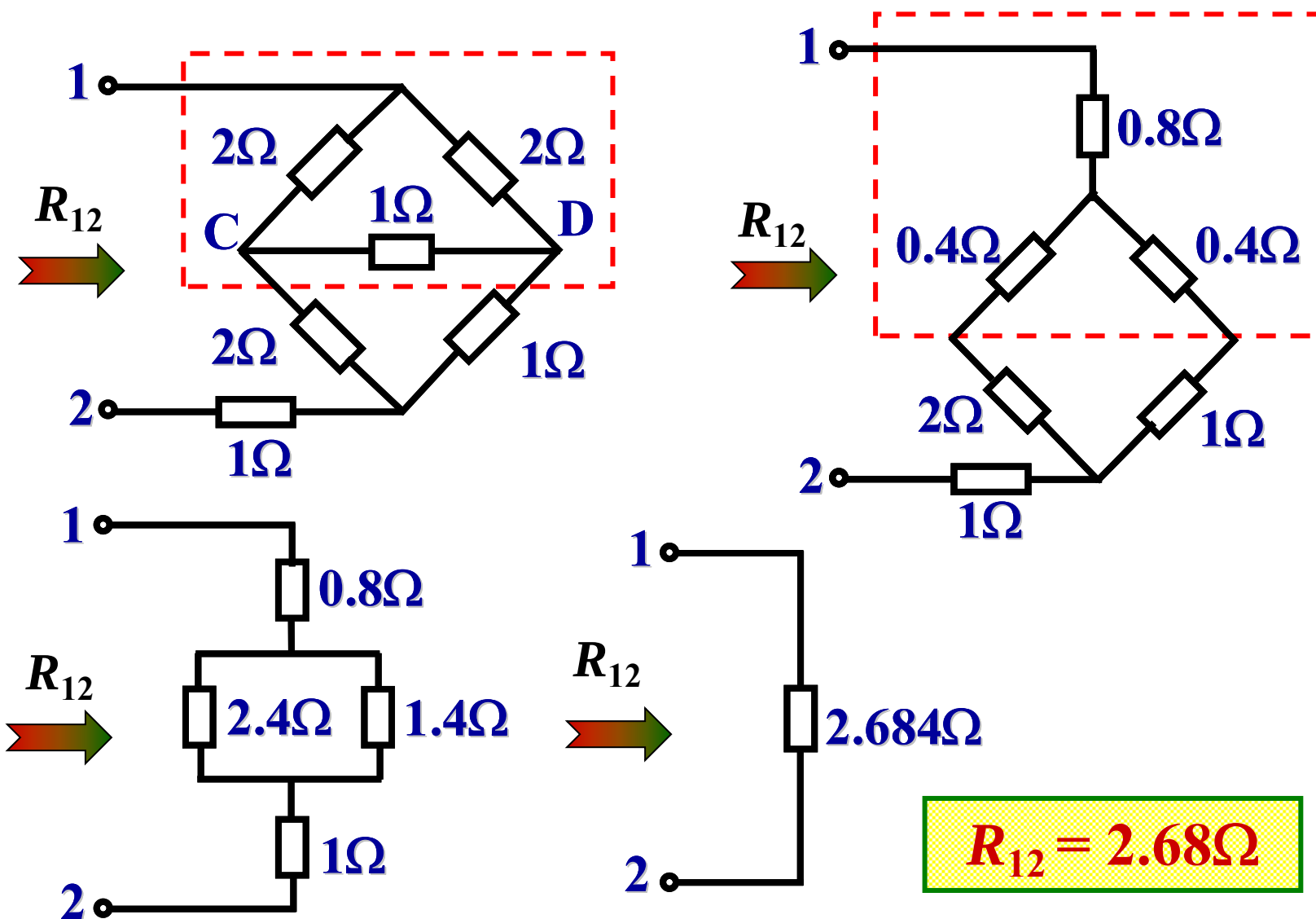
将Y形联接等效变换为Δ形联结时

若 $R_a=R_b=R_c=R_Y$ 时，有 $R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}=R_{\Delta}=3R_Y$ ；

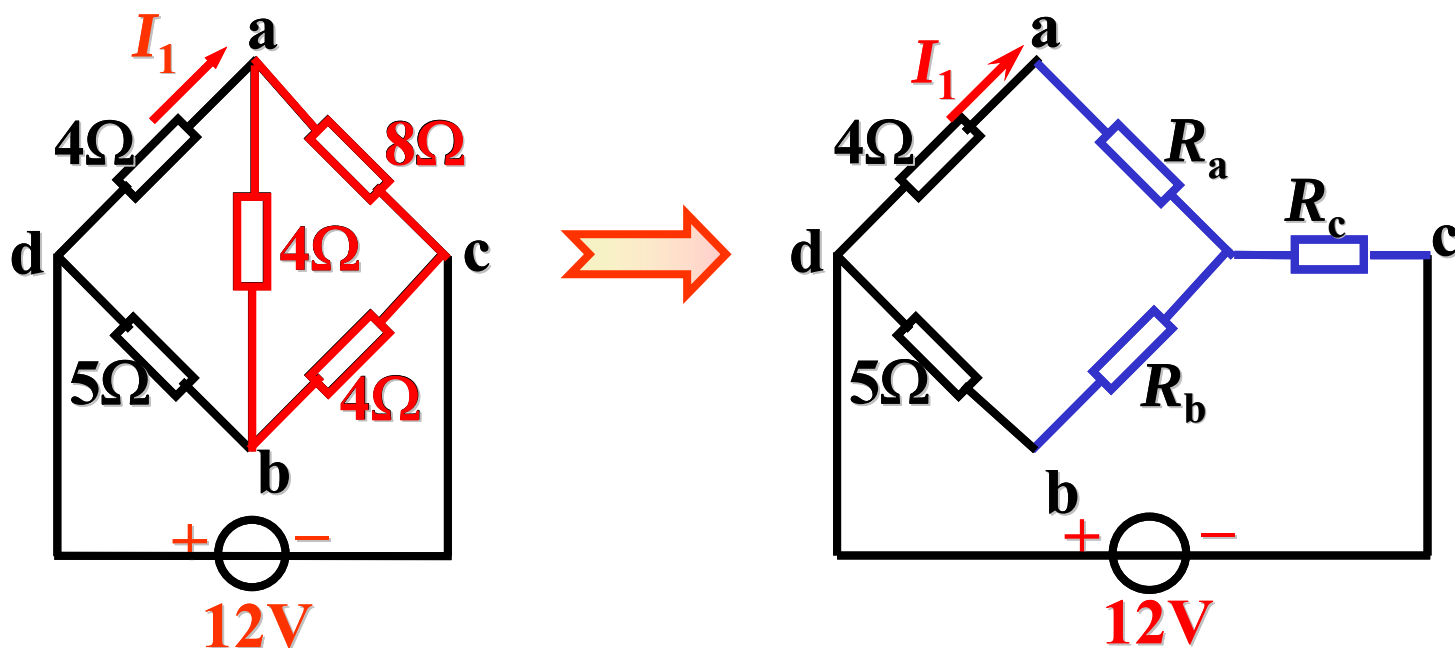
将Δ形联接等效变换为Y形联结时

若 $R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}=R_{\Delta}$ 时，有 $R_a=R_b=R_c=R_Y=R_{\Delta}/3$

例1：对图示电路求总电阻 R_{12}



例2： 计算下图电路中的电流 I_1 。

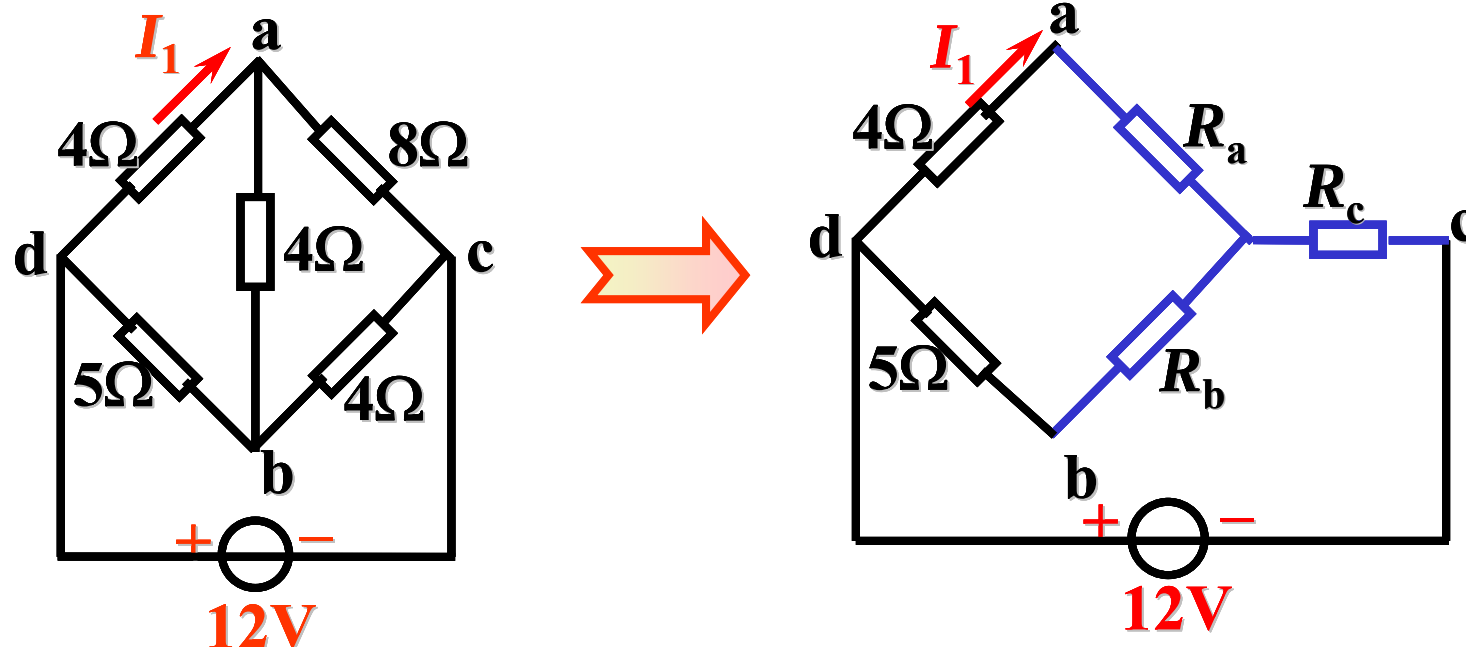


解： 将联成 Δ 形abc的电阻变换为Y形联结的等效电阻

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} = \frac{4 \times 8}{4 + 4 + 8} \Omega = 2 \Omega$$

$$R_b = \frac{4 \times 4}{4 + 4 + 8} \Omega = 1 \Omega \quad R_c = \frac{8 \times 4}{4 + 4 + 8} \Omega = 2 \Omega$$

例2： 计算下图电路中的电流 I_1 。



解：

$$R = \frac{(4+2) \times (5+1)}{(4+2) + (5+1)} \Omega + 2\Omega = 5\Omega$$

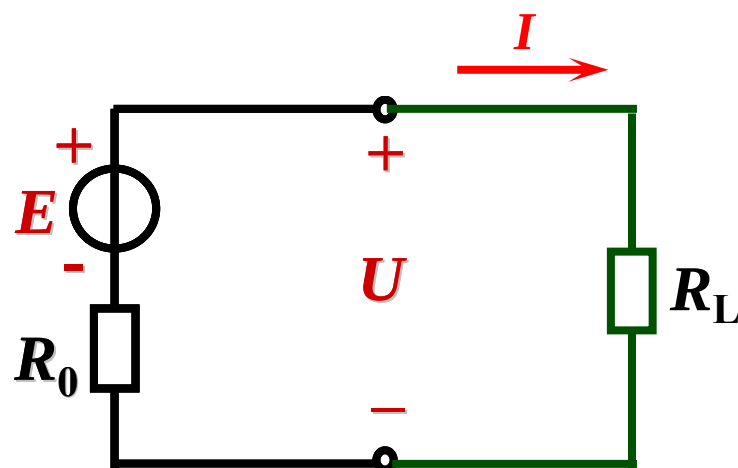
$$I_1 = \frac{5+1}{4+2+5+1} \times \frac{12}{5} \text{ A} = 1.2 \text{ A}$$

2.1 电路的等效变换

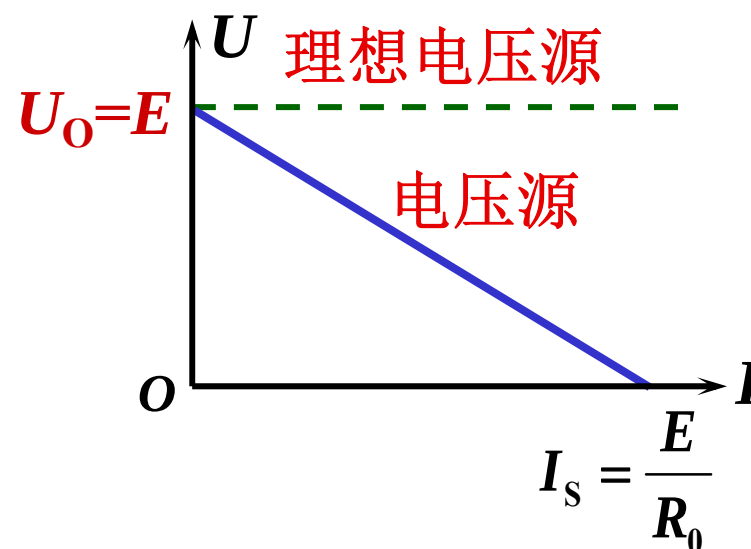
2.1.3 含源电路的等效变换

1. 电源的两种电路模型之间的等效变换

(1) 电压源模型



电源的电压源模型电路



电压源和理想电压源的外特性

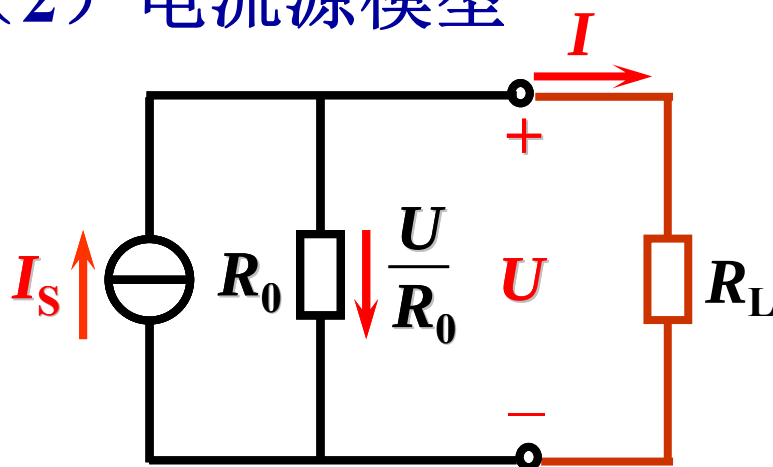
对于电源的电压源模型： $U = E - IR_0$

2.1 电路的等效变换

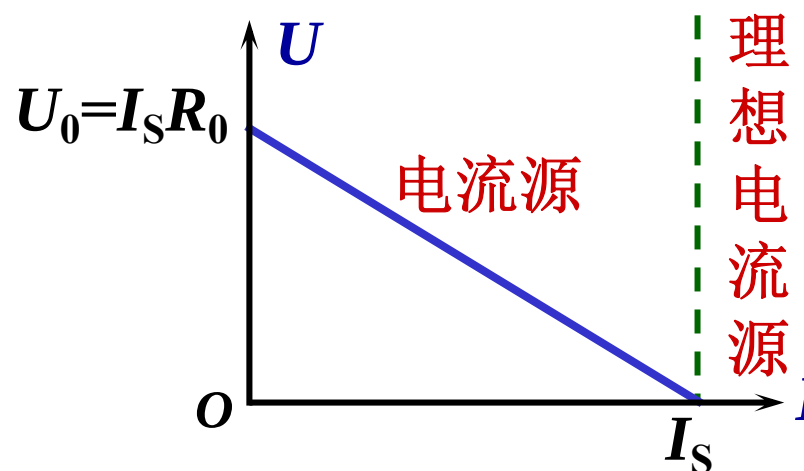
2.1.3 含源电路的等效变换

1. 电源的两种电路模型之间的等效变换

(2) 电流源模型



电源的电流源模型电路

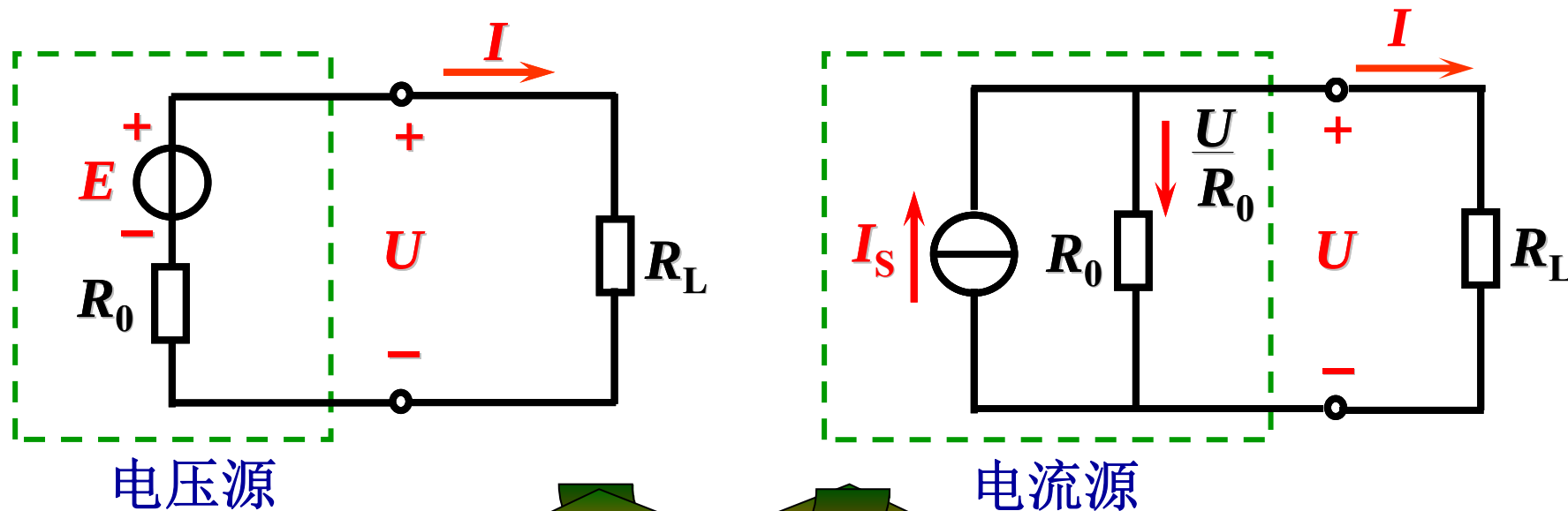


电流源和理想电流源的外特性

对于电源的电压源模型：

$$I = I_s - \frac{U}{R_0}$$

（3）含源电路的等效变换



由图a:

$$U = E - IR_0$$

由图b:

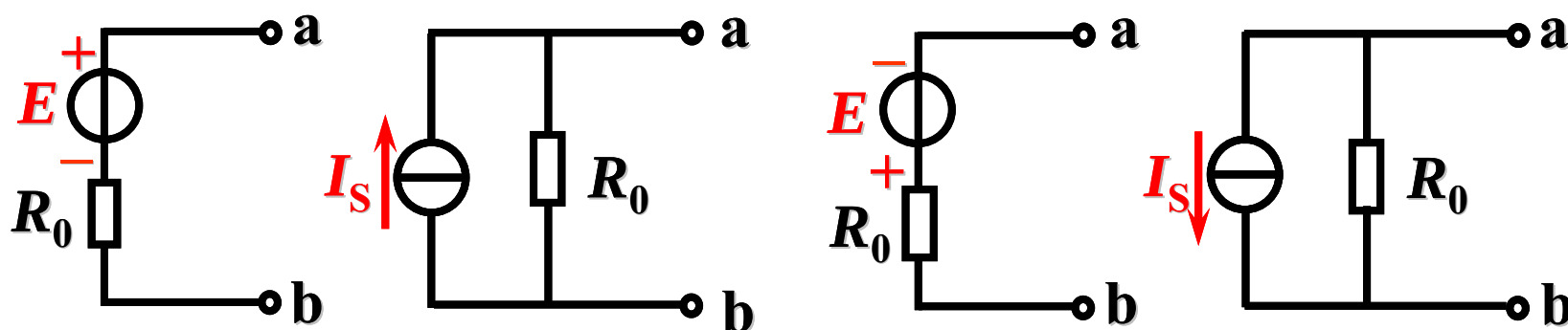
$$U = I_S R_0 - IR_0$$

等效变换条件:

$$\begin{cases} E = I_S R_0 \\ I_S = \frac{E}{R_0} \end{cases}$$

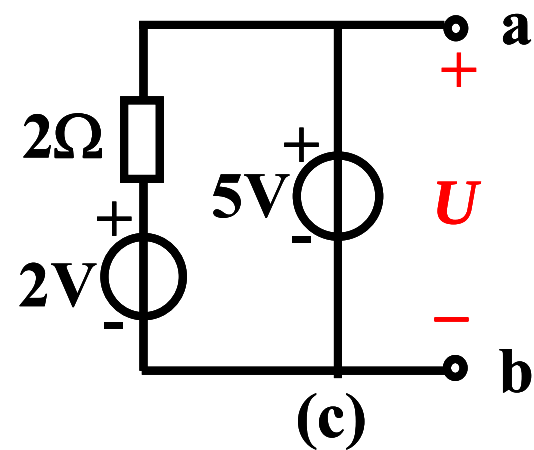
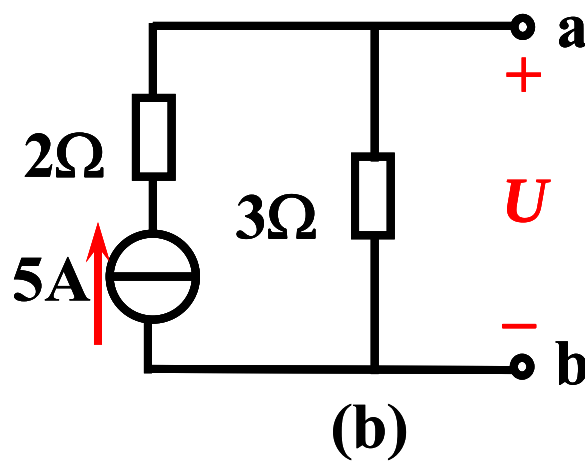
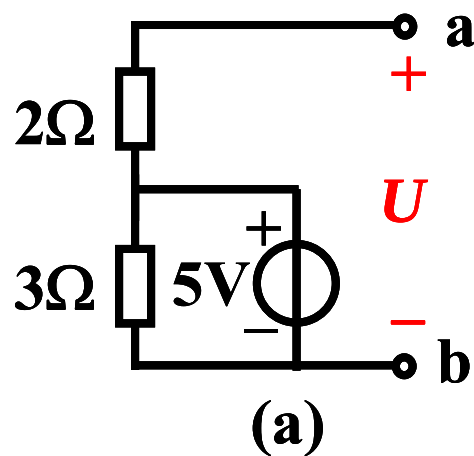
注意事项:

- (1) 电压源和电流源的等效关系只对外电路而言，对电源内部则是不等效的。
- (2) 等效变换时，两电源的参考方向要一一对应。

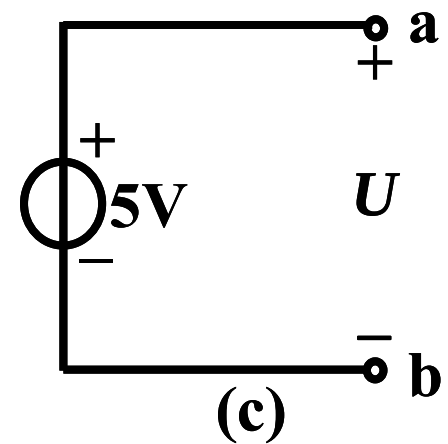
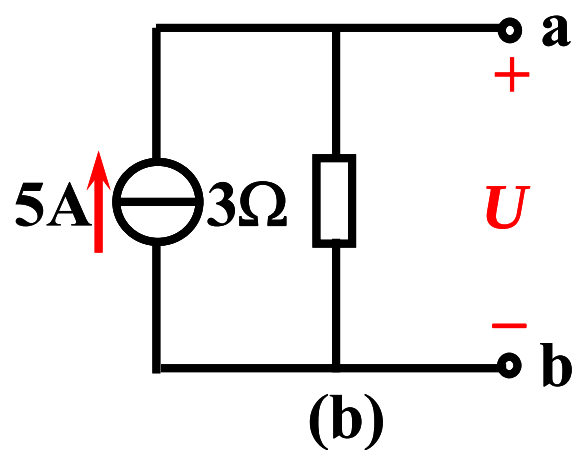
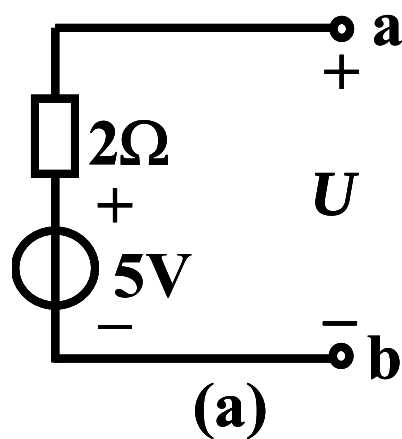


- (3) 理想电压源与理想电流源之间无等效关系。
- (4) 任何一个电动势 E 和某个电阻 R 串联的电路，都可化为一个电流为 I_S 和这个电阻并联的电路。

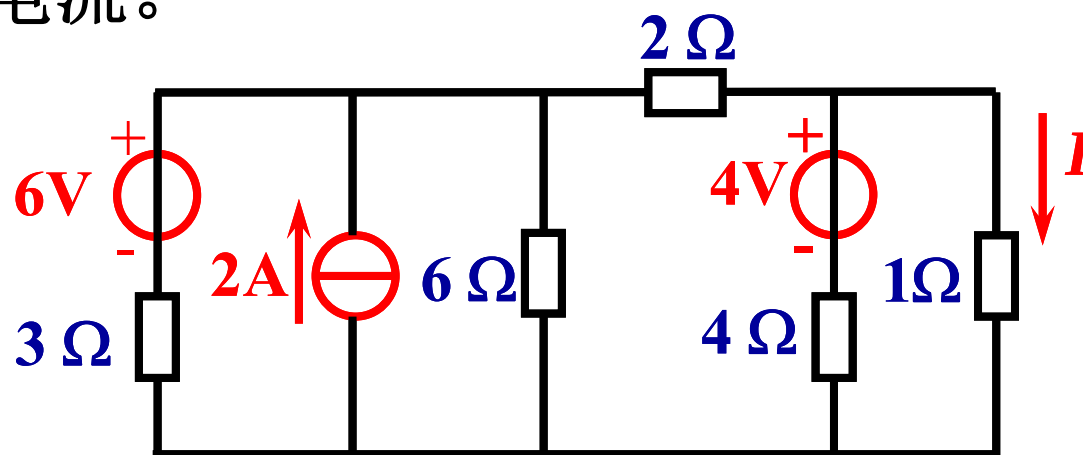
例1：求下列各电路的等效电源



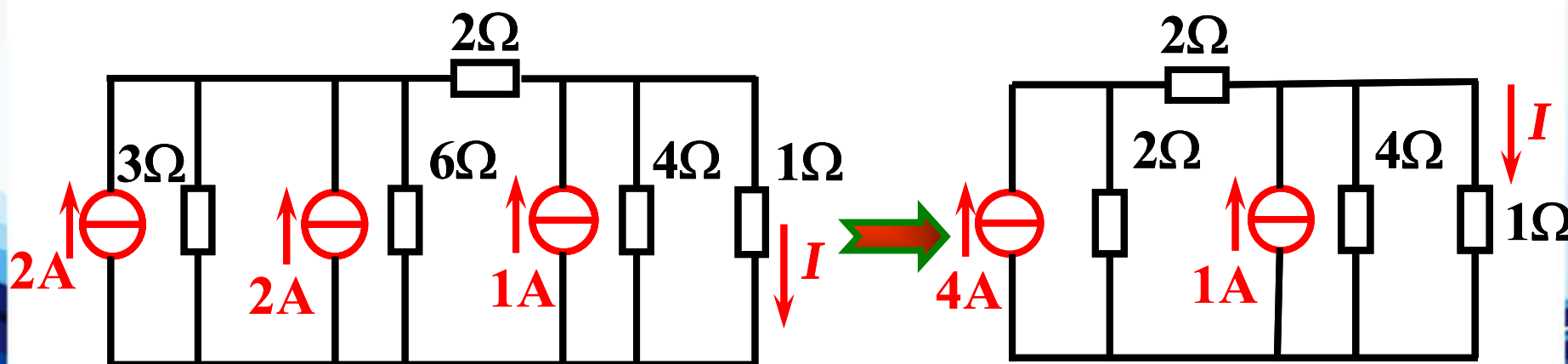
解：



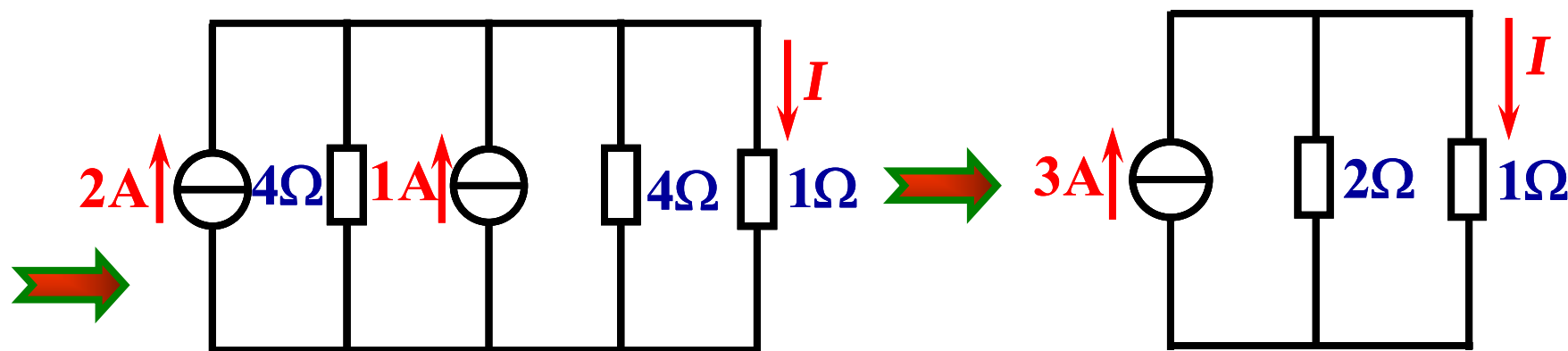
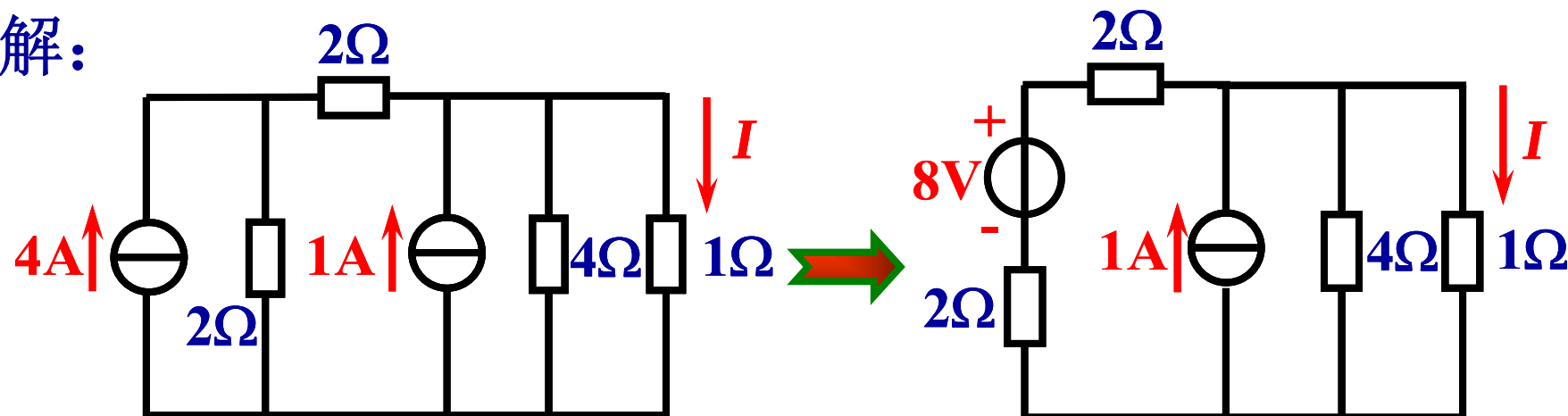
例2：试用电压源与电流源等效变换的方法计算图示电路中 $1\ \Omega$ 电阻中的电流。



解：统一电源形式

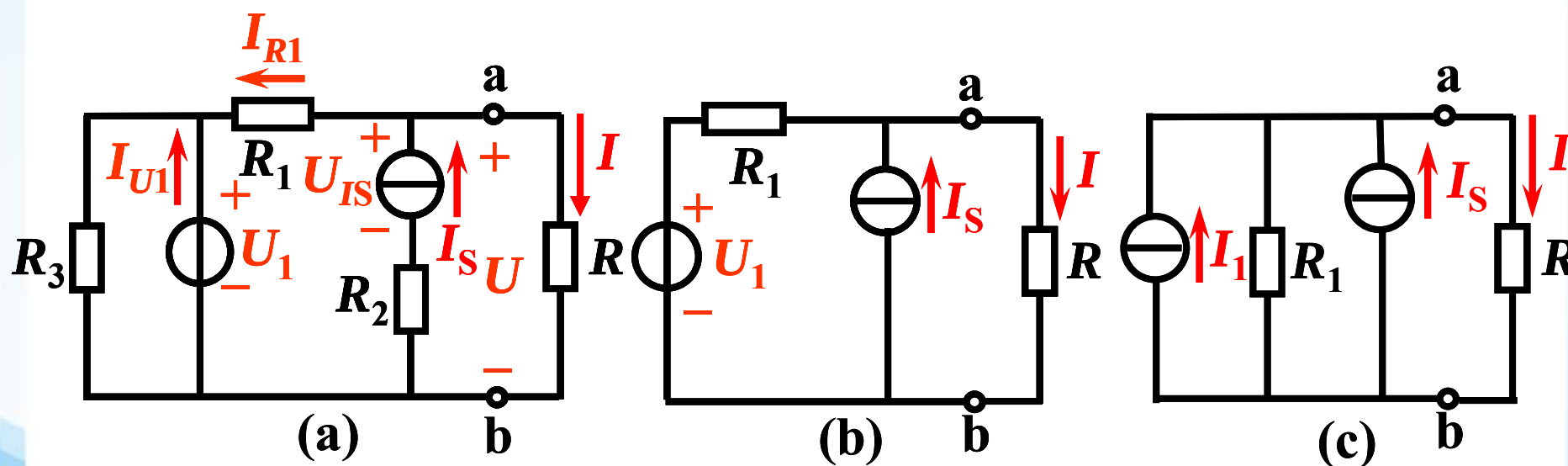


解：



$$I = \frac{2}{2+1} \times 3A = 2A$$

例3: 电路如图。 $U_1=10\text{V}$, $I_S=2\text{A}$, $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=5\Omega$, $R=1\Omega$ 。(1) 求电阻 R 中的电流 I ; (2) 计算理想电压源 U_1 中的电流 I_{U1} 和理想电流源 I_S 两端的电压 U_{IS} ; (3) 分析功率平衡。

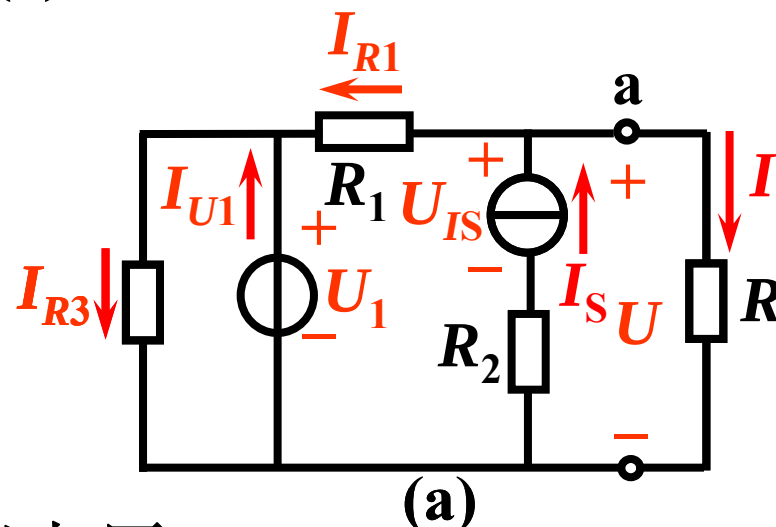


解: (1) 根据恒压源和恒流源特性, 将图(a)所示电路简化, 得图(b) 所示电路。

将电压源转换为电流源，得图(c)所示电路，由此可得

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{10}{1} \text{ A} = 10 \text{ A}$$

$$I = \frac{I_1 + I_S}{2} = \frac{10 + 2}{2} \text{ A} = 6 \text{ A}$$

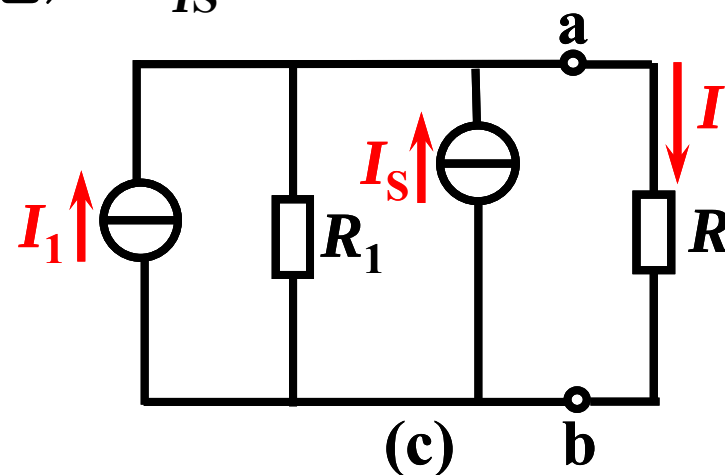


(2) 计算 U_1 中的电流 I_{U1} 和 I_S 的端电压 U_{IS}

由图 (a) 可得

$$I_{R1} = I_S - I = 2 \text{ A} - 6 \text{ A} = -4 \text{ A}$$

$$I_{R3} = \frac{U_1}{R_3} = \frac{10}{5} \text{ A} = 2 \text{ A}$$



理想电压源中的电流

$$I_{U1} = I_{R3} - I_{R1} = 2\text{A} - (-4)\text{A} = 6\text{A}$$

理想电流源两端的电压

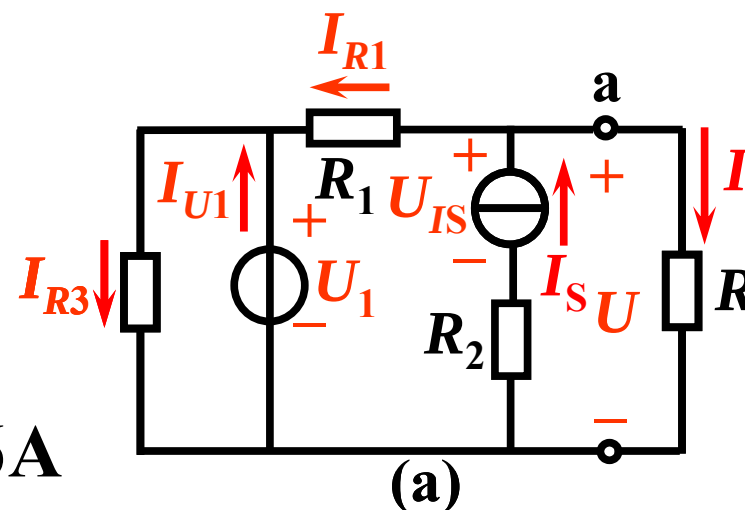
$$U_{IS} = U + R_2 I_S = RI + R_2 I_S = 1 \times 6\text{V} + 2 \times 2\text{V} = 10\text{V}$$

(3) 分析功率平衡

理想电压源和理想电流源都是电源，发出功率

$$P_{U1} = U_1 I_{U1} = 10 \times 6 = 60\text{W}$$

$$P_{IS} = U_{IS} I_S = 10 \times 2 = 20\text{W}$$



各个电阻所消耗的功率

$$P_R = RI^2 = 1 \times 6^2 = 36\text{W}$$

$$P_{R1} = R_1 I_{R1}^2 = 1 \times (-4)^2 = 16\text{W}$$

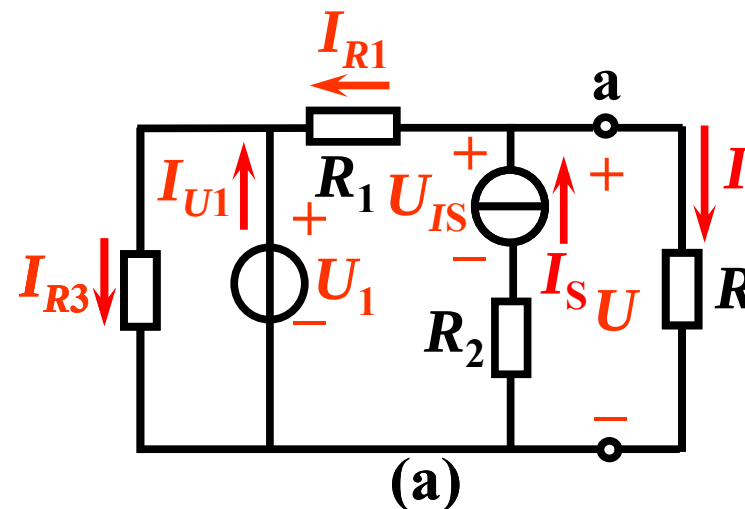
$$P_{R2} = R_2 I_S^2 = 2 \times 2^2 = 8\text{W}$$

$$P_{R3} = R_3 I_{R3}^2 = 5 \times 2^2 = 20\text{W}$$

两者平衡

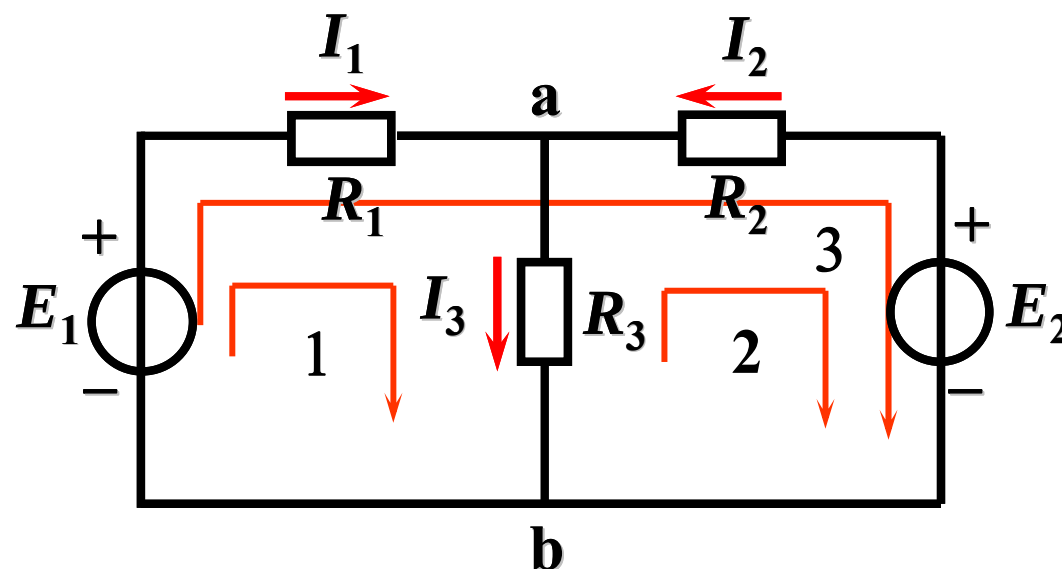
$$(60 + 20)\text{W} = (36 + 16 + 8 + 20)\text{W}$$

$$80\text{W} = 80\text{W}$$



2.2 支路电流法

支路电流法：以支路电流为未知量、应用基尔霍夫定律（KCL、KVL）列方程组求解。



对上图电路

支路数： $b=3$ 结点数： $n=2$

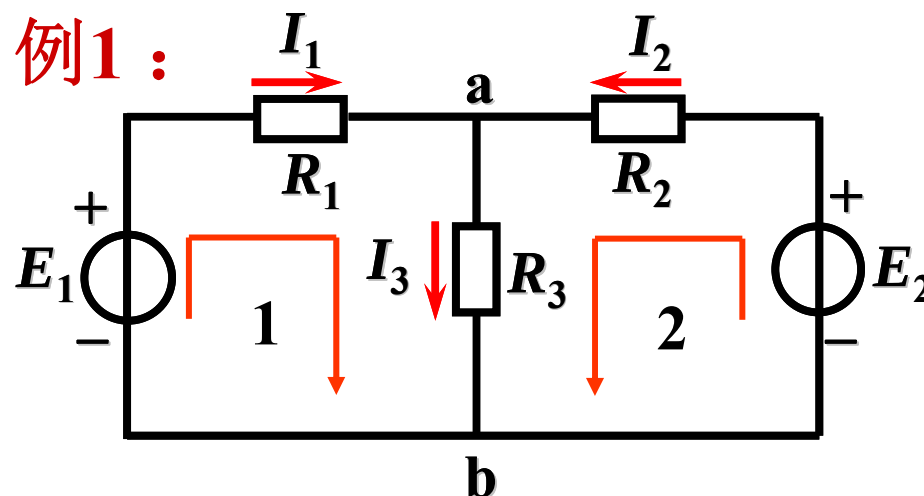
回路数 = 3 单孔回路(网孔) = 2

若用支路电流法求各支路电流应列出三个方程

支路电流法的解题步骤:

- (1) 在图中标出各支路电流的参考方向，对选定的回路标出回路循行方向。
- (2) 应用 KCL 对结点列 $(n-1)$ 个独立结点电流方程。
- (3) 应用 KVL 对回路列出 $b-(n-1)$ 个独立的回路电压方程。
- (4) 联立求解 b 个方程，求出各支路电流。

例1：

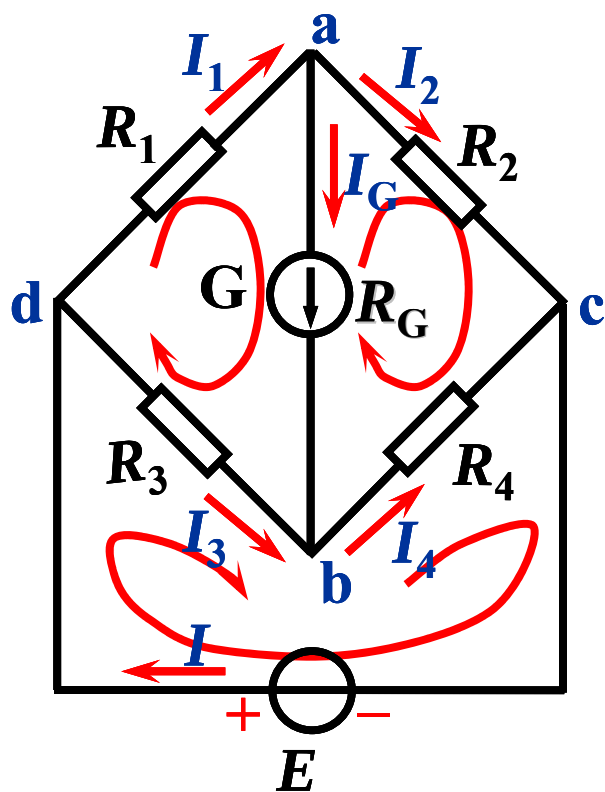


对结点 **a**: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

对网孔 **1**: $I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1$

对网孔 **2**: $I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2$

例2: 试求检流计中的电流 I_G 。



节点数 $n = 4$
支路数 $b = 6$

(1) 应用KCL列 $(n-1)$ 个结点电流方程

对结点 **a**: $I_1 - I_2 - I_G = 0$

对结点 **b**: $I_3 - I_4 + I_G = 0$

对结点 **c**: $I_2 + I_4 - I = 0$

(2) 应用KVL选网孔列回路电压方程

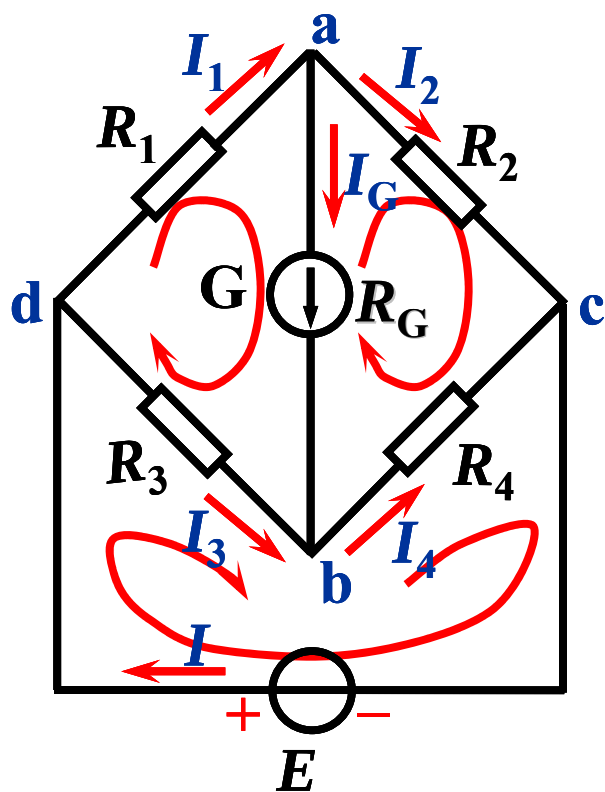
对网孔**abda**: $I_G R_G - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$

对网孔**acba**: $I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_G R_G = 0$

对网孔**bcdb**: $I_4 R_4 + I_3 R_3 = E$

(3) 联立解出 I_G

例2: 试求检流计中的电流 I_G 。



(1) 应用KCL列($n-1$)个结点电流方程

对结点 **a**: $I_1 - I_2 - I_G = 0$

对结点 **b**: $I_3 - I_4 + I_G = 0$

对结点 **c**: $I_2 + I_4 - I = 0$

(2) 应用KVL选网孔列回路电压方程

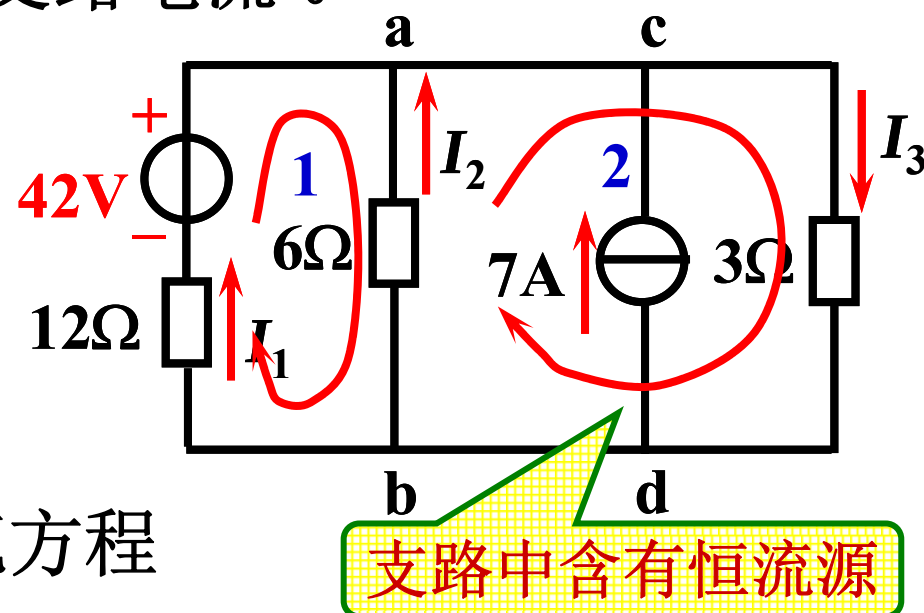
对网孔**abda**: $I_G R_G - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$

对网孔**acba**: $I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_G R_G = 0$

对网孔**bcdb**: $I_4 R_4 + I_3 R_3 = E$

支路电流法是电路分析中最基本的方法之一，但当支路数较多时，所需方程的个数较多，求解不方便。

例3： 电路如图，试求各支路电流。



解：法一

(1) 应用KCL列结点电流方程

对结点 **a**: $I_1 + I_2 - I_3 = -7$

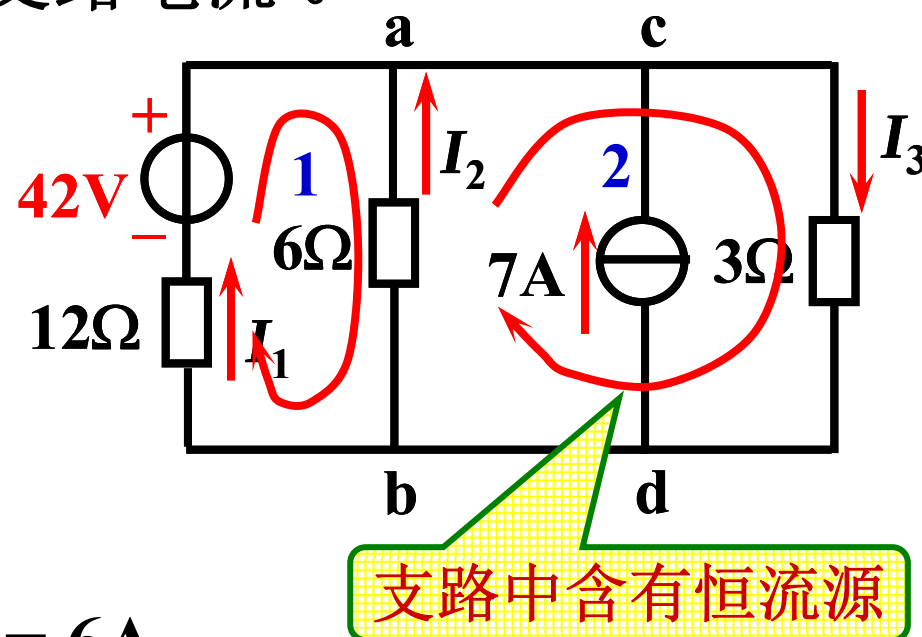
(2) 应用 KVL 列回路电压方程

对回路 **1**: $12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路 **2**: $6I_2 + 3I_3 = 0$

所选回路包含恒流源支路，3个网孔只需列2个KVL方程。

例3： 电路如图，试求各支路电流。



解：法一

(3) 联立解得：

$$I_1 = 2\text{A}, \quad I_2 = -3\text{A}, \quad I_3 = 6\text{A}$$

注意： 当支路中含有恒流源时，在列KVL方程时，所选回路不包含恒流源支路，这时，电路中有几条支路含有恒流源，则可少列几个KVL方程。

例3： 电路如图，试求各支路电流。

解：法二

(1) 列写 KCL 方程

对结点 **a**: $I_1 + I_2 - I_3 = -7$

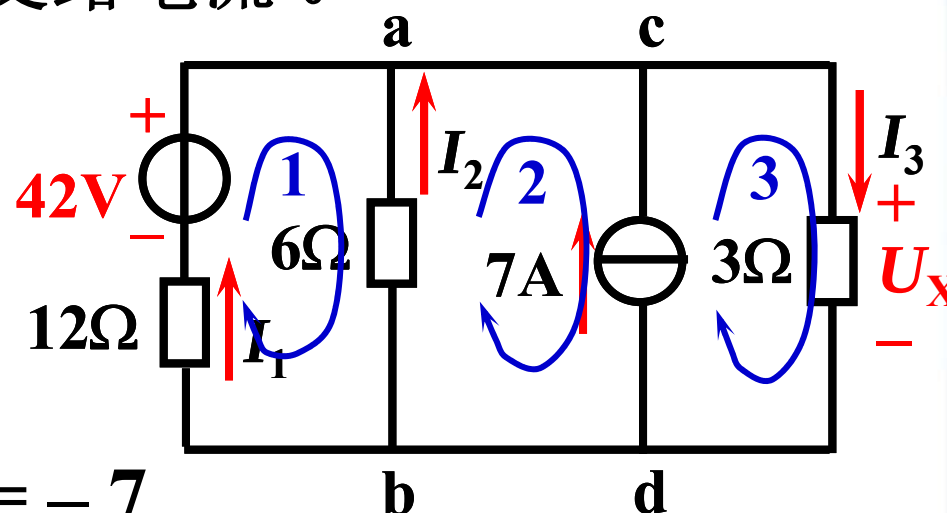
(2) 列写 KVL 方程

对回路**1**: $12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路**2**: $6I_2 + U_X = 0$

对回路**3**: $-U_X + 3I_3 = 0$

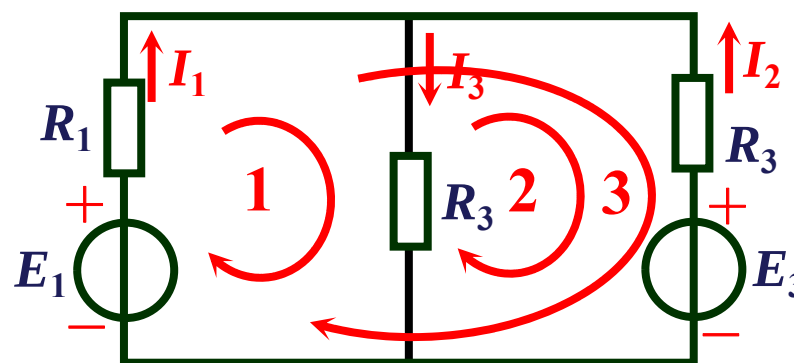
(3) 联立求解: $I_1 = 2A$, $I_2 = -3A$, $I_3 = 6A$



所选回路中包含恒流源支路，而恒流源两端电压未知，所以3个网孔则要列3个KVL方程。

2.3 回路电流法

回路电流法：以假想的回路电流为未知量，应用基尔霍夫定律（KVL）列出必要的电路方程，进而求解客观存在的各支路电流。



原则上适用于各种复杂电路，但对于支路数较多、且网孔数较少的电路尤其适用。

回路电流法解题步骤：

- （1）选取自然网孔作为独立回路，在网孔中标出各回路电流的参考方向，同时作为回路的绕行方向；
- （2）建立各网孔的KVL方程，注意自电阻压降恒为正，公共支路上的电降由相邻回路电流而定；
- （3）联立求解方程式组，求出各假想回路电流。
- （4）在电路图上标出客观存在的各支路电流参考方向，按照它们与回路电流之间的关系，求出各支路电流。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/917106146036006034>