练习一　函数

一、填空题

1．函数 $y=\sqrt{x^2-4}+\dfrac{1}{|x-1|}$ 的定义域是_____.

2．假设 $y=\begin{cases}\sin x & -2<x<0\\ x^2+1 & 0\le x<2\end{cases}$，那么 $y(\dfrac{\pi}{2})=$_____.

3．假设 $y=\mathrm{e}^{(x-a)^2}$，$g=a+\cos x$，那么 $y(g)=$_____.

二、单项选择题

1．假设函数 $y=f(x)$ 的定义域是[0，1]，那么 $f(\ln x)$ 的定义域是(　　).

A．$(0,+\infty)$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$[1\ ,\mathrm{e}]$　　D．$[0\ ,1]$

2．函数 $y=\ln|\sin \pi x|$ 的值域是(　　).

A．$[-1\ ,1]$　　B．$[0\ ,1]$　　C．$(-\infty,0)$　　D．$(-\infty,0]$

3．假设函数 $f(\mathrm{e}^x)=x+1$，那么 $f(x)=$(　　).

A．e^x+1　　B．$x+1$　　C．$\ln x+1$　　D．$\ln(x+1)$

4．以下各对函数中，〔　〕中的两个函数相等.

A．$y=\dfrac{x\ln(1-x)}{x^2}$ 与 $g=\dfrac{\ln(1-x)}{x}$　　B．$y=\ln x^2$ 与 $g=2\ln x$

C．$y=\sqrt{1-\sin^2 x}$ 与 $g=\cos x$　　D．$y=\sqrt{x(x-1)}$ 与 $y=\sqrt{x}\sqrt{(x-1)}$

5．以下函数中 $y=$〔　〕是偶函数.

A．$|f(x)|$　　B．$f(|x|)$　　C．$f^2(x)$　　D．$f(x)-f(-x)$

三、解答题

1．设 $f(x)=\begin{cases}x & 0\le x\le 1\\ \ln x & 1<x<\mathrm{e}\end{cases}$，求：

(1) $f(x)$ 的定义域；　(2) $f(0)$，$f(1)$，$f(2)$。

2．某厂产品日产量为 1500 吨，每吨定价为 150 元，销售量不超过 1000 吨的局部按原价出售，超过 1000 吨的局部按 9 折出售，假设将销售总收入看作销售量的函数，试写出函数表达式.

四、证明题

设 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$，试证 $f(x)$ 是奇函数.

练习二　极限的概念

一、　填空题：

1、　设 $f(x)$ 是定义在$(-\infty,+\infty)$内的奇函数，且 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=A \neq 0$, 那么 $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=$_____

2、　假设 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=A$, 那么 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=$_____

二、写出以下数列的前 5 项:

1 、$a_n=\dfrac{n}{2^n}$;

2 、$a_n=(1+\dfrac{1}{n})^n$;

3、$a_n=\dfrac{1+(-1)^n}{2}$;

4、 $a_n=\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\square+\dfrac{n}{n^2}$;

三、观察以下数列的变化趋势,写出它们的极限

1、 $a_n=\dfrac{1}{2''},\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$

2、 $a_n=(-1)^n\dfrac{1}{n},\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$

3、 $a_n=\dfrac{n-1}{n+1},\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$

4、 $a_n=(-1)^n n$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$

四：判断 $\lim\limits_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}}$ 是否存在，假设将极限过程改为$x\to 0$呢？

练习三　无穷小、无穷大、极限运算法那么

一、　是非题:

1、当$x \to x_0$时，$f(x)$是一个无穷小，那么$f(x)$在x_0的某领域内有界.〔　　〕

2、一个无穷小除以一个非零的有界函数仍是无穷小.〔　　〕

3、一个无穷大除以一个非零的有界函数仍是无穷大.〔　　〕

4、假设$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$存在,而$\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$不存在,那么$\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) \pm g(x)]$可能存在.(　　)

5 、非常小的数是无穷小　　(　　)

6、零是无穷小　　〔　　〕

7、无穷小是一个函数　　〔　　〕

二、　计算题:

1、 计算以下极限:

(1) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1}$　　(2) $\lim\limits_{x \to 0} x \cdot \sin x$

(3) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$　　(4) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

(5) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\cos \dfrac{x}{2} - \sin \dfrac{x}{2}}$　　(6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4^x}{1 - 4^x}$

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^n+3^{n+1}}{2^{n+1}-3^n}$　　(8) $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{1-x^3})$

2．设 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x-3, x\le 1;\\ x, \quad 1<x<2\\ 2x-2, \quad x\ge 2\end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x\to 1}f(x), \lim\limits_{x\to 2}f(x), \lim\limits_{x\to 3}f(x)$.

练习四　两个重要极限

一、 计算题：

1、 计算以下极限：

〔1〕 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin mx}{\sin nx}(n\neq 0);$　　〔2〕 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x}{\sin 5x};$

〔3〕 $\lim\limits_{x\to 0}x\cot x;$　　〔4〕 $\lim\limits_{n\to\infty}2^n\sin\dfrac{x}{2^n}$（$x$ 为不等于零的常数）；

〔5〕 $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\dfrac{1}{n})^{n+5};$　　〔6〕 $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-2x};$

〔7〕 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x^2-1}{x^2+1})^{x^2}$；　　〔8〕 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)^{\sec x}$；

〔9〕 $\lim\limits_{n\to\infty} n(\dfrac{1}{n^2+\pi}+\dfrac{1}{n^2+2\pi}+\mathrm{L}\ +\dfrac{1}{n^2+n\pi})$.

二、证明题：

设 $x_1=\sqrt{2}, x_n=\sqrt{2+x_{n-1}}$ ，证明数列 x_n 的极限存在，并求其极限。

练习五　无穷小比拟，等价无穷小

一、 填空题：

1、 假设 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$，那么 $a=$_____，$b=$_____．

2、 假设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$，那么 $a=$_____，$b=$_____

二、 利用等价无穷小的性质，求以下极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x}{\sin 5x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{1+x^2}$；

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{\sin 2x}$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{tg2x}$；

〔5〕 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x^3}$；　　(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$；

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x\sin x}$；　　(8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x^n)}{(\sin x)^m}$ (m,n 均为自然数〕；

练习七　函数的连续性，函数的间断点

一、　指出以下函数的间断点，并判别其类型.

1、$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+x-6}$;

2、$f(x)=\dfrac{x}{tgx}$;

3、$f(x)=\begin{cases}1+x, & -\infty<x<0\\ 2^x, & 0<x<+\infty\end{cases}$;

4　$f(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0\\ \dfrac{x}{\sin x}, & x<0\end{cases}$.

二、讨论函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}x$ 的连续性，假设有间断点，那么判别其类型.

三、如何选取数 a，b，使函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x<0;\\ a, & x=0;\\ \dfrac{b}{x}(\sqrt{1+x}-1), & x>0.\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

练习七　常用经济函数

1. 收音机每台售价为 90 元，本钱为 60 元.厂方为鼓励销售商大量采购, 决定但凡定购量超过 100 台以上的 ,每多定购 1 台就降低 1 分,但最低价为每台 75 元.

   (1) 将每台的实际售价 p 表示为定购量 x 的函数;

   (2) 将厂方所获的利润 p 表示成定购量 x 的函数;

   (3) 某一商行定购了 1000 台,厂方可获多少利润?

2. 设某商品的本钱函数和收入函数分别为:

$$C(q)=7+2q+q^2$$
$$R(q)=10q$$

试求:(1)该商品的利润函数;

(2)销售为 4 时的总利润及平均利润

(3)销售量为 10 时是盈利还是亏损.

3. 某商品的需求函数和供应函数分别为:

$$\begin{aligned} Q &= 14 - 1.5p \\ S &= 4p - 5, \end{aligned}$$ (其中价格p的单位为元)

求:(1)市场均衡价格’

(2)假设每销售一单位商品,政府征税 1 元,此时的均衡价格

阶段自测题〔一〕函数，极限，连续

一、 是非题〔10 分〕：

1、 函数 $y=10^{x-1}-2$ 的反函数为 $y=1+\lg(x+2)$ (　　)

2、 在自变量的同一变化过程中，函数可表示为一个常数与一个无穷小之和. (　　)

3、 在定义区间不连续的函数一定不是初等函数. (　　)

4、 假设 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0-\Delta x)]=0$, 那么函数 $f(x)$ 在 x_0 处是连续的. (　　)

5、 假设 $f(x)$ 在 (a,b) 内单调，那么 $f(x)$ 在 (a,b) 内至多有一个零点. (　　)

二、 选择题：〔30 分〕

1、 在区间(-1,0)内，由(　　)所给出的函数是单调上升的。

(A) $y=|x|+1;$　　(B) $y=|x|-2x;$

(C) $y=-4x+3$　　(D) $y=5x-2$

2、 当 $x\to+\infty$ 时，函数 $f(x)=x\sin x$ 是(　　)

〔A〕无穷大量　　〔B〕无穷小量

〔C〕无界函数　　〔D〕有界函数

3、 当 $x\to 1$ 时， $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x},\varphi(x)=1-\sqrt[3]{x}$ 都是无穷小，那么 $f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的(　　)

〔A〕高阶无穷小　　〔B〕低阶无穷小

〔C〕同阶无穷小　　〔D〕等阶无穷小

4、 $x=0$ 是函数 $f(x)=arctg\dfrac{1}{x}$ 的(　　)

〔A〕可去间断点　　〔B〕跳跃间断点；

〔C〕振荡间断点　　〔D〕无穷间断点

5、以下的正确结论是〔　　〕

（A） $\lim_{x\to x} f(x)$ 假设存在，那么 $f(x)$ 有界；

（B） 假设在 x_0 的某邻域内，有 $g(x)\le f(x)\le h(x)$, 且 $\lim_{x\to x_0} g(x)$, $\lim_{x\to x_0} h(x)$ 都存在，那么 $\lim_{x\to x_0} f(x)$, 也存在；

（C） 假设 f(x)在闭区间$[a, b]$上连续，且 $f(a), f(b)<0$ 那么方程 $f(x)=0$, 在(a, b)内有唯一的实根;

(D)当 $x\to\infty$ 时， $a(x)=\frac{1}{x}, \beta(x)=\frac{\sin x}{x}$ 都是无穷小，但 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 却不能比.

6 . 以下极限存在的是〔　　〕.

A. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-1}$　　B. $\lim_{x\to 0}\frac{1}{2^x-1}$　　C. $\lim_{x\to\infty}\tan x$　　D. $\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$

7. 当 $x\to 0^+$ 时，（　　）不是无穷小量.

A. $\ln x$　　B. $\ln(1+x)$　　C. $1-\cos x$　　D. $\sqrt{x}\sin\frac{2}{x}$

8. $f(x)=1-\frac{\sin x}{x}$，假设 $f(x)$ 为无穷小量，那么 x 的趋向必须是〔　　〕.

A. $x\to+\infty$　　B. $x\to-\infty$　　C. $x\to 1$　　D. $x\to 0$

9. 以下极限计算正确的选项是（　　）

A. $\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}=1$　　B. $\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x}=1$

C. $\lim_{x\to 0}(1+\frac{1}{x})^x=e$　　D. $\lim_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

10. 当 $x\ne 1$ 时, $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{\sin(x-1)}$, 又 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 那么 $f(1)=$（　　）

A. －1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

（D）

二、填空题〔10 分〕

1. $\lim_{x\to\infty}\frac{x-\sin x}{x+\cos x}=$ _____.

2. 设 $f(x)=\frac{x^2-x-2}{2x^2+x-1}$, 那么 $\lim_{x\to\infty} f(x)=$ _____， $\lim_{x\to -1} f(x)=$ _____.

3. 假设 $\lim_{x\to 0}(1+ax)^{\frac{1}{x}}=e^{-2}$, 那么 $a=$ _____.

4. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & x\ne 1\\ k & x=1\end{cases}$，假设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，那么 $k=$ _____.

5. 函数 $f(x)=\frac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}$ 的间断点是_____.

三、 **计算题:〔30 分〕**

1、 计算以下各式极限：

〔1〕 $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$ 〔2〕 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\sin\dfrac{1}{x}}{1-\cos x}$

〔3〕 $\lim\limits_{x\to 0}\sin 3x\cos 2x$ 〔4〕 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x\sin x}$

〔5〕 $\lim\limits_{x\to\infty}\ln(1+2^x)\ln(1+\dfrac{3}{x})$

2、 确定常数 a, b，使函数

$$f(x)=\begin{cases}a+\arccos x, & -1<x<1\\ b, & x=-1\\ \sqrt{x^2-1}, & -\infty<x<-1\end{cases}$$ 在 x=-1 处连续.

四、应用题：〔10

设某产品每此售 10000 件时,每件售价为 50 元,假设每次多售 2000 件,那么每件相应地降价 2 元,如果生产这种产品的固定本钱为 60000 元,变动本钱为每件 20 元,最低产量为 10000 件,求:

(1) 本钱函数;(2)收入函数;(3)利润函数

五、证明题：

设$f(x)$在闭区间$[a, b]$上连续，且$a<f(x)<b,$ 证明在(a, b)内至少有一点ξ，使$f(\xi)=\xi$.

练习八　导数的概念

1、　从直线运动方程$S=2t^3-t^2+1,$求 t = 1 , △t = 0.1 时的平均速度.

1、 按导数定义求以下函数的导数。

(1) $y=\dfrac{1}{x}$ (2) $y=\sqrt[3]{x}$

2、 试证：$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}} & x>0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 右连续，但 $f_{+}^{'}(0)$ 不存在.

3、 设 $f(x)=\begin{cases}x^{2}, & x\le 1;\\ ax+b, & x>1.\end{cases}$ 为了使函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续且可导, a , b 应取什么值？

4、 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0;\\ x & x\ge 0.\end{cases}$ 求 $f'(x)$.

5、 假设 $f(x)$ 是偶函数，且 $f'(0)$ 存在，求 $f'(0)$.

7、 设 $f(x)\begin{cases}x^2, x\geq 0,\\ -x, x<0.\end{cases}$ 求 $f'_+(0), f'_-(0)$, 又 $f'(0)$ 是否存在?

练习九 导数的四那么运算

1、 求以下函数的导数:

(1) $y=3x^2-5x+1$

(2) $y=2\sqrt{x}-\frac{1}{x}+\sqrt[4]{3}$

(3) $y=\sqrt{2}(x^3-\sqrt{x}+1)$

(4) $y=(v+1)^2(v-1)$

(5) $y=\dfrac{ax^3+bx^2+c}{(a+b)x}$

(6) $y=\sin x+\cos x$

(7) $y=\dfrac{x}{1-\cos x}$

(8) $y=\dfrac{tgx}{x}$

(9) $y=\varphi\sin\varphi+\cos\varphi$

(10) $y=\dfrac{x\sin x}{1+tgx}$

(11) $y=x^2\log_3 x$

(12) $y=x\ln x$

(13) $y=\dfrac{x-1}{\log_2 x}$　　(14) $y=x\sin x\ln x$

(15) $y=\dfrac{1-\ln x}{1+\ln x}$

2、 求以下函数在给定点处的导数:

(1) $y=x\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x,\ y'\Big|_{x=\frac{\pi}{4}}=$ _____ .

(2) $f(t)=\dfrac{1-\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}},\ f'(4)=$ _____ .

3、 求抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上具有水平切线的点的坐标.

练习十　复合函数求导

一、求以下函数导数:

〔1〕 $y=(x^3-x)^6$　　〔2〕 $y=(\dfrac{1+x^2}{1+x})^5$

〔3〕 $y=3\sin(3x+5)$　　〔4〕 $y=\cos^2 x$

〔5〕 $y=\sin^2\frac{x}{3}\cot\frac{x}{2}$　　〔6〕 $y=\sin^n x\cos nx$

〔7〕 $y=\sin^2(2x-1)$　　〔8〕 $y=\sqrt{1+x(\ln x)^2}$

〔9〕 $y=\log_2(x^3-3x^2+x)$　　〔10〕 $y=\frac{1}{\ln x}$

〔11〕 $y=(\ln x^2)^3$　　〔12〕 $y=\ln\ln\ln x$

二、设 $f(x)$可导，求以下函数导数 $\frac{dy}{dx}$

(1) $y=f(x^2)$　　(2) $y=f(f(f(x)))$

三、 求导数：

(1) $y=\dfrac{x}{4^x}$ (2) $y=x\cdot 10^x$

(3) $y=e^{\sqrt{x+1}}$ (4) $y=\sqrt{1+e^x}$

(5) $y=2^{\sin x}$ (6) $y=-\csc^2(e^{3x})$

(7) $y=e^{-x}\cos 3x$ (8) $y=xe^x(\sin x+\cos x)$

(9) $y=\arccos\dfrac{2}{x}$

四、 求导数：

(1) $\arccos\dfrac{x-x^{-1}}{x+x^{-1}}$;　　(2) $\operatorname{arc\,cot}\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

练习十一 隐函数导数、对数求导法

1、 求$\dfrac{dy}{dx}$

（1） $y^3+3y=y$;　　(2) $y-\varepsilon\sin y=x(0\le\varepsilon<1)$.

2、 利用对数求 $\frac{dy}{dx}$

(1) $y = x \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; (2) $y = (x + \sqrt{1+x^2})^n$.

3、 求由方程 $\sin(xy) + \ln(y - x) = x$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 在 x= 0 处的导数 $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$.

练习十二 高阶导数

1、 $y = 1 - x^2 - x^4$, 求 y'', y'''; 2、 $f(x) = (x+10)^6$, 求 $f'''(2)$;

3、 $y = x\cos x$,,求 y'' ,y'''; 4、 $f(x) = e^{2x-1}$, 求 $f'''(0)$;

5、$y = x^3 \ln x,$ 求 $f^{(4)}(x)$;

6、$\rho = a\sin 2\varphi,$ 求 $\dfrac{d^4\rho}{d\varphi^4}$;

7、$x^2 + y^2 = r^2,$ 求 y'''.

8、问自然数 n 至少是多大，才能使 $f(x) = \begin{cases} x^n \sin\dfrac{1}{x}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$

有 $f''(0)$,并求其值.

9、设 $y = (\arcsin x)^2,$ 证明：$(1-x^2)y'''-3xy''-y' = 0$.

10、求方程$\sqrt{x^2+y^2}=ae^{arctg\frac{y}{x}}$所确定的隐数 y 的二阶导数$\frac{d^2y}{dx^2}$.

练习十三　函数的微分

一.填空:

〔1〕$d(\quad)=\frac{dx}{x}$;　　(2) $d(\quad)=e^x dx$;

〔3〕$d(\quad)=\cos x dx$;　(4) $d(\quad)=\sin x dx$;

〔5〕$d(\quad)=\frac{dx}{1+x^2}$;　　(6) $d(\quad)=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$;

(7) $d(\quad)=adx$;　　(8) $d(\quad)=3x^2dx$;

(9) $d(\quad)=\sqrt{x}dx$；　　(10) $d(\quad)=e^{2x}dx$；

(11) $d(\quad)=\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$；　　(12) $d(\quad)=e^{-x}dx$；

(13) $d(\quad)=\dfrac{dx}{2x}$；　　(14) $d(\quad)=\sin 2xdx$.

二.求以下函数的微分 dy

(1) $y=\dfrac{2}{x^2}$；　　(2) $y=(1+x-x^2)^8$；

(3) $y=\dfrac{\cos x}{1-x^2}$；　　(4) $y=e^x\sin^2 x$；

(6) $y=f(1-2x)+\sin f(x)$, 其中 $f(x)$ 可导.

三.求 y=tg x 当 x 由 45°10’时增量的近似值.

四.求以下各数的近似值：

(1) lg11　　(2) $\sqrt[3]{1.02}$

五.当$|x|$很小时，证明：

(1) $\sqrt{1+x} \approx 1+\frac{x}{2}$;　　(2) $\mathrm{tg}\, x \approx x$.

阶段自测题〔二〕导数与微分

一、 是非题：

〔　　〕1、假设$y=f(x)$在点$x=x_0$可微，那么必在该点连续.

〔　　〕2、假设$f(x), g(x)$都在点$x=x_0$可导，那么$f(x)\pm g(x), f(x)g(x), \frac{f(x)}{g(x)}$都在该点可导.

〔　　〕3、 假设 $y=f(x)$，在点 $x=x_0$ 的切线平行坐标轴，那么必有 $f'(x_0)$ 存在且等于 0.

〔　　〕4、设 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 可微，那么其微分 $dy=f'(x_0)\Delta x \le \Delta y$

二、 填空题:

1、 设 $f'(x_0)$ 存在，那么 $\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{f(x_0-t)-f(x_0+t)}{t}=$_____；

2、 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x>1\\ \dfrac{2}{3}x^3, & x\le 1\end{cases}$，那么 $f'(1)=$_____；

3、 设 $y=e^{\sqrt{\sin 2x}}$，那么 $dy=$_____；

4、 设 $y=x^x\sin x(x>0)$，那么 $\dfrac{dy}{dx}=$_____；

5、 $y=f(x)$ 为方程 $x\sin y+ye^x=0$ 确定的隐函数，那么 $f'(0)=$_____ .

三、 选择题:

1、 $f(x)=\ln(1+a^{-2x}),(a>0)$ 那么 $f'(0)$ 的值为(　　)

(A) $-\ln a$　　(B)　　$\ln a$　　(C) $\dfrac{1}{2}\ln a$　　(D) $\dfrac{1}{2}$

2、 设曲线 $y=e^{1-x^2}$ 与直线 $x=-1$ 相交于点 P，曲线过点 P 处的切线方程为(　　)

(A) $2x-y-2=0$　(B) $2x+y+1=0$　(C) $2x+y-3=0$　(D) $2x-y+3=0$

3、 设 $f(x)=\begin{cases}e^{ax} & x\le 0\\ b(1-x^2), & x>0\end{cases}$ 处处可导，那么(　　)

(A) $a=b=1$　(B) $a=-2, b=-1$　(C) $a=0, b=1$　(D) $a=2, b=1$

4、 假设 $f(x)$ 在点 x 可微,那么 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y-dy}{\Delta x}$ 的值为(　　)

(A) 1　　(B) 0　　(C) -1　　(D) 不确定

5、设 $y=f(\sin x), f(x)$ 为可导函数，那么 dy 的表达式为(　　)

(A) $f'(\sin x)dx$　　(B) $f'(\cos x)dx$

(C) $f'(\sin x)\cos x$　　(D) $f'(\sin x)\cos x dx$

四、 计算题：

1、 设对一切实数 x 有 $f(1+x)=2f(x)$,且 $f'(0)=0$,求 $f'(1)$

2、 假设 $g(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 又 $f(x)$在 $x=0$ 处可导，求 $\dfrac{d}{dx}f(g(x))\Big|_{x=0}$

3、 $f(x)$在 $x=a$ 处连续, $\varphi(x)=\sin(x-a)f(x)$, 求 $\varphi'(a)$

4、 设 $x=y^2+y\cdot u=(x^2+x)^{\frac{3}{2}}$, 求 $\dfrac{dy}{du}$.

5、 计算 $\sqrt[3]{9.02}$ 的近似值.

五、 证明题：

1、 设$f(x)$是以ω为周期的可导函数，证明$f'(x)$也是以ω为周期函数;

2、 设$f(x)=\sqrt{x}$, 证明

（1） $f(x)$在原点连续；

（2） $f(x)$在原点不可导.

练习十四　　中值定理

1、 验证函数$f(x)=x^3+4x^2-7x-10$在区间[- 1，2]上满足罗尔定理，并找出相应的点ξ，使$f(\xi)=0$.

2、 验证函数$f(x)=\ln x$在区间[1, e]上满足拉格朗日定理，并找出相应的点

ξ, 使 $\frac{f(e)-f(1)}{e-1}=f'(\xi)$

3 应用拉格朗日中值定理，证明当 0<b≤a 时，不等式 $\frac{a-b}{a}\le\ln\frac{a}{b}\le\frac{a-b}{b}$ 成立，

4 证明不等式：当 x>1 时， $e^x>e\cdot x$.

5 $a_0+\frac{a^1}{2}+\frac{a^2}{3}+\mathrm{L}+\frac{a_n}{n+1}=0$, 应用罗尔定理，证明方程：$a_0+a_1x+a_2x^n+\square+a_nx^n=0$ 在(0,1)内至少有一实根.

6 不用求出函数 $f(x)$ =(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)的导数，说明方程 $f'(x)$=0 有几个实根，并指出它们所在的区间.

7 证明方程$x^5+x-1=0$只有一个正根.

练习十五　罗必塔法那么

一、　判断题：

〔　　〕1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-x-1}{2x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2e^{2x}-1}{4x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4e^{2x}}{4}=1$

〔　　〕2、$\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x})=\infty-\infty=0$

〔　　〕3、$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{tg5x}{\sin 3x}=\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\frac{5}{\cos^2 5x}}{3\cos 3x}=-\dfrac{5}{3}$

〔　　〕4、$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tg5x}{\sin 3x}=\lim\limits_{x\to\pi\frac{\pi}{2}}\dfrac{\frac{5}{\cos^2 5x}}{3\cos 3x}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{5}{\cos^2 5x\cdot\cos 3x}=\infty$

〔　　〕5、如果 $f(x)$和 $g(x)$可导，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$且$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$存在，那么必有

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

二、　填空题：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{xe^x+e^x-1}=$_____；　(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{\sec x-\cos x}=$_____;

(3) $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1})=$_____；(4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{a}{x})^x=$_____；

(5) $\lim\limits_{x\to 0}x^2e^{\frac{1}{x^2}}=$_____.

三、　说明极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$存在，但不能用罗必塔法那么.

四.**用罗必塔法那么求极限〔先判别该题属于哪种不定型，再求极限〕.**

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$;　　(2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln\sin x}{(\pi-2x)^2}$;

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x-\tan x}$;　　(4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\tan x}{\tan 3x}$.

四、　用罗必塔法那么求极限〔先判别该题属于哪种不定型，再求极限〕.

(1) $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x})$; (2) $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x})^{\tan x}$;

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{a}{x})^{x}$; (4) $\lim\limits_{x\to 1}(\tan\dfrac{\pi x}{4})^{\tan\frac{\pi x}{2}}$

函数单调性判定法、极值及其求法、最值问题
练习十六

一、 求以下函数的单调区间:

(1) $y=x^3-3x^2-9x+14$; (2) $y=x-e^x$.

二、 求以下函数的极值点和极值:

(1) $y=12x^5+15x^4-40x^3$; (2) $y=x^{2/3}e^{-x}$.

三、 试问 a 为何值时，函数 $f(x)=a\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\frac{\pi}{3}$ 处取得极值，是极大值还是极小值？并求出其极值.

四、 求以下函数在所给闭区间上的最大值和最小值:

(1) $y=(x-2)^2(x+1)^{2/3},[-2,2]$; (2) $y=\sqrt{100-x^2},[6,8]$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/918105062062006121