

# 真空中的静电场


一、库仑定律  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$  真空中、静止的、点电荷

## 二、静电场的描述

1、电场强度  $\vec{E}$  ——从力的角度描述电场大小和方向物理量

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{方向: 该点正电荷受力方向} \quad \text{电荷受电场力} \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

电场公式（叠加法求场强）：

点电荷  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$   点电荷系

矢量，有方向

连续带电体  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$


## 2、电势 ——从做功的角度描述静电场特性的物理量

$$= \int_{\text{电势零点}}^{\rightarrow}$$

对有限大带电体，  
一般取  $=$

$$= \int \rightarrow \rightarrow$$

(1) 电势公式（叠加法求电势）：

点电荷  $=$  

点电荷系

$=$   $=$   $=$

标量，有正负

$>$  空间各点  $>$

$<$  空间各点  $<$

连续  
带电体

$\rightarrow = \rightarrow \rightarrow = \int$

(2) 按定义式积分求  $U$  的关键：先确定场强的分布规律；再积分求电势。

★ 注意积分路径上场强分布规律是否相同，不同就分段积分！

电势差  
(电压)

$= - = \int \rightarrow \rightarrow \rightarrow$  是分布在  $(a, b)$  之间的电场

### 三、静电场基本定理

#### 1、真空中高斯定理

静电场中，通过任一闭合曲面的电通量，等于该面内电荷代数和的——

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oint \cos \theta \, dS = \frac{Q_{\text{内}}}{\epsilon_0}$$

- ▲  $\Phi$  只与面内电荷有关,与面外电荷无关。
- ▲  $\vec{E}$  是高斯面上任一点的场强，是由面内、外所有电荷共同产生。
- ▲  $Q_{\text{内}}$  是闭合面(高斯面)面内电荷的代数和。
- ▲ 高斯定理说明 静电场是有源场。
- ▲ 高斯定理适用于所有静电场，一般用来求对称场的分布。
- ▲ 三步：①分析场的对称性；②取高斯面；③由定理列方程求  $E$ 。

# 高斯定理应用

应用高斯定理, 可方便地求出某些带电体具有某种特殊对称性的电场分布.

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oint E \cos \theta dS = \dots$$

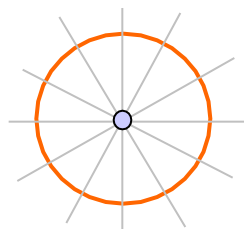
要领: 视场分布的对称特点, 恰当设计高斯面

举例

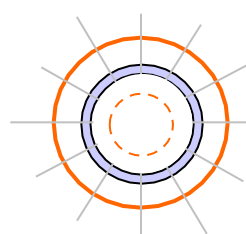


球对称

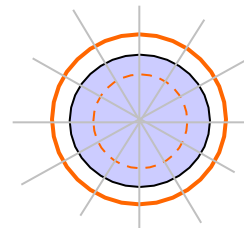
点电荷



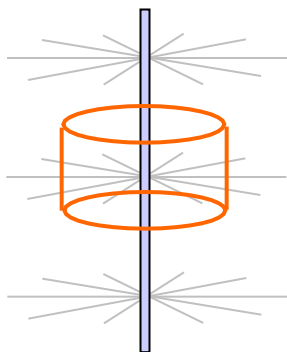
均匀带电球面



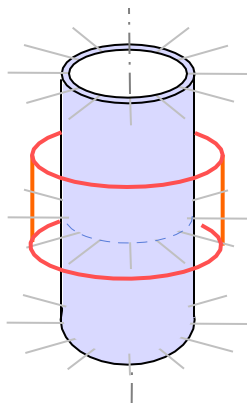
均匀带电球体



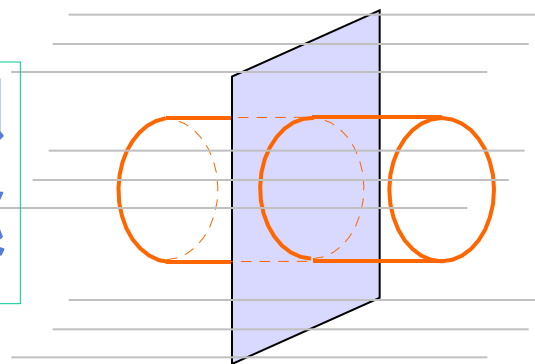
均匀带电长直线



均匀带电长圆柱面



均匀带电大平面



轴对称

面对称

## 2、静电场环路定理

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

▲ 静电场力是保守力或静电场力做功与路径无关。

▲ 静电场是保守力场，可引入电势能→电势。

## 四、注意点

1、 $\vec{E} = 0$ ,  $U \neq 0$  (场强为零的点，电势不一定为零)

2、 $\vec{E}$  是矢量，叠加时要考虑方向 (各分量在一直线时，可代数加减)  
 $U$  是标量，叠加时直接求代数和；

电场量	电场强度	电势
计算方法	<p>叠加法 <math>\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0</math></p> <p><math>\vec{E} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{r}_{0i}</math></p> <p><math>\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0</math></p>	<p>定义法</p> <p><math>U_p = \int_p^{U=0} \vec{E} \cdot d\vec{l}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 首先要确定场强的分布;</li> <li>2. 其次要选择正确的积分路径.</li> <li>3. 还要注意积分路径上场强是否分段.</li> </ol>
	<p>高斯定理</p> <p><math>\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{s \in V} q_i</math></p> <p>解题方法（三步曲）：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 分析场的对称性;</li> <li>2. 取高斯面;</li> <li>3. 由高斯定理列方程求解.</li> </ol>	<p>叠加法 <math>U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}</math></p> <p><math>U = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}</math></p> <p><math>U = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}</math></p>

# 几种典型电场

带电体	电场分布	电势分布
点电荷	$\overset{V}{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \overset{V}{r_0}$	$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$
均匀带电球面 (总电量 $Q$ , 半径 $R$ )	球面内 $E = 0 \quad (r < R)$ 球面外 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r < R)$	$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (r \leq R)$ $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (r > R)$
同心均匀带电球面 $Q_1, R_1 \quad Q_2, R_2$ $R_1 < R_2$	$r < R_1 \quad E = 0$ $R_1 < r < R_2 \quad E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $r > R_2 \quad E = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$U = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ $U = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ $U = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$
无限大均匀带电平面 (电荷面密度 $\sigma$ )	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	无限长均匀带电直棒 (电荷线密度 $\lambda$ ) $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

3. 如图所示, 在坐标  $(a,0)$  处放置一点电荷  $+q$ , 在坐标  $(-a,0)$  处放置另一点电荷  $-q$ , P 点是 Y 轴上的一点, 坐标为  $(0, y)$ 。

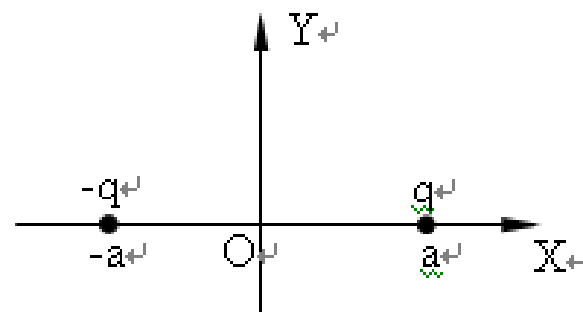
当  $y \gg a$  时, 该点场强的大小为:

(A)  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}$

(B)  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 y^2}$

(C)  $\frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3}$

(D)  $\frac{qa}{4\pi\epsilon_0 y^3}$



[            ]

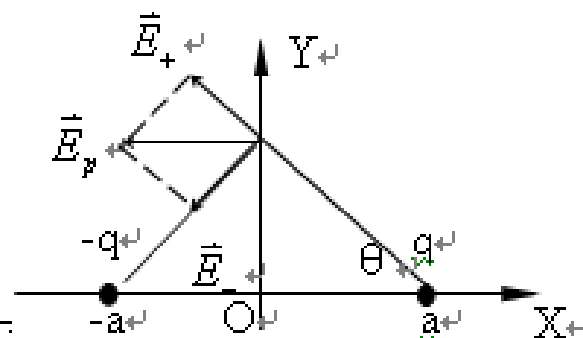
分析  $\vec{E}_p = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$  (如图所示)

其中  $|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (y^2 + a^2)}$

P 点场强的大小为

$$E_p = 2E_+ \cos\theta = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (y^2 + a^2)} \cdot \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 (y^2 + a^2)^{3/2}}$$

$\because y \gg a \quad \therefore E_p \approx \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3}$



答案为 [ C ]

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} = \oint \cos \theta \, dA = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

关于高斯定理的理解有下面几种说法，其中**正确**的是：

- (A) 如果高斯面  $\vec{E}$  上处处为零，则该面内必无电荷。
- (B) 如果高斯面内无电荷，则高斯面上  $\vec{E}$  处处为零。
- (C) 如果高斯面上  $\vec{E}$  处处不为零，则高斯面内必有电荷。
- (D) 如果高斯面内有净电荷，则通过高斯面的电通量必不为零。
- (E) 高斯定理仅适用于具有高度对称性的电场。

[ **D** ]

高斯定理  $\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} = \oint E \cos \theta = \frac{Q}{\epsilon_0}$  的应用



## 求均匀带电球面的场强分布

作同心球面 为高斯面 (如图所示)

由高斯定理

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$>$$

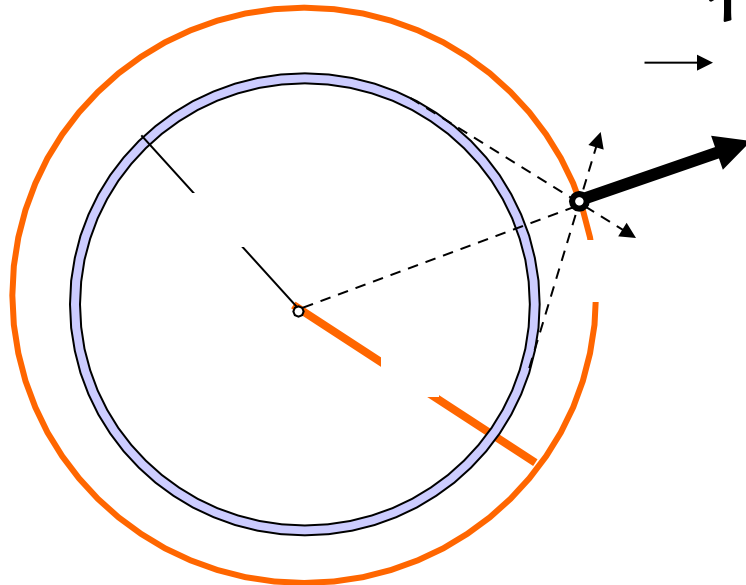
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

球面总电量

$$=$$

$$=$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



带电球面外  
面上各点的合场强  
大小必相等  
方向与 正交  
(与面元法线同向)

高斯定理  $\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{S} = \oint E \cos \theta = \dots$  的应用



求均匀带电球面的场强分布

带电球面外  $r > R$

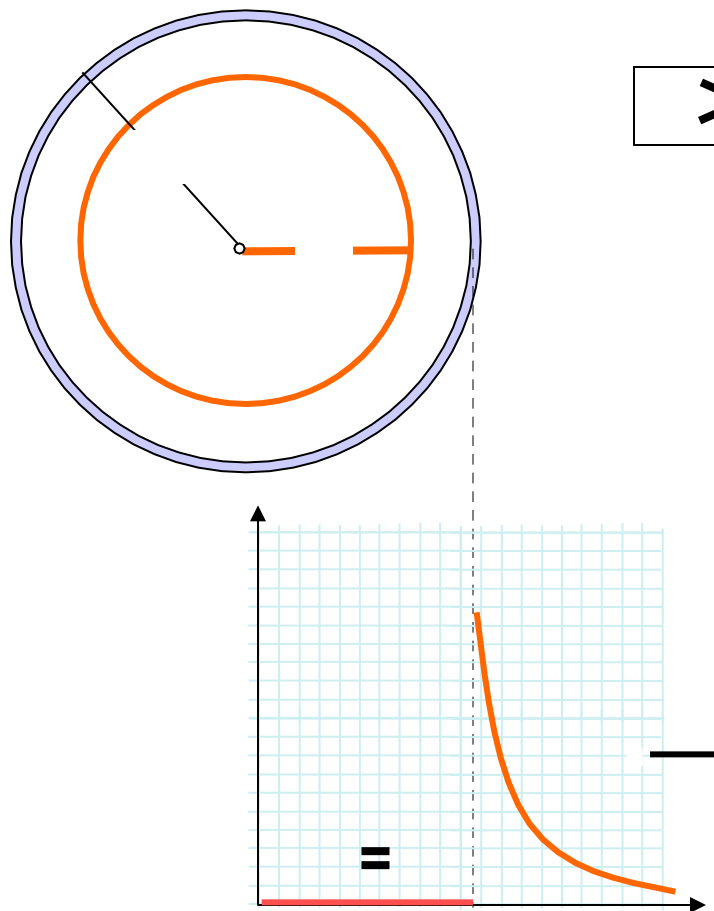
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{S} = E \oint dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

带电球面内  $r < R$

由高斯定理

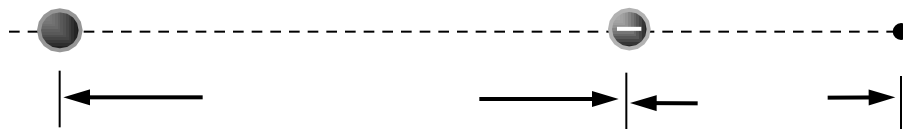
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{S} = E \oint dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{S} = E \oint dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$





已知



点处的电势

解法提要

电势  
叠加法

=

=

至于具有连续点荷分布的带电体，其电场中某点的电势可用点电荷电势积分法求解。

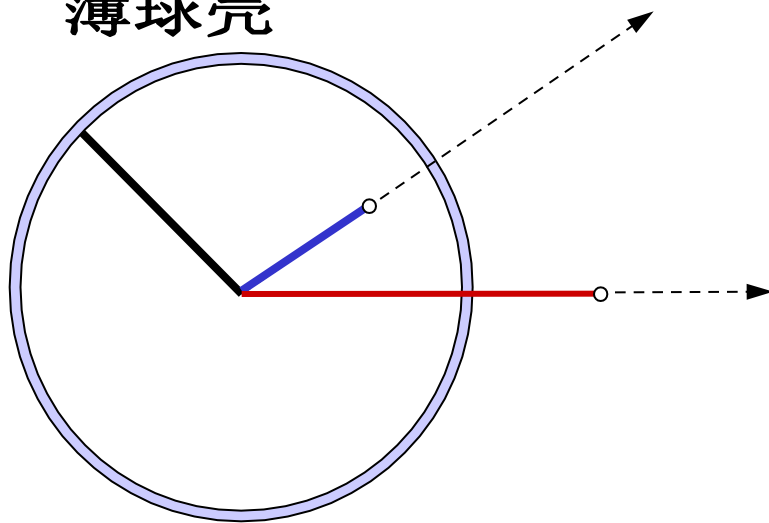


# 电势定义法 求均匀带电薄球壳内、外空间的电势分布

解：由高斯定理可知场分布

$$\left\{ \begin{array}{l} = \quad (r < R) \\ = \text{---} \quad (r > R) \end{array} \right. =$$

薄球壳



$$= \int \rightarrow \rightarrow$$

$$= \int \rightarrow \rightarrow \int \rightarrow \rightarrow$$

$$= \int \text{---}$$

$$= \text{---} \text{ 不变量}$$

$$= \int \rightarrow \rightarrow$$

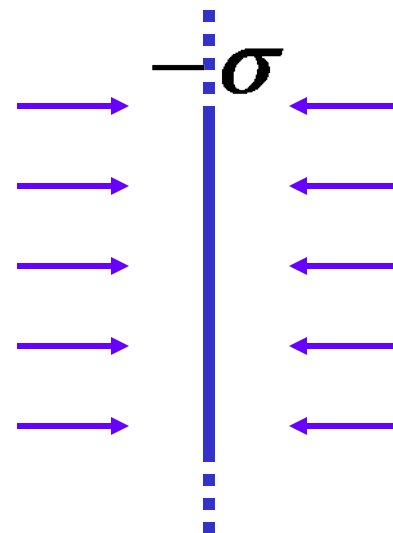
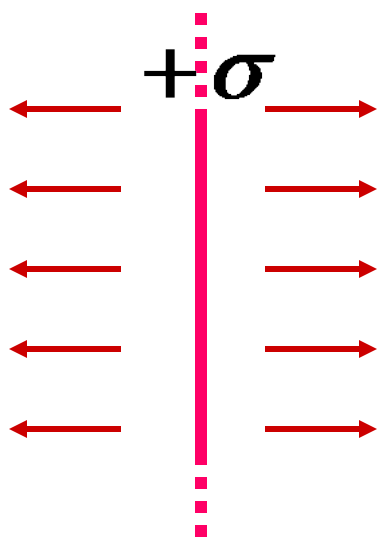
$$= \int \text{---}$$

$$= \text{---} \text{ 与 成反比}$$

$$\vec{E} = 0, U \neq 0$$

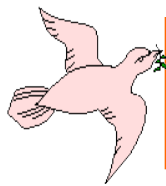
# “无限大”均匀带电平面的场强分布

电荷面密度



由高斯定理

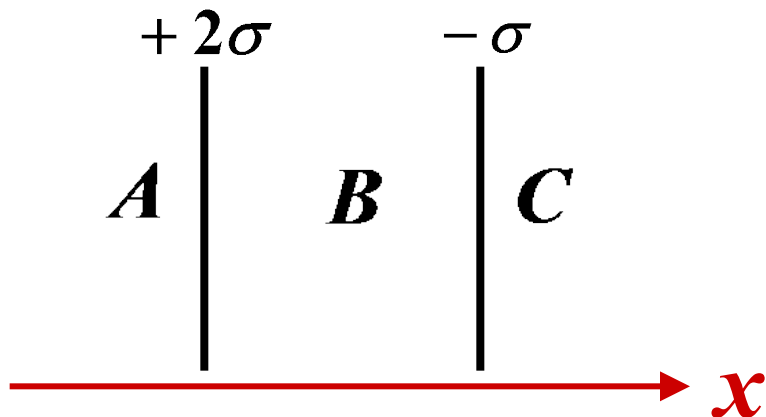
$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

例 求

$$\vec{E}_A, \vec{E}_B, \vec{E}_C$$



解：先规定正方向：向右为正，向左为负

$$E_A = -\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{向左}$$

$$E_B = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{向右}$$

$$E_C = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{向右}$$

# 静电场中的导体和电介质

## 一、静电场中的导体

1、导体置于电场  $\vec{E}$  中要产生静电感应，最后达到静电平衡。

导体静电平衡的条件：导体内电场强度处处为零。

导体静电平衡时性质：1) 表面附近的  $\vec{E} \perp$  表面

2) 电荷分布在表面  $\vec{E} \cdot d\vec{A} = \sigma dA$   $= 0$

3) 导体为等势体，表面为等势面

2、静电屏蔽：接地的空腔导体隔离了腔内、外电场之间的静电作用。

3、静电平衡时求解依据：静电平衡条件 电荷守恒

求场强和电势的方法

### 三、 电容器

电容器的电容

$$C = \frac{Q}{U}$$

与极板形状、尺寸、相对位置及介质有关



电容器的能量

$$W = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

求电容的方法

1) 设两极板带电 $+Q$ 、 $-Q$  ( $\pm$ )

2) 用高斯定理求极板间  $\vec{E}$

3) 求极板间电势差  $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

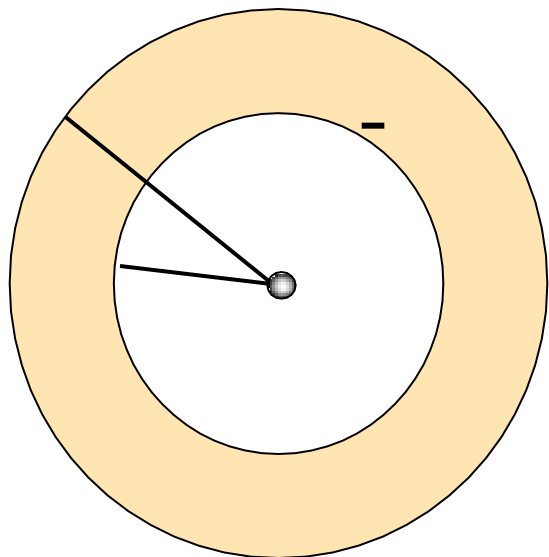
4) 由定义  $C = \frac{Q}{U_{AB}}$  求电容 $C$

一平行板电容器，两板相距为 $d$ ，对它充电后与电源断开，然后把电容器的极板间距增大到 $2d$ ，则

- A. 电容器电容增大一倍
- B. 电容器所带电量增大一倍
- C. 电容器两极板间电场强度增大一倍
- D. 储存在电容器中的电场能量增大一倍

【分析】

充电后与电源断开 $Q$ 不变，极板间距  $d \rightarrow 2d$   $C \rightarrow \frac{C}{2}$   $(C = \epsilon_0 \frac{S}{d})$   
电容器能量 $Q$ 不变用  $\frac{Q^2}{2C}$   $\therefore$  能量增加一倍



1 ) 导体球壳 =

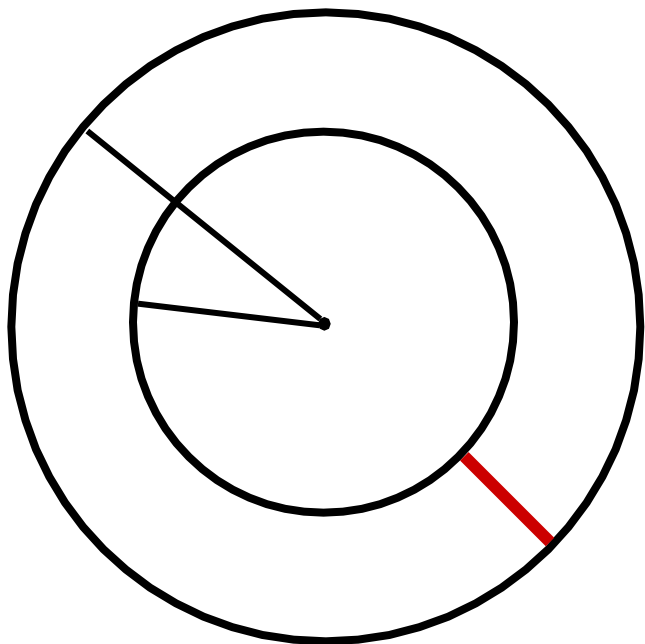
$$= \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$= \int \frac{1}{4\pi R^2} dQ = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

2 ) 同心导体薄球壳 =

$$= \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$

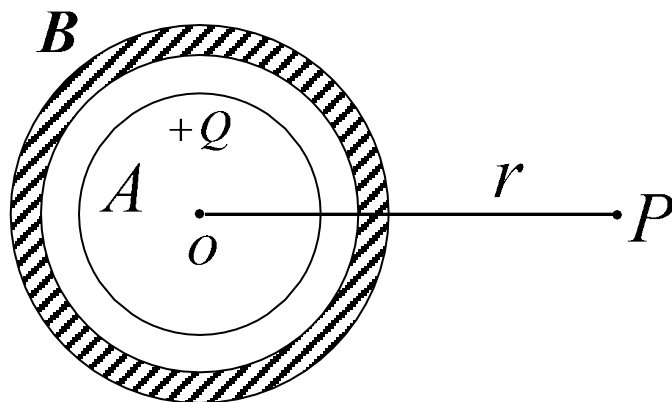


导线连接两球壳，即二者电势相同

$$= \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$



带电量为 $+Q$ 的导体球A的外面套一个同心的不带电的导体球壳B（如图），则球壳外P点的电场强度 $E_p = \underline{\hspace{2cm}}$ ，若将球壳B接地，则 $E_p = \underline{\hspace{2cm}}$



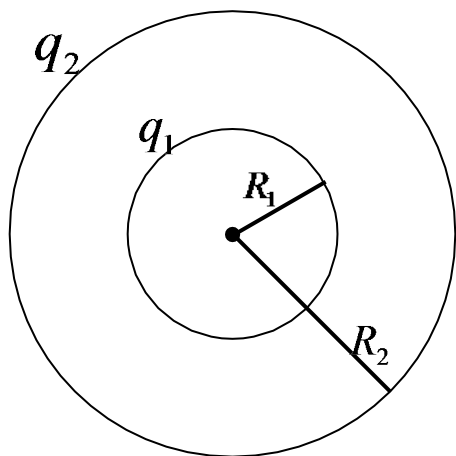
### 【分析】

由高斯定理知  $E_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ，

接地后B球壳外面 $+Q$ 被大地中和，内球壳 $-Q$ 与导体球A在P点合场强为0

两个同心金属球面，半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ ，分别带电量  
内球电势 \_\_\_\_\_ 外球面电势为 \_\_\_\_\_

若用导线将两带电球面连接，它们的电势为 \_\_\_\_\_



【分析】

内球面电势  $U_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

外球壳电势  $U_2 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

导线连接内、外球面时，成为等势体，电荷只能分布在 外球壳的表面  
内部 $E=0$

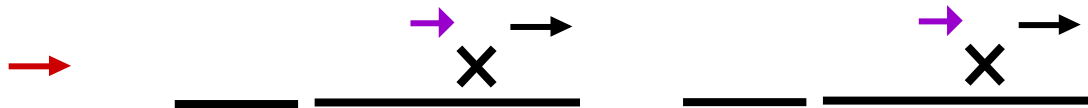
$$U = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = U_2$$

# 稳恒磁场

一、磁本质 一切磁现象都起源于电流或运动的电荷。

二、毕奥—萨伐尔定律

矢量式



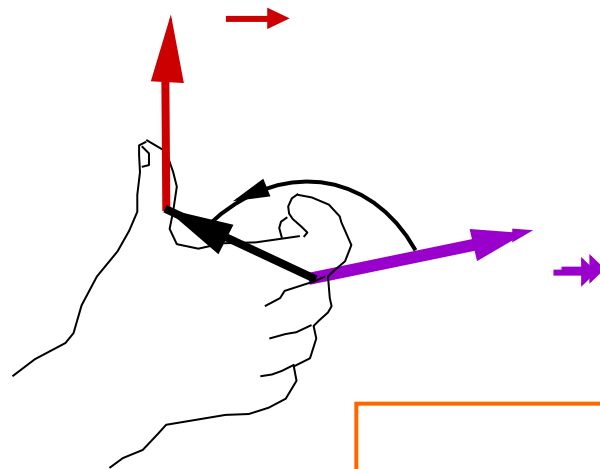
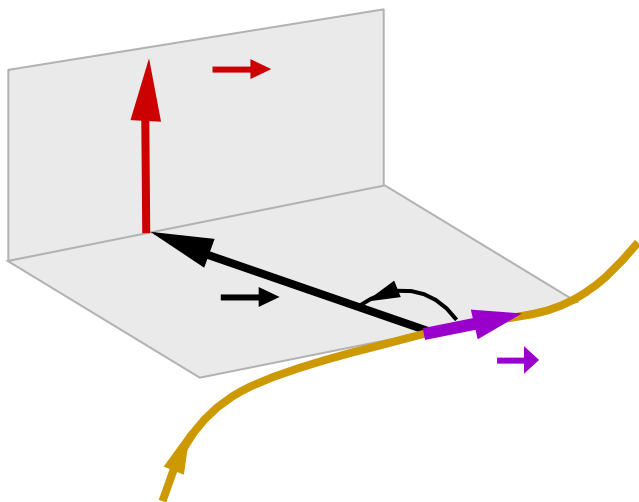
是单位矢量  
→

方向



大小

sin



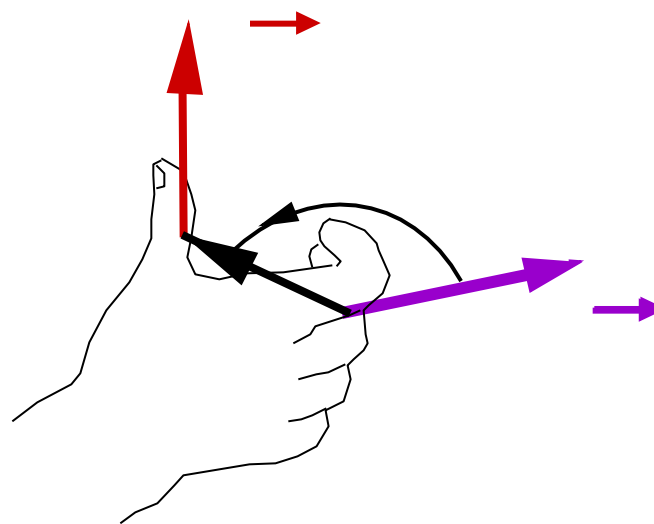
180

积分得一段电流磁场

$$\vec{B} = \int \vec{dB}$$

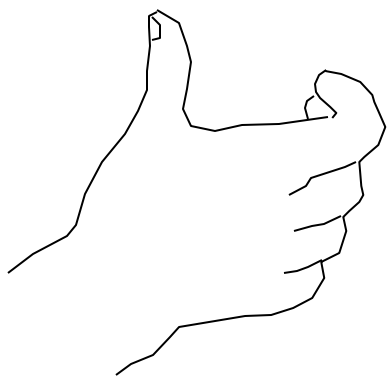
求多段载流体的磁场

$$\vec{B} = \sum \vec{B_i}$$



右手法则

确定磁场 → 方向



四指  
指  
电流  
磁场

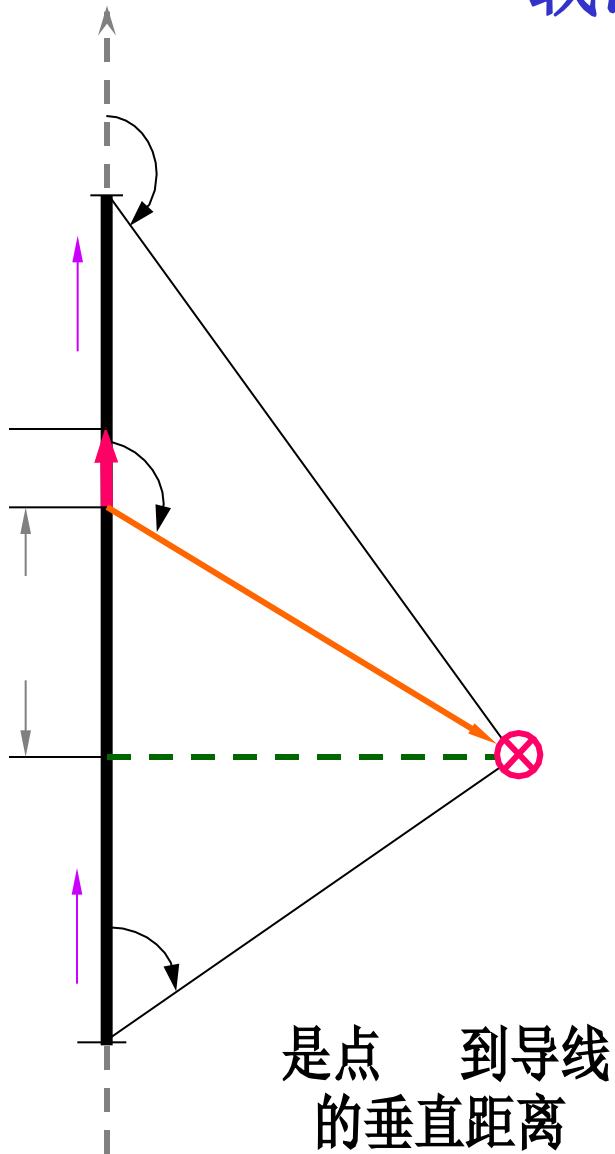
拇

磁场——适用于圆（弧形）电流

电流——适用于直电流

### 三、典型磁场

#### 载流直导线的磁场



$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{r}$$

$$= \int_{-\alpha}^{\beta} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \alpha + \sin \beta)$$

1、无限长

$$=$$

$$=$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2、半无限长

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

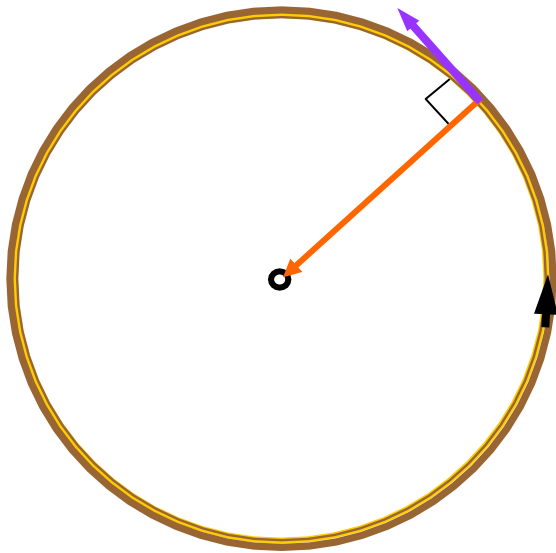
3、在导线延长线上

$$=$$

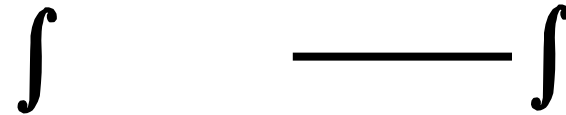
$$=$$

$$=$$

# 圆电流圆心处的磁场 的大小、方向



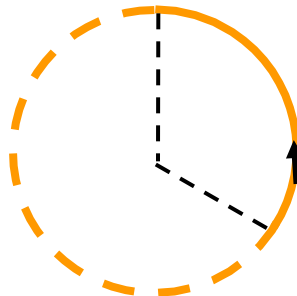
本题  $\equiv$   $\equiv 90^\circ$



1、 匝圆电流



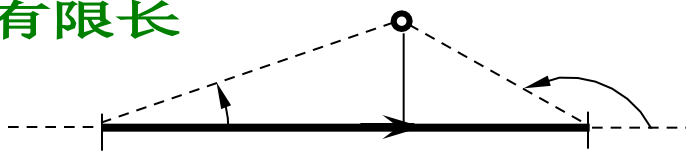
2、 任一段圆弧电流



弧有电流, 圆心角为

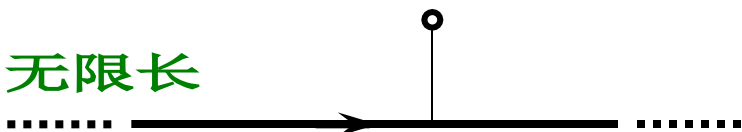


有限长



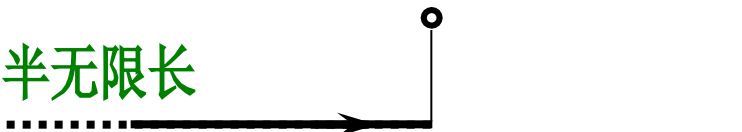
$$= \cos \theta_1 - \cos \theta_2$$

无限长



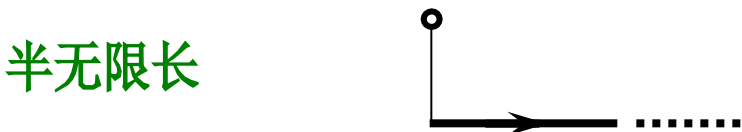
$$= \frac{1}{r}$$

半无限长

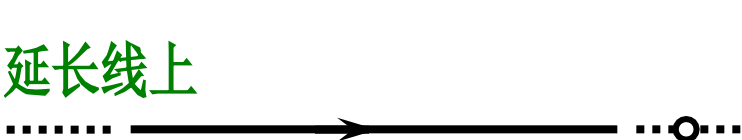


$$= \frac{1}{2r}$$

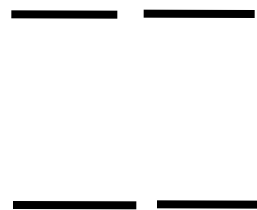
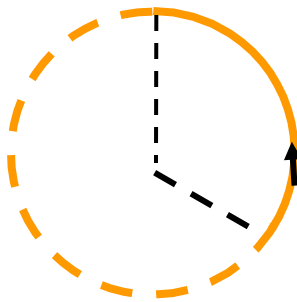
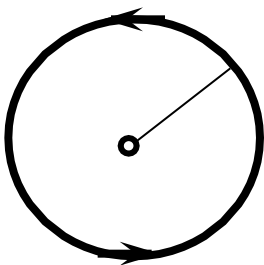
半无限长



延长线上



$$= 0$$



是场点到  
导线的垂距，  
也用  $r$  表示。

一段直电流的磁场

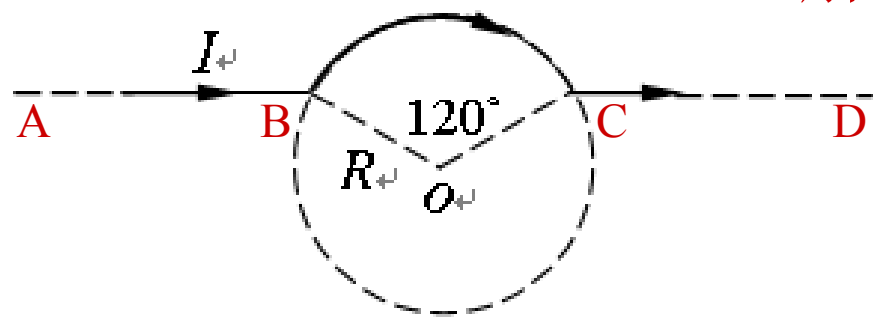
$$= \text{——} \cos \quad - \cos$$

圆电流圆心的磁场

$$= \text{——}$$

1. 如图，一根无限长的直导线，通有电流  $I$ ，

中部段弯成半径为  $R$  的圆弧形，求图中  $O$  点  $\vec{B}$ 。



解 对AB:  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$ ,  $a = \frac{R}{2}$

$$B_{\overline{AB}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \\ = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \otimes$$

$$\text{对BC弧: } \theta = 120^\circ \quad B_{BC\text{弧}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\mu_0 I}{6R} \quad \otimes$$

$$\text{对CD: } \alpha_1 = 150^\circ, \alpha_2 = 180^\circ, a = \frac{R}{2} \quad B_{\overline{CD}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \otimes$$

$$\therefore B_O = B_{\overline{AB}} + B_{BC\text{弧}} + B_{\overline{CD}} = \frac{\mu_0 I}{6R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \otimes$$

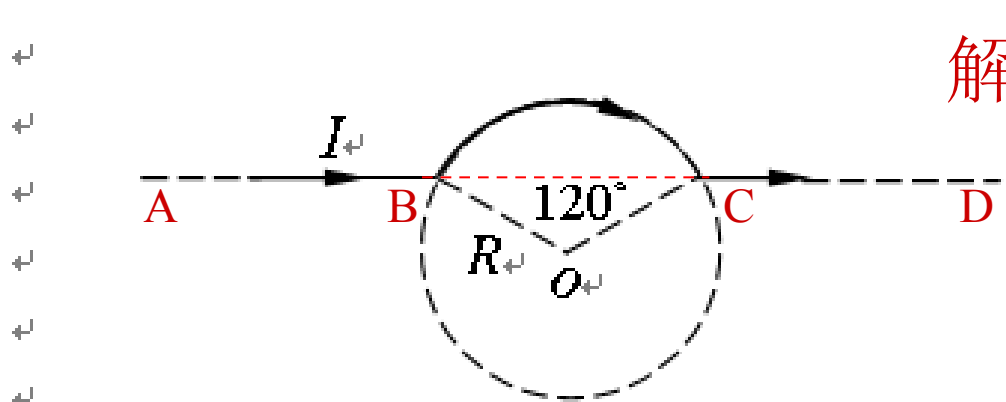
一段直电流的磁场

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

圆电流圆心的磁场

$$= \frac{\mu_0 I}{2R}$$

1. 如图，一根无限长的直导线，通有电流  $I$ ，中部段弯成半径为  $R$  的圆弧形，求图中  $O$  点  $\vec{B}$ 。



解

对无限长ABCD:  $a = \frac{R}{2}$

$$B_{ABCD} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I}{\pi R} \quad \otimes$$

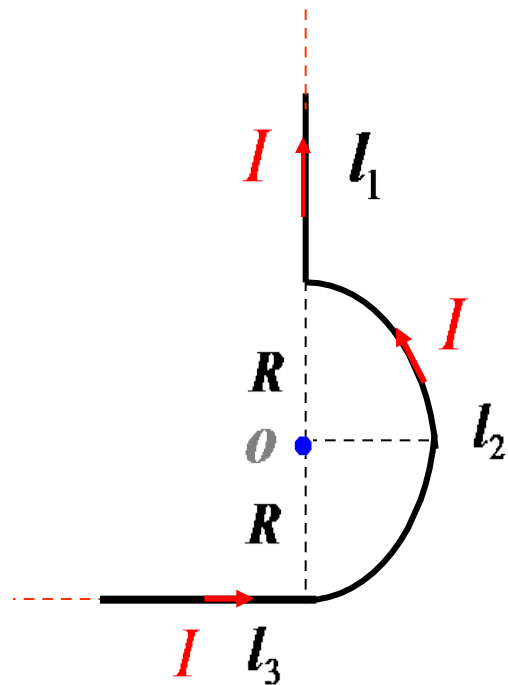
对BC弧:  $\theta = 120^\circ$

$$B_{BC\text{弧}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\mu_0 I}{6R} \quad \otimes$$

对补偿的直BC:

$$\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 150^\circ, a = \frac{R}{2} \quad B_{\overline{BC}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \otimes$$

$$\therefore B_O = B_{ABCD} + B_{BC\text{弧}} - B_{\overline{BC}} = \frac{\mu_0 I}{6R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \otimes$$



对  $l_1$  延长线  $\therefore B_1 = 0$

对  $l_2$  是半圆弧,  $\therefore B_2 = \frac{\pi}{2\pi} \cdot \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{4R}$

对  $l_3$  半无限长  $\therefore B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

$\therefore B_O = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$  方向指向纸外

### 三、稳恒磁场基本定理

#### 1、磁通量 均匀磁场

$$= \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

#### ★ 非均匀磁场

$$= \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \theta dS = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

#### 2、稳恒磁场高斯定理

磁场线是闭合的，对封闭曲面，穿进与穿出曲面的磁场线数目相等

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

磁场是无源场



# 求磁通量

$$= \int \quad = \int \xrightarrow{\text{red}} \xrightarrow{\text{blue}} = \int \cos$$

解：

$$= \text{---} \otimes = \otimes$$

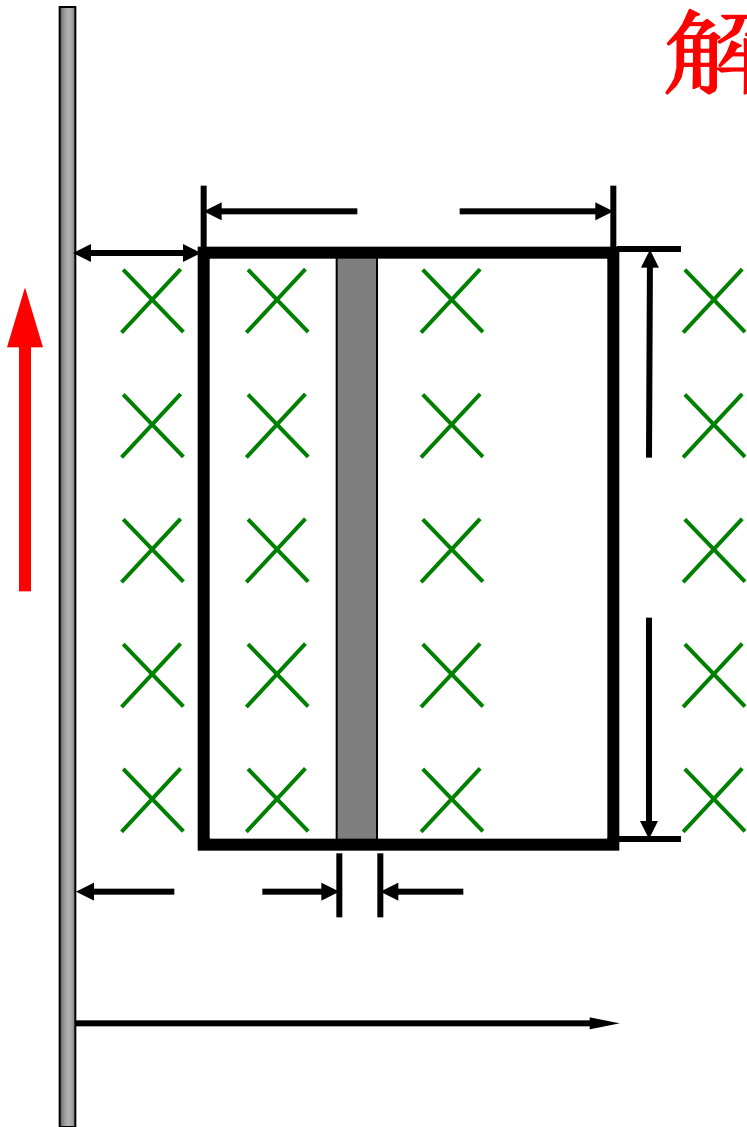
$$= \xrightarrow{\quad} \cdot \xrightarrow{\quad}$$

$$= \text{---}$$

$$= \int$$

$$= \int \text{---} \text{---}$$

$$= \text{---} \ln \text{---}$$



### 3、安培环路定理



的环路积分 =

所围电流的代数和

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

▲ 是闭合环路内电流的代数和。

右手螺旋关系：四指沿环路  $\vec{l}$  方向，大拇指的指向为规定电流正方向。

电流的正负相对规定正方向而言。

流向与 绕向成右手螺旋关系时 为正；反之 为负

▲  $\vec{B}$  的环路积分只与环内电流有关,与环外电流无关。

▲  $\vec{B}$  是环路  $\vec{l}$  上任一点的磁场，是环内、外所有电流的产生磁场的矢量和。

▲ 定理说明稳恒磁场是 非保守场

▲ 求对称场  $\vec{B}$ ：①分析场的对称性；②取闭合环路；③由定理列方程求  $B$ 。



已知

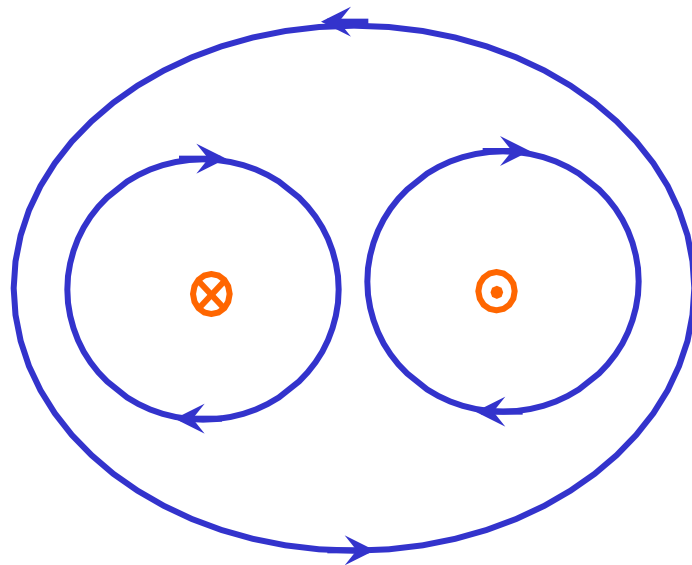
= =

则

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



解

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\oint \rightarrow \quad \rightarrow \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

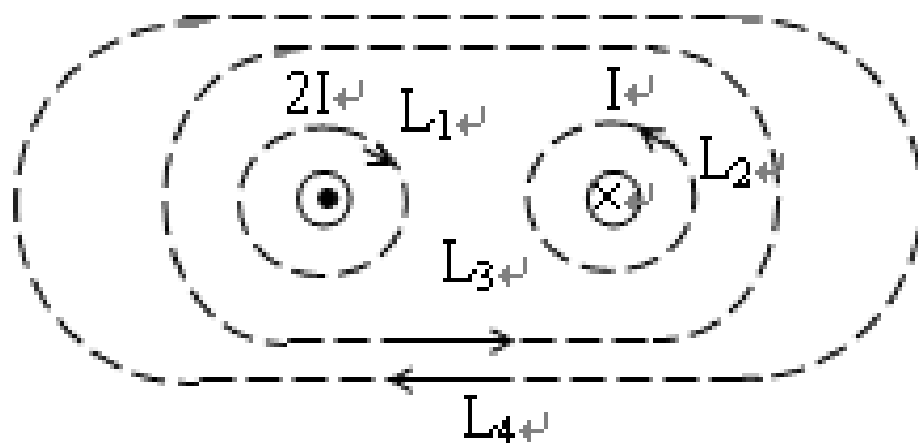
1. 如图, 流出纸面的电流为  $2I$ , 流进纸面的电流为  $I$ , 则下述各式中哪一个是正确的?

(A)  $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\mu_0 I$

(B)  $\oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

(C)  $\oint_{L_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$

(D)  $\oint_{L_4} \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$



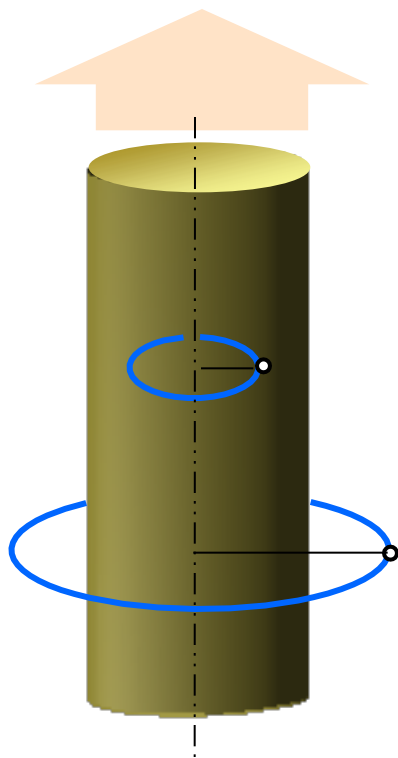
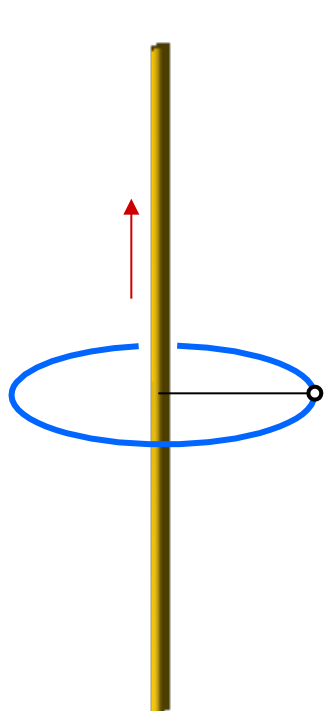
**解:**

$$\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(-2I) \quad \oint_{L_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0[2I + (-I)] = \mu_0 I$$

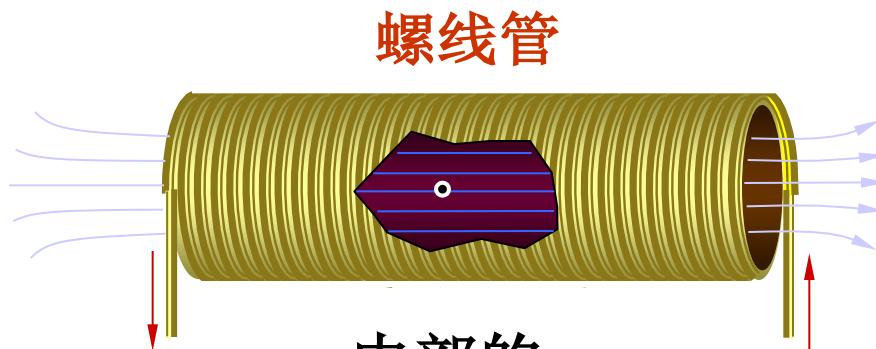
$$\oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(-I) \quad \oint_{L_4} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0[(-2I) + I] = -\mu_0 I$$

# 安培环路定理的应用举例

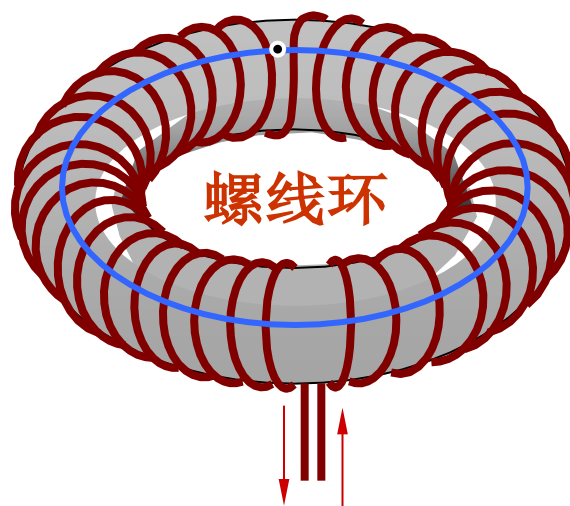
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$



分布



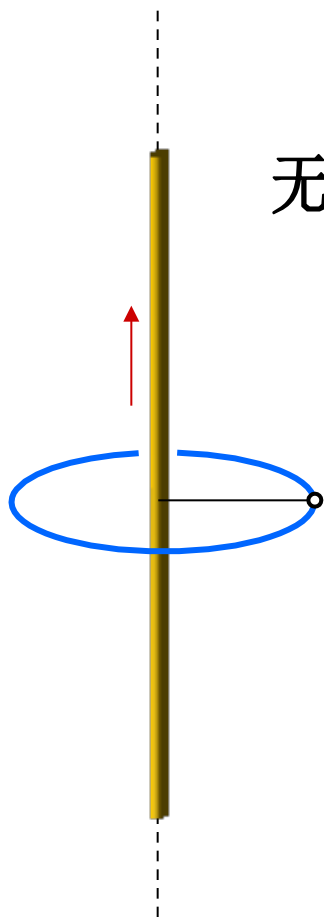
内部的



# 安培环路定理的应用举例

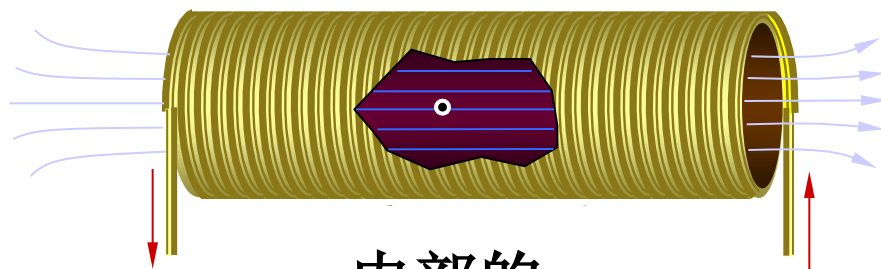
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

无限长直电流的  $\vec{B}$  分布



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

螺线管



内部的

长直螺线管 外部磁场  $B \approx 0$

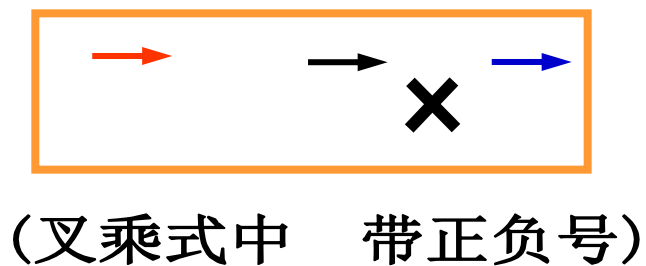
长直螺线管 内部沿轴线磁场

$$B = \mu_0 n I$$

## 四、洛伦兹力

大小  
方向

$$\vec{v} \times \vec{B} \sin \theta$$



## 五、安培定律 ▲ 非均匀磁场中

$$\vec{F} = \int \vec{F} = \int (\vec{I} \times \vec{B})$$

所有  $\vec{I}$  方向相同时 大小:  $F = \int I B \sin \theta$  方向: 右手螺旋或左手定则

### ▲ 均匀磁场中，载流导线受力

$$\vec{F} = \int \vec{F} = \int (\vec{I} \times \vec{B}) = \vec{I} \times \vec{B}$$

大小:  $F = I B L \sin \theta$

方向: 右手螺旋或左手定则

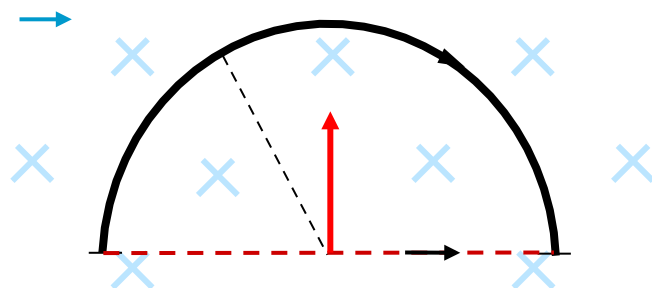
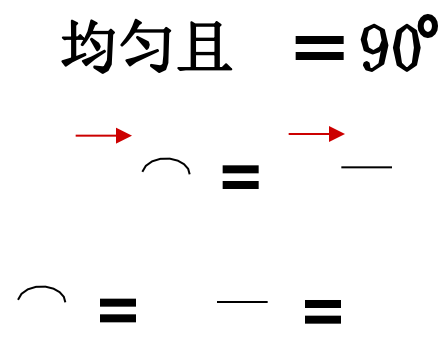
$\vec{L}$  方向: 电流起点→终点

对载流直导线, 为直导线长度。

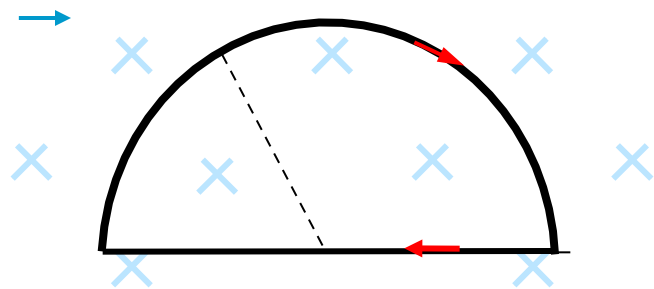
载流弯曲导线, 为导线 起点到终点的等效直线段的长度。

均匀磁场中载流线圈受磁场力为 0。

▲ **均匀磁场中**，一段载流 弯曲导线受磁场力等效于  
 连接导线两端的载 **同向电流** 直导线所受磁场力



均匀磁场中载流线圈受磁场力为 0

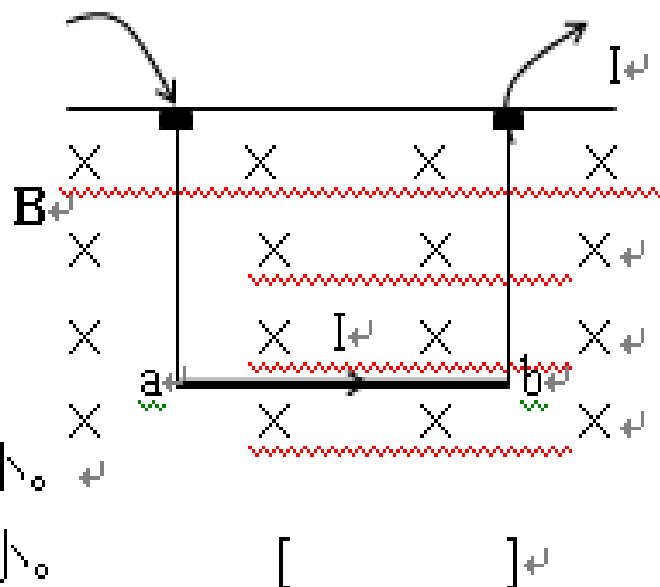


1. 如图所示，一根长为  $l$  的载流导线。

此时悬线张力不为零（即安培力与重力不平衡）。

欲使  $ab$  导线与软线连接处张力为零则必须：

- (A) 改变电流方向，并适当增加电流强度。
- (B) 不改变电流方向，而适当增加电流强度。
- (C) 改变磁场方向，并适当增强磁感应强度  $B$  的大小。
- (D) 不改变磁场方向，适当减少磁感应强度  $B$  的大小。



导线受向下重力： $G = mg$ ，向上安培力： $F = BIl$

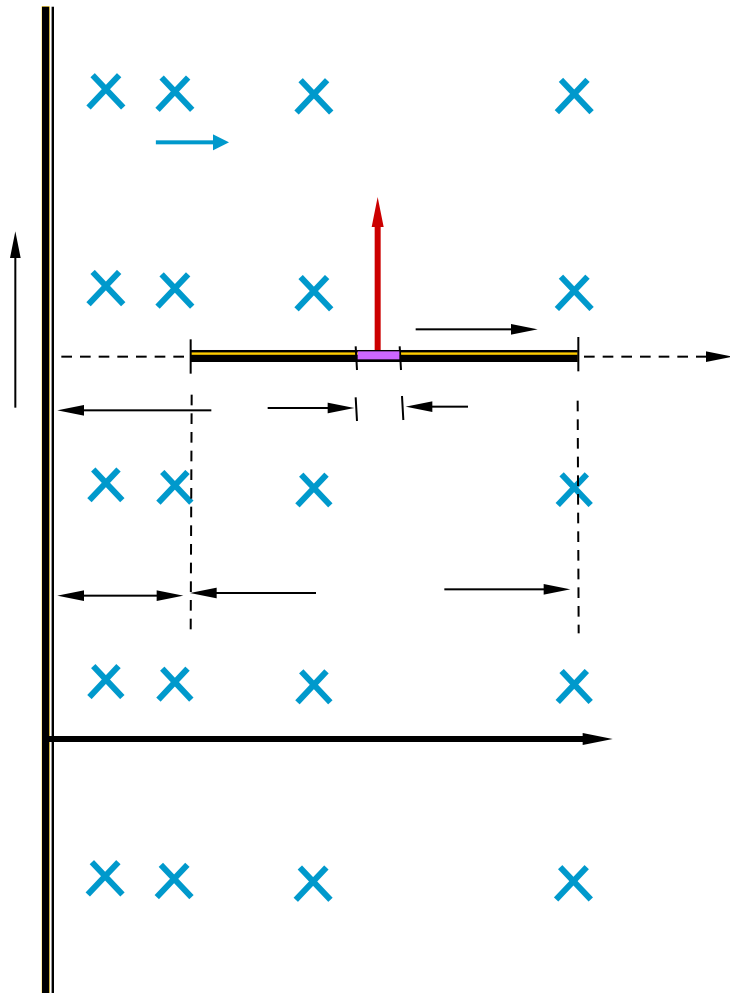
悬线张力不为零  $\Rightarrow F_{\text{合}} = G - F > 0$

$\therefore F$  增大，但方向不变  $\Rightarrow B$  增大（方向不变）或  $I$  增大（方向不变）

$l$  增大， $G$ 、 $F$  同时增大，不合适



在无限长直电流 的磁场中, 有一段长度为 载流为 的导线,  
导线与 垂直, 近端距 为 . 导线 所受磁力  $\rightarrow$



解法提要

的磁场分布为

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \otimes$$

上任一段电流元受的力

$$= I \mathbf{B} \sin \theta = 90^\circ$$

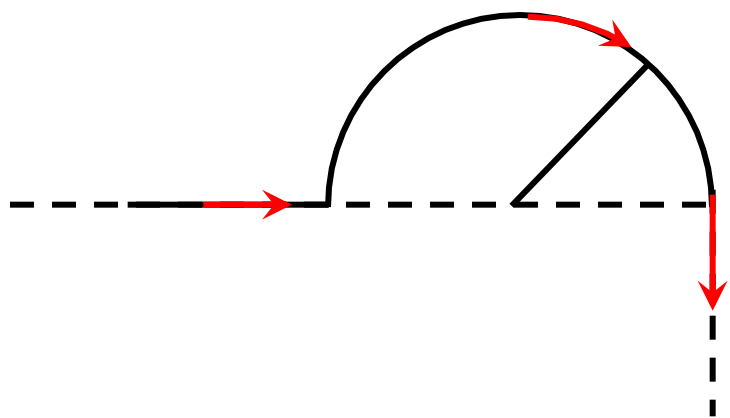
$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a} \quad \text{垂直向上}$$

$$= \int_a^{a+l} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} \int_0^l \frac{dl}{r} \quad \text{垂直向上}$$

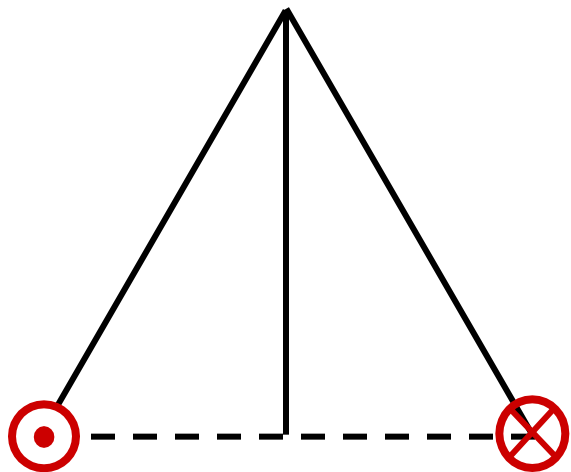
$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a} \ln \left( \frac{a+l}{a} \right) \quad \text{垂直向上}$$

计算量	磁感应强度	磁通量	安培力
计算 方法	<p>叠加法 <math>\vec{B} = \sum \vec{B}_i</math>    <math>\vec{B} = \int d\vec{B}</math></p> <p>注意：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 首先要确定有几个磁场；</li> <li>2. 其次要选择正确的磁场公式；</li> <li>3. 还要注意叠加时方向的影响.</li> </ol>	<p>均匀磁场</p> $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}$ $= BS \cos \theta$	<p>均匀磁场</p> <p>直载流导线 <math>\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}</math></p> <p>弯曲载流导线 <math>\vec{F} = I\vec{l}_{a \rightarrow b} \times \vec{B}</math></p> <p>当 <math>\vec{l} \perp \vec{B}</math> 时, <math>F = IlB</math></p> <p>方向由叉乘或左手定则判定</p>
	<p>安培环路定理 <math>\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{l \text{ 内}} I_i</math></p> <p>解题方法（三步曲）：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 分析场的对称性；</li> <li>2. 取闭合环路并确定绕向 （同<math>\vec{B}</math> 线方向）；</li> <li>3. 由定理列方程求解.</li> </ol>	<p>非均匀磁场</p> $d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$ $= B \cos \theta dS$ $\Phi_m = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S}$ $= \int_s B dS \cos \theta$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 取面元 <math>d\vec{S}</math>；</li> <li>2. 求元通量 <math>d\Phi_m</math>；</li> <li>3. 积分求通量。</li> </ol>	<p>非均匀磁场 <math>\vec{F} = \int_l (Id\vec{l} \times \vec{B})</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 确定磁场分布、受力对象；</li> <li>2. 沿 <math>I</math> 取微元 <math>d\vec{l}</math>，  <math display="block">d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}</math> <math display="block">dF = IdlB \sin \theta</math> </li> <li>3. 积分求力，判断方向  <math display="block">\vec{F} = \int_l d\vec{F} \quad F = \int_l dF</math> </li> </ol>

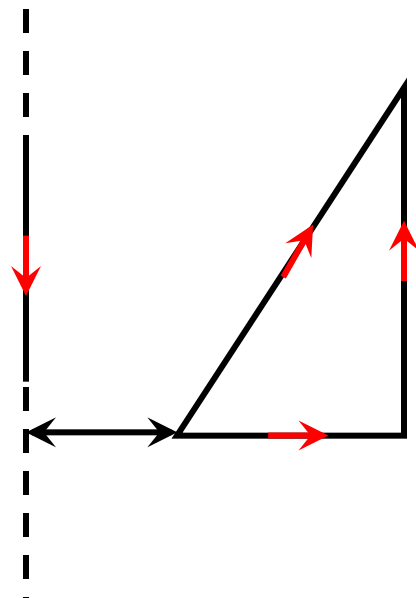
1. 载流 导线，  
求 的大小和方向。



2. 长直载流 导线，  
求  $p$  的大小和方向。

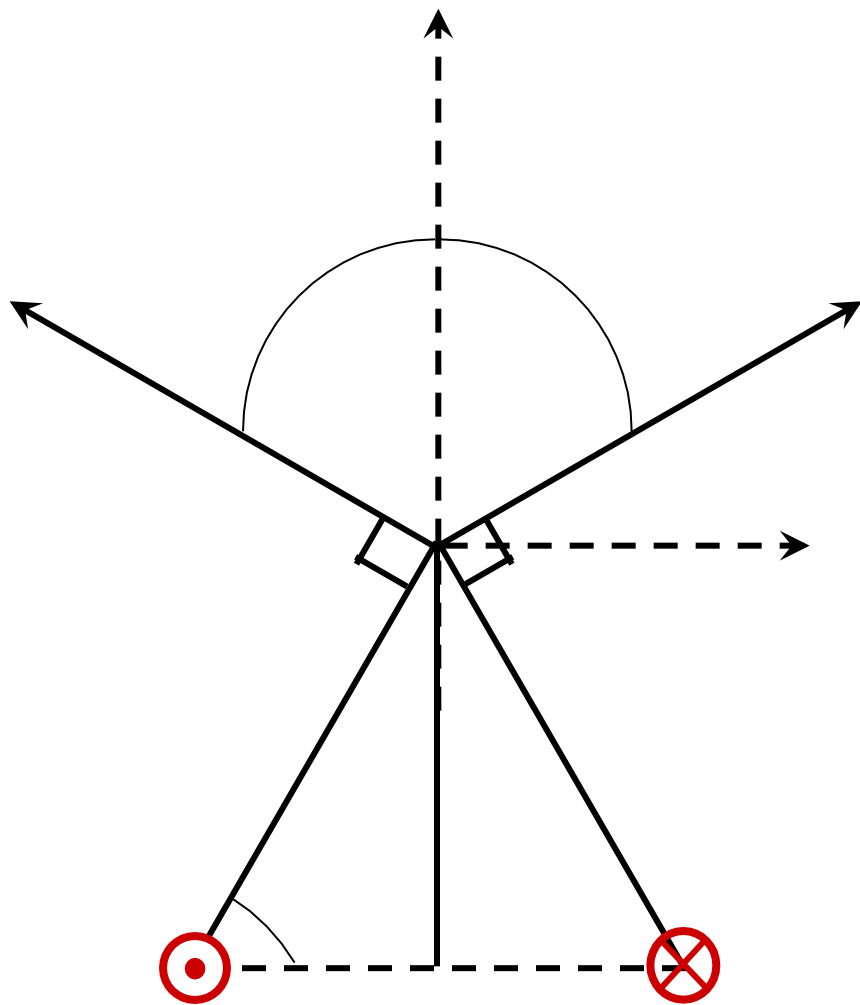


3. 如图，求  $BC$  和  $CA$  边所受  
磁力大小和方向。



题：长直载流

导线，求  $p$  的大小和方向。



$$\cos \theta = \frac{l}{r} \quad B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B_{Px} = B_2 \sin \theta - B_1 \sin \theta = 0$$

$$B_P = B_{Py}$$

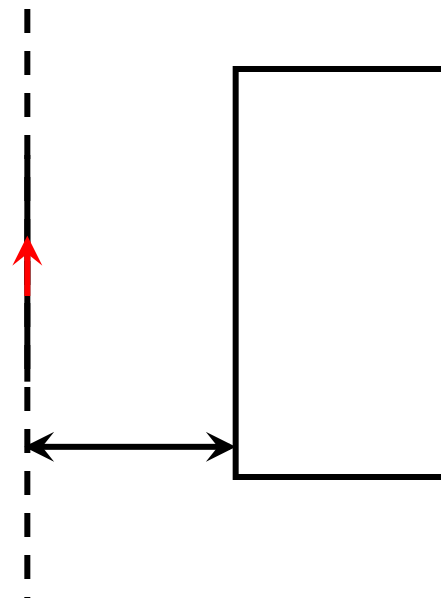
$$= B_1 \cos \theta + B_2 \cos \theta$$

$$= 2B_1 \cos \theta = 2 \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{l}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{\pi r^2}$$

方向：y 轴正向

4. 如图，求矩形线框中的磁通量。

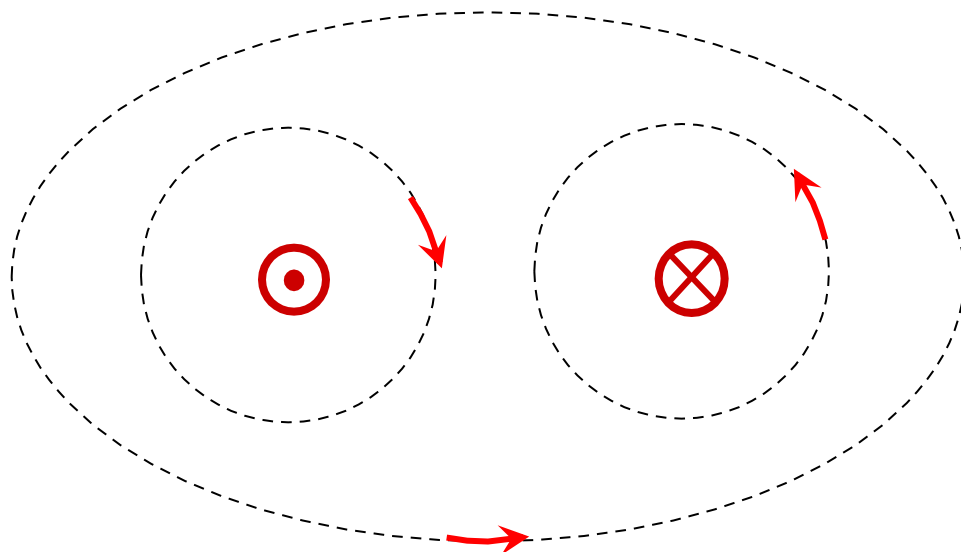


5. 如图，填空：

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} =$  \_\_\_\_\_

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} =$  \_\_\_\_\_

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} =$  \_\_\_\_\_



# 电磁感应

回路中产生感应电流（电动势）必要条件是要有磁通量的变化！

## 一、电磁感应基本定律

### 1、楞次定律——判断感应电流或感应电动势的方向

感应电流产生的磁场，总是反抗回路中原磁通量的变化。

### 2、法拉第电磁感应定律——计算感应电动势的大小

数学表达式：感应电动势  $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

▲ 负号是楞次定律的数学表达。

▲ 匝线圈  $\mathcal{E} = - N \frac{d\Phi_B}{dt}$

磁链  $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$

均匀磁场  $\Phi = B \cdot A$

非均匀磁场  $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$



## 二、两类电动势

### 1、动生电动势 —— 计算导线棒或线圈运动产生的感应电动势

● 动生电动势的公式  $\mathcal{E}_{\text{动生}} = \int \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$

方向：

● 常用公式  $\mathcal{E}_{\text{动生}} = \int B \sin \theta \cos \phi dl$

$\vec{v} \times \vec{B}$  的方向

式中  $\theta$  是  $\vec{v}$  与  $\vec{B}$  的夹角， $\phi$  是  $\vec{v} \times \vec{B}$  与  $d\vec{l}$  的夹角。

● 微元  $dl$  沿运动导线棒取，积分沿棒长方向进行。

● 运动导线棒产生电动势的必要条件：**切割磁场线**。

●  $\mathcal{E}_{\text{动生}} = \int \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$  或  $\mathcal{E}_{\text{动生}} = \int \vec{B} \cdot d\vec{l} \times \vec{v}$

也可构造闭合回路求解

$\mathcal{E}_{\text{动生}}$  方向：导体内部正电荷运动方向  
可通过  $\vec{v} \times \vec{B}$  判断

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/918061055013006133>