第 5 章　三角函数

考点 15　三角函数的定义、同角三角函数的基本关系、诱导公式

1. D　【解析】$1\ 240°=3\times360°+160°$，$160°$是第二象限角，所以$\sin 1\ 240°>0$，$\cos 1\ 240°<0$，点 A 在第四象限. **故选 D.**

2. B　【解析】依题意 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\dfrac{1}{2}$. **故选 B.**

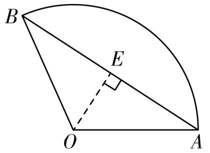
3. A　【解析】$\cos x=1-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^4}{4!}-\dfrac{x^6}{6!}+\cdots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-2}}{(2n-2)!}+\cdots$，令 $x=3$，得 $\cos 3=1-\dfrac{3^2}{2!}+\dfrac{3^4}{4!}-\dfrac{3^6}{6!}+\cdots+(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{3^{2n-2}}{(2n-2)!}+\cdots$，即 $T=\cos 3\approx\cos 172°=-\cos 8°$. **故选 A.**

4. A　【解析】设扇形的圆心角为 α，半径为 r，弧长为 l，则 $l+2r=6$，$l=6-2r$，

由$\begin{cases}r>0,\\ l=6-2r>0,\end{cases}$可得 $0<r<3$，所以扇形的面积 $S=\dfrac{1}{2}lr=(3-r)r\leqslant\left(\dfrac{3-r+r}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$，

当且仅当 $3-r=r$，即 $r=\dfrac{3}{2}$时，扇形的面积 S 最大，此时 $l=6-2r=3$.

扇形的圆心角 $\alpha=\dfrac{l}{r}=\dfrac{3}{\frac{3}{2}}=2$，取线段 AB 的中点 E，连接 OE，则 $OE\perp AB$.



因为 $OA=OB$，则 $\angle AOE=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times2=1$，

所以 $AB=2AE=2OA\sin 1=3\sin 1$. **故选 A.**

5. B　【解析】由 $(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2=2$，$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$①，得 $(\sin\theta+\cos\theta)^2=\dfrac{9}{5}$.

而 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，则 $\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$，故 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$②，

由①②得 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，所以 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=2$. 故选 B.

6. C 【解析】由已知得，$\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{2}{3}$，

将上式两边平方得 $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{9}$，

$\therefore 2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{9}-1=-\frac{5}{9}$，

$\therefore (\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{14}{9}$.

$\because \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\therefore \sin\alpha>0$，$\cos\alpha<0$，

$\therefore \sin\alpha-\cos\alpha>0$，

$\therefore \sin\alpha-\cos\alpha=\frac{\sqrt{14}}{3}$.

故选 C.

7. D 【解析】由 $|\sqrt{3}\cos\alpha|=\sin\frac{\alpha}{2}$，

得 $3\cos^2\alpha=\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$，

即 $6\cos^2\alpha+\cos\alpha-1=0$，

即 $(3\cos\alpha-1)(2\cos\alpha+1)=0$，

解得 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ 或 $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$.

因为 $\alpha\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，所以 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$，

则 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}}=2\sqrt{2}$. 故选 D.

8. D 【解析】由诱导公式可得 $\sin\left(2\alpha+\frac{2\,023\pi}{2}\right)=-\cos 2\alpha=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$，

由倍角公式有 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=-\frac{2-\sqrt{3}}{4}$，

所以 $\cos^2\alpha=\frac{2+\sqrt{3}}{8}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{16}$，由 α 为锐角，得 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{4}$. 故选 D.

9. D 【解析】$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=\frac{22}{3}\pi$，

所以 $a_6=\frac{2}{3}\pi$.