2025 届新高三暑期摸底联合质量检测解析版

数学试卷

满分 150 分，考试用时 120 分钟

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置.

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 $M=\left\{x\mid x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}$， $N=\left\{x\mid x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}$， $P=\left\{x\mid x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}$，则 M、N、P 的关系满足（　　）.

A．$M=N\subset P$　　　　B．$M\subset N=P$

C．$M\subset N\subset P$　　　　D．$N\subset P\subset M$

【答案】B

【详解】因为$M=\left\{x\middle|x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{6m+1}{6},m\in Z\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{3\times 2m+1}{6},m\in Z\right\}$，

$N=\left\{x\middle|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{3(n-1)+1}{6},n\in Z\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{3k+1}{6},k\in Z\right\}$

$P=\left\{x\middle|x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{3p+1}{6},p\in Z\right\}$

所以$M\subset N=P$.

故选：B

2．已知复数$z=8\mathrm{i}^{2024}+6\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则$|z|=$（　　）

A．8　　　B．9　　　C．10　　　D．100

【答案】C

【详解】$z=8\mathrm{i}^{2024}+6\mathrm{i}=8\times 1+6\mathrm{i}=8+6\mathrm{i}$，所以$|z|=\sqrt{\quad}=10$，

故选：C.

3．在$\triangle ABC$中，点D是AB的中点，$\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{CE}$.设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}=$（ ）

A. $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$

C．$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

【答案】A

【详解】由题意，点D是AB的中点，$\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{CE}$，可得$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$，

则$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)$

$=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$，

4．在$\triangle ABC$中，点D是AC边上靠近点C的三等分点，若$\angle ABD=90^\circ$，$AB=1, BC=\sqrt{7}$，则$S_{\triangle ABC}=$（ ）

A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　D．$\frac{9}{4}$

【答案】C

【详解】设$CD=a$，则$AD=2a$，

$BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-1}$，

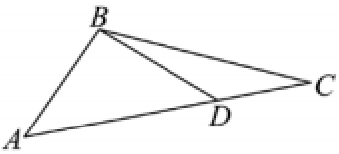
由余弦定理得$\frac{BD}{AD}=-\frac{BD^2+CD^2-BC^2}{2BD\cdot CD}$，

$\frac{\sqrt{4a^2-1}}{2a}=-\frac{4a^2-1+a^2-7}{2a\sqrt{4a^2-1}}$，解得$a=1$，$BD=\sqrt{3}$，

所以$AD=2CD$，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\times BD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}S_{\triangle ABD}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

故选：C.



5．在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=3$，且$a_{n+1}=4a_n+6n-5\left(n\in\mathbf{N}_*\right)$，则$a_{15}=$（　）

A．$4^{15}-15$　　B．$2^{15}-29$　　C．$2^{15}-15$　　D．$4^{15}-29$

【答案】D

【详解】因为$a_{n+1}=4a_n+6n-5(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以$a_{n+1}+2n+1=a_{n+1}+2(n+1)-1=4(a_n+2n-1)$，

所以数列$\{a_n+2n-1\}$是以$a_1+2\times 1-1=4$为首项，公比$q=4$的等比数列，

所以$a_n+2n-1=4.4^{n-1}=4^n$，

所以$a_n=4^n-(2n-1)$，

所以$a_{15}=4^{15}-29$.

故选：D.

6．记$\max\{x,y,z\}$表示x,y,z中最大的数．已知x,y均为正实数，则$\max\left\{\frac{2}{x},\frac{1}{y},x^2+4y^2\right\}$的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．4

【答案】C

【详解】由题意可知：x,y均为正实数，

设$M=\max\left\{\frac{2}{x},\frac{1}{y},x^2+4y^2\right\}$，则$M\geq\frac{2}{x}>0, M\geq\frac{1}{y}>0$，$M\geq x^2+4y^2>0$，

则$3M\geq\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+x^2+4y^2\geq\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+2\sqrt{x^2\cdot 4y^2}=\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+4xy$，

当且仅当$x^2=4y^2$，即$x=2y$时，等号成立，

又因为$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+4xy\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{x}\cdot\frac{1}{y}\cdot 4xy}=6$，

当且仅当$\frac{2}{x}=\frac{1}{y}=4xy$，即$x=2y=1$时，等号成立，

可得$3M\geq 6$，即$M\geq 2$，所以$M=\max\left\{\frac{2}{x},\frac{1}{y},x^2+4y^2\right\}$的最小值为2

7．若函数$f(x)=-\frac{1}{2}ax^2+4x-2\ln x$有两个不同的极值点，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(0,1)$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(2,+\infty)$

【答案】A

【详解】$f(x)=-\frac{1}{2}ax^2+4x-2\ln x, f'\left(x\right)=-ax+4-\frac{2}{x}=\frac{-ax^2+4x-2}{x}$，

故原命题等价于关于x 的方程 $-ax^2+4x-2=0$ 在$(0,+\infty)$上有两个不同的实数根，

即关于x 的方程$a=\frac{4x-2}{x^2}=-2\left(\frac{1}{x}-1\right)^2+2$ 在$(0,+\infty)$上有两个不同的实数根，

令$t=\frac{1}{x}$，则$t\in(0,+\infty)$，

所以关于t 的方程$a=-2(t-1)^2+2$ 在$(0,+\infty)$上有两个不同的实数根，

令$g(t)=-2(t-1)^2+2, t\in(0,+\infty)$，

因为$g(t)$ 在$(0,1)$ 上单调递增，故$g(t)$ 在$(0,1)$ 上的值域为$(0,2)$，

因为$g(t)$ 在$(1,+\infty)$ 上单调递减，故$g(t)$ 在$(1,+\infty)$ 上的值域为$(-\infty,2)$，

而$(0,2)\cap(-\infty,2)=(0,2)$，从而实数$a$ 的取值范围是$(0,2)$．

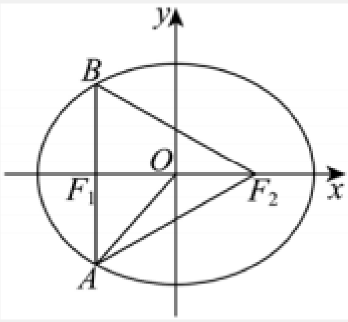
故选：

8．已知F_1,F_2 是椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，O 是坐标原点，过F_1 作直线与 C 交于 A，B 两点，若$|AF_2|=|AB|$，且$\triangle OAF_2$ 的面积为$\frac{\sqrt{3}}{6}b^2$，则椭圆 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{12}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【详解】



我们首先来证明一个引理：若$\angle F_1AF_2=\theta,(0<\theta<\pi)$，则 $S_{\triangle AF_1F_2}=b^2\tan\frac{\theta}{2}$，

证明如下：设$|AF_1|=m,|AF_2|=2a-m$，则由余弦定理有

$4c^2=m^2+(2a-m)^2-2m(2a-m)\cos\theta$, 即$4c^2=[m+(2a-m)]^2-2m(2a-m)(1+\cos\theta)$，