《讲亮点》2022-2023学年八年级数学上册教材同步配套讲练《苏科版》

专题6.5　一次函数与二元一次方程

【教学目标】

1、用函数的观点看方程、方程组；
2、掌握一次函数与二元一次方程之间的关系；
3、学会用解二元一次方程组来表示一次函数两条直线的交点问题。

【教学重难点】

1、用函数的观点看方程、方程组；
2、掌握一次函数与二元一次方程之间的关系；
3、学会用解二元一次方程组来表示一次函数两条直线的交点问题。

【知识亮解】

知识点一：一次函数与方程

用函数的观点看方程、方程组、不等式

方程（组）、不等式问题	函数问题	
	从“数”的角度看	从“形”的角度看
求关于x、y的一元一次方程$ax+b=0$（$a\neq0$）的解	x为何值时，函数$y=ax+b$的值为0？	确定直线$y=ax+b$与x轴（即直线$y=0$）交点的横坐标
求关于x、y的二元一次方程组$\begin{cases}y=a_1x+b_1,\\y=a_2x+b_2.\end{cases}$的解.	x为何值时，函数$y=a_1x+b_1$与函数$y=a_2x+b_2$的值相等？	确定直线$y=a_1x+b_1$与直线$y=a_2x+b_2$的交点的坐标
求关于x的一元一次不等式$ax+b>0$（$a\neq0$）的解集	x为何值时，函数$y=ax+b$的值大于0？	确定直线$y=ax+b$在x轴（即直线$y=0$）上方部分的所有点的横坐标的范围

一次函数与一元一次方程的关系

一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$，b 为常数）.当函数 y =0 时，就得到了一元一次方程 $kx+b=0$，此时自变量 x 的值就是方程 $kx+b=0$ 的解.所以解一元一次方程就可以转化为：当某一个一次函数的值为 0 时，求相应的自变量的值.

从图象上看，这相当于已知直线 $y=kx+b$（$k\neq 0$，b 为常数），确定它与 x 轴交点的横坐标的值.

一次函数与二元一次方程组

每个二元一次方程组都对应两个一次函数，于是也对应两条直线. 从“数”的角度看，解方程组相当于考虑自变量为何值时两个函数的值相等，以及这时的函数为何值；从“形”的角度看，解方程组相当于确定两条直线交点的坐标.

要点诠释：

1. 两个一次函数图象的交点与二元一次方程组的解的联系是：在同一直角坐标系中，两个一次函数图象的交点坐标就是相应的二元一次方程组的解. 反过来，以二元一次方程组的解为坐标的点一定是相应的两个一次函数的图象的交点. 如一次函数 $y=-2x+4$ 与 $y=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}$ 图象的交点为(3，−2)，则 $\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$ 就是二元一次方程组 $\begin{cases}y=-2x+4\\y=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}\end{cases}$ 的解.

2. 当二元一次方程组无解时，相应的两个一次函数在直角坐标系中的直线就没有交点，则两个一次函数的直线就平行. 反过来，当两个一次函数直线平行时，相应的二元一次方程组就无解. 如二元一次方程组 $\begin{cases}3x-y=5,\\3x-y=-1\end{cases}$ 无解，则一次函数 $y=3x-5$ 与 $y=3x+1$ 的图象就平行，反之也成立.

3. 当二元一次方程组有无数解时，则相应的两个一次函数在直角坐标系中的直线重合，反之也成立.

方程组解的几何意义

1．方程组的解的几何意义：方程组的解对应两个函数的图象的交点坐标.

2．根据坐标系中两个函数图象的位置关系，可以看出对应的方程组的解情况：
   根据交点的个数，看出方程组的解的个数；
   根据交点的坐标，求出（或近似估计出）方程组的解.

3．对于一个复杂方程组，特别是变化不定的方程组，用图象法可以很容易观察出它的解的个数.

亮题一：一次函数与方程

【方法点拨】方程(组)的解与相应函数的交点坐标是相对应的。找到函数的交点坐标，也就找到了对应方程(组)的解，反之一样。对于不等式(组)的解集也可以通过其对应的函数图象来解决。

1．已知直线 $y=x-2$ 与 $y=mx-n$ 相交于点 M（3，b），则关于 x，y 的二元一次方程组 $\begin{cases}y+2=x\\mx-y=n\end{cases}$ 的解为

（　　）

A. $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$

【答案】A

【分析】首先利用待定系数法求出 b 的值，进而得到 M 点坐标，再根据两函数图象的交点就是两函数的解析式组成的二元一次方程组的解可得答案．

【详解】解：∵直线 $y=x-2$ 经过点 M（3，b），

∴$b=3-2$，解得 $b=1$，

∴M（3，1），

∴关于 x，y 的二元一次方程组 $\begin{cases}y+2=x\\mx-y=n\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$，故 A 正确．

故选：A．

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组与一次函数的关系，关键是掌握两函数图象的交点就是两函数解析式组成的二元一次方程组的解．

2．把直线 $y=-x+4$ 向下平移 n 个单位长度后，与直线 $y=2x-4$ 的交点在第四象限，则 n 的取值范围是（　）

A．$2<n<8$　　B．$4<n<6$　　C．$n>8$　　D．$n<6$

【答案】A

【分析】直线 $y=-x+4$ 向下平移 n 个单位长度后可得：$y=-x+4-n$，求出直线 $y=-x+4-n$ 与直线 $y=2x-4$ 的交点，再由此点在第四象限可得出 n 的取值范围．

【详解】解：直线 $y=-x+4$ 向下平移 n 个单位后可得：$y=-x+4-n$，

与直线 $y=2x-4$ 联立得：$\begin{cases}y=-x+4-n\\y=2x-4\end{cases}$

解得：$\begin{cases}x=\dfrac{8-n}{3}\\y=\dfrac{4-2n}{3}\end{cases}$，

即交点坐标为（$\dfrac{8-n}{3}$，$\dfrac{4-2n}{3}$），

∵交点在第四象限，

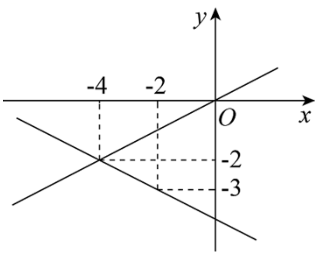
∴$\begin{cases}\dfrac{8-n}{3}>0\\\dfrac{4-2n}{3}<0\end{cases}$

解得：2＜n＜8．

故选：A

【点睛】本题考查了一次函数图象与几何变换、两直线的交点坐标、一元一次不等式组的解法，注意第四象限的点的横坐标大于0、纵坐标小于0．联立解析式求出交点坐标是解题的关键．

3．在平面直角坐标系内，一次函数$y=k_1x+b_1$与$y=k_2x+b_2$的图象如图所示，则关于x，y的方程组$\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$的解是（　）



A．$\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$　　B．$\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$　　C．$\begin{cases} (x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$　　D．$\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$

【答案】B

【分析】根据函数图象交点坐标为两函数解析式组成的方程组的解，求解即可．

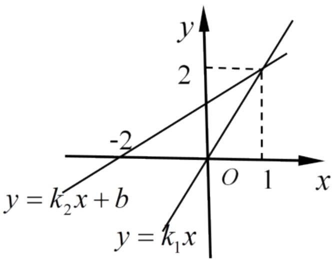
【详解】解：∵一次函数$y=k_1x+b_1$与$y=k_2x+b_2$交于点A（-4，-2），

∴方程组$\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$的解是$\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$，

故选：B．

【点睛】本题主要考查了一次函数与二元一次方程组的关系，函数解析式与图象的关系，满足解析式的点就在函数的图象上，在函数的图象上的点，就一定满足函数解析式．函数图象交点坐标为两函数解析式组成的方程组的解．

4．如图，在同一直角坐标系中作出一次函数$y=k_1x$与$y=k_2x+b$的图象，则二元一次方程组$\begin{cases} y=k_2x+b \\ y=k_1x \end{cases}$的解是（　）



A. $\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

【答案】D

【分析】观察图象，直接根据两直线的交点坐标写出方程组的解，即可作答.

【详解】解：由题图可知：一次函数$y=k_1x$与$y=k_2x+b$的图象交于(1，2)，

所以方程组$\begin{cases}y=k_2x+b\\y=k_1x\end{cases}$的解是：$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$；

故选：*D*.

【点睛】函数$y=k_1x$与$y=k_2x+b$的交点坐标就是方程组$\begin{cases}y=k_2x+b\\y=k_1x\end{cases}$的解，明确此知识点是解题的关键.

5．一次函数$y=2x+b$的图象与坐标轴围成的三角形面积为1，则b的值为（　）

A．2　　B．-2或$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2或-2

【答案】D

【分析】分别令y=0和x=0可求得直线与坐标轴的交点，再利用三角形的面积可得到b的方程，求解即可求得到答案.

【详解】解：设直线与x轴交于点A、与y轴交于点B，

在$y=2x+b$中，令y=0可得x=-$\frac{b}{2}$，令x=0可得y=b，

∴A（-$\frac{b}{2}$，0），B（0，b），

∴OA=|-$\frac{b}{2}$|，OB=|b|，

∵$S_{\triangle AOB}$=1，

∴$\frac{1}{2}OA\bullet OB$=1，即$\frac{1}{2}$×|$\frac{b}{2}$|×|b|=1，

整理可得$|b|^2$=4，

∴b=2或b=-2，故D正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查一次函数图象上点的坐标特征，用b分别表示出直线与两坐标轴的交点是解题的关键.

6．数学课上，老师提出问题："一次函数的图象经过点 A（3，2），B（-1，-6），由此可求得哪些结论？"小明思考后求得下列 4 个结论：①该函数表达式为 $y=2x-4$；②该一次函数的函数值随自变量的增大而增大；③点 P（$2a$，$4a-4$）在该函数图象上；④直线 AB 与坐标轴围成的三角形的面积为 8．其中错误的结论是（　　）

A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

【答案】A

【分析】已知一次函数过两个点 A（3，2），B（-1，-6），可以用待定系数法求出关系式；根据关系式可以判定一个点（已知坐标）是否在函数的图象上；根据一次函数的增减性，可以判定函数值随自变量的变化情况，当 $k>0$，y 随 x 的增大而增大；根据关系式可以求出函数图象与 x 轴、y 轴的交点坐标，进而可以求出直线 AB 与坐标轴围成的三角形的面积，最后综合做出结论．

【详解】解：设一次函数表达式为 $y=kx+b$，将 A（3，2），B（-1，-6）代入得：

$$\begin{cases}3k+b=2\\-k+b=-6\end{cases},$$

解得：$k=2$，$b=-4$，

∴关系式为 $y=2x-4$，故结论①是正确的；

由于 $k=2>0$，y 随 x 的增大而增大，故结论②也是正确的；

点 P（$2a$，$4a-4$），其坐标满足 $y=2x-4$，因此该点在此函数图象上；故结论③也是正确的；

直线 AB 与 xy 轴的交点分别（2，0），（0，-4），

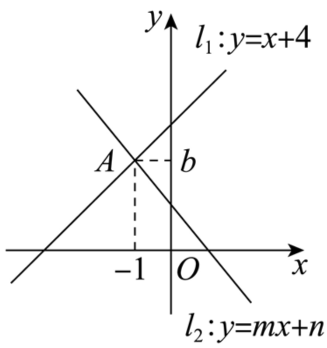
因此与坐标轴围成的三角形的面积为：$\frac{1}{2}\times2\times4=4\neq8$，故结论④是不正确的；

因此，不正确的结论是④；

故选：A．

【点睛】本题考查待定系数法求函数关系式，一次函数的性质，一次函数图象的点的坐标特征，以及依据关系式求出函数图象与坐标轴的交点坐标，进而求出三角形的面积等知识点，在解题中渗透选择题的排除法，验证法．

7．如图，在平面直角坐标系中，直线 l_1：$y=x+4$ 与直线 l_2：$y=mx+n$ 交于点 $A(-1,\ b)$，则关于 x，y 的方程组 $\begin{cases}y=x+4\\y=mx+n\end{cases}$ 的解为________．



【答案】$\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

【分析】首先将点 A 的横坐标代入 $y=x+4$ 求得其纵坐标，然后即可确定方程组的解．

【详解】解：∵直线 l_1：$y=x+4$ 与直线 l_2：$y=mx+n$ 交于点 $A(-1，b)$，

∴当 $x=-1$ 时，$b=-1+4=3$，

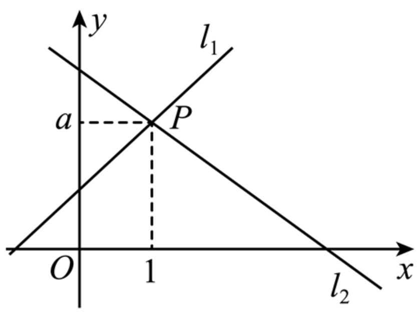
∴点 A 的坐标为 $(-1,3)$，

∴关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=mx+n \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$．

【点睛】本题考查了方程组的解与直线交点坐标的关系，解题的关键在于求出 A 点坐标．

8．如图，直线 l_1：$y=x+1$ 与直线 l_2：$y=mx+n$ 相交于点 P（1，a），则关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} x-y=-1 \\ mx-y=-n \end{cases}$ 的解为________________．



【答案】$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

【分析】首先利用待定系数法求出 a 的值，进而得到 P 点坐标，再根据两函数图象的交点坐标就是两函数组成的二元一次方程组的解可得答案．

【详解】解：∵直线 $y=x+1$ 经过点 P（1，a），

∴$a=1+1$，

解得 $a=2$，

∴P（1，2），

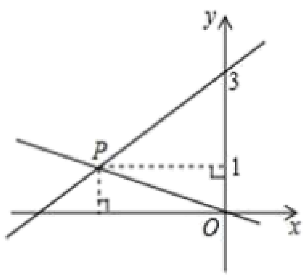
∴关于 x 的方程组 $\begin{cases} y=x+1 \\ y=mx+n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$，

即关于 x 的方程组 $\begin{cases} x-y=-1 \\ mx-y=-n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

【点睛】此题主要考查了二元一次方程组与一次函数的关系，关键是掌握两函数图象的交点坐标就是两函数组成的二元一次方程组的解.

9. 如图，函数 $y=ax+b$ 和 $y=-\frac{1}{3}x$ 的图象交于点P，则根据图象可得，关于x，y的二元一次方程组 $\begin{cases} -ax+y=b \\ x+3y=0 \end{cases}$ 的解是__________.



【答案】$\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$

【分析】先利用正比例函数解析式确定P点坐标，然后根据方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标求解.

【详解】当y＝1时，$-\frac{1}{3}x=1$，解得x＝−3，则点P的坐标为（−3，1），

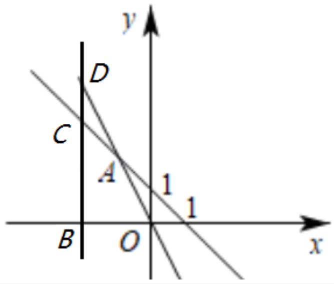
所以关于x，y的二元一次方程组 $\begin{cases} -ax+y=b \\ x+3y=0 \end{cases}$ 中的解为 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$.

故答案为：$\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$.

【点睛】本题考查了一次函数与二元一次方程（组）：方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐

标．

10．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-x+1$ 与直线 $y=-2x$ 交于点 A，点 B（m，0）是 x 轴上的一个动点，过点 B 作 y 轴的平行线分别交直线 $y=-x+1$、直线 $y=-2x$ 于 C、D 两点，若 $S_{\triangle ACD}=5$，则 m 的值为____________．



【答案】$\sqrt{10}-1$ 或 $-\sqrt{10}-1$

【分析】分别求出 A、C、D 三点坐标，根据 $S_{\triangle ACD}=\dfrac{|y_C-y_D||m-x_A|}{2}$，利用坐标列式计算即可．

【详解】∵由直线 $y=-x+1$ 与直线 $y=-2x$ 交于点 A，

∴点 A 坐标（-1，2），

∵过点 B（m，0）作 y 轴的平行线分别交直线 $y=-x+1$、直线 $y=-2x$ 于 C、D 两点，

∴点 C 坐标（m，$1-m$），点 D 坐标（m，$-2m$）．

∴ $S_{\triangle ACD}=\dfrac{|y_C-y_D||m-x_A|}{2}=\dfrac{|1-m+2m||m+1|}{2}=\dfrac{|m+1||m+1|}{2}=\dfrac{(m+1)^2}{2}=5$，

解得 $m_1=\sqrt{10}-1, m_2=-\sqrt{10}-1$

故答案为 $\sqrt{10}-1$ 或 $-\sqrt{10}-1$．

【点睛】本题考查了求两直线交点坐标，用未知数表示动点坐标等知识点，利用代数式表示动点坐标是解决本题的关键．

11．一次函数 $y=kx+10$ 的图象与两坐标轴围成的三角形的面积等于 5，则该直线的表达式为________．

【答案】$y=-10x+10$ 或 $y=10x+10$

【分析】先求出直线与坐标轴的交点坐标，再根据三角形的面积公式得到 $\dfrac{1}{2}\times|-\dfrac{10}{k}|\times10=5$，求出 k 即可．

【详解】解：$y=kx+10$

当 x=0 时，y=10

∴与 y 轴交于点(0,10)

当 y=0 时，$x=-\dfrac{10}{k}$，

∴与 x 轴交于点 $(-\frac{10}{k},0)$，

∵围成的三角形的面积为 5，

∴$\frac{1}{2}\times|-\frac{10}{k}|\times10=5$，

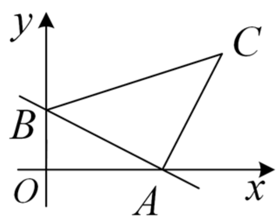
解得 $k=\pm10$

∴该直线的表达式为 $y=-10x+10$ 或 $y=10x+10$

故答案为：$y=-10x+10$ 或 $y=10x+10$.

【点睛】本题考查一次函数图象与坐标轴所围成的三角形的面积，解题关键是求出直线与坐标轴的交点坐标，并注意分类讨论.

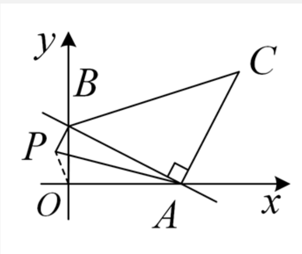
12．如图，直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 和 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B，以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰直角 $\triangle ABC$，$\angle BAC=90°$，如果在直角坐标平面内有一点 $P\left(a,\frac{3}{4}\right)$，且 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等，则 a 的值为______.



【答案】$\frac{\sqrt{3}}{4}-4$ 或 $4-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【分析】由已知求出 A、B 的坐标，求出三角形 ABC 的面积，再利用 $S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}$ 建立含 a 的方程，把 $S_{\triangle ABP}$ 表示成有边落在坐标轴上的三角形面积和、差，通过解方程求得答案.

【详解】解：如图，连接 OP，



∵直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，

∴$A(\sqrt{3}，0)$，$B(0，1)$，$AB=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$，

∴$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}=2$，

又 $S_{\triangle}ABP=S_{\triangle}OPB+S_{\triangle}OAB-S_{\triangle}AOP$，

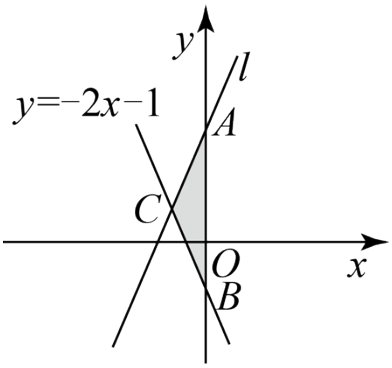
$\therefore |a|\times 1+\sqrt{3}\times 1-\frac{3}{4}\times\sqrt{3}=4$，

解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{4}-4$ 或 $a=4-\frac{\sqrt{3}}{4}$，

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{4}-4$ 或 $4-\frac{\sqrt{3}}{4}$．

【点睛】本题考查了一次函数的综合应用；解函数图象与面积结合的问题，要把相关三角形的面积用边落在坐标轴的其他三角形面积来表示，这样面积与坐标之间就建立了联系；把 $S_{\triangle}ABP$ 表示成有边落在坐标轴上的三角形面积和、差是正确解答本题的关键．

13．已知，直线 l 经过 $A(0,3)$ 、$C(-1,1)$ 两点与直线 $y=-2x-1$ 相交于点 C．



(1)求直线 l 的解析式；

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积．

【答案】(1) $y=2x+3$

(2)2

【分析】（1）利用待定系数法求解即可；

（2）先求出直线 $y=-2x-1$ 与 y 轴的交点 B 的坐标，再求出 $\triangle ABC$ 的面积即可．

【详解】（1）解：设直线 l 的解析式为 $y=kx+b$，把点 $A(0,3)$ 、$C(-1,1)$ 代入 $y=kx+b$ 得，

$\begin{cases} b=3 \\ -k+b=1 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=2 \\ b=3 \end{cases}$，

$\therefore$直线 l 的解析式为 $y=2x+3$；

（2）对于 $y=-2x-1$，当 $x=0$ 时，$y=0-1=-1$，

∴点 B 的坐标是 $(0,-1)$，

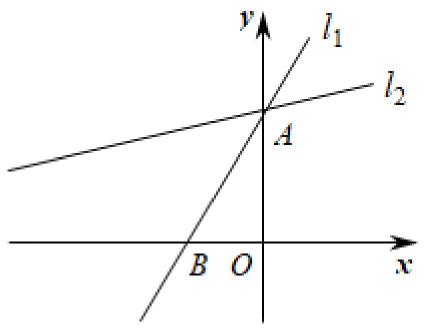
∵点 $A(0,3)$、$C(-1,1)$，

∴ $AB=3-(-1)=4$，

∴ $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}\times4\times1=2$．

【点睛】此题考查了待定系数法求一次函数的解析式、直线与坐标轴的交点问题，熟练掌握待定系数法是解题的关键．

14．已知直线 $l_1: y=\frac{4}{3}x+4$ 与 y 轴交于点 A，将直线 l_1 绕 A 点顺时针旋转 $45°$ 至 l_2，求 l_2 的解析式．



【答案】$y=\frac{1}{7}x+4$

【分析】过 B 点做 l_2 的垂线构造全等三角形的三垂直模型，确定垂足 C 的坐标，再结合 A 点坐标使用待定系数法即可确定 l_2 的解析式．

【详解】过点 B 作 $BC\perp AB$ 于点 B，交 l_2 于点 C，过 C 作 $CD\perp x$ 轴于 D，如图，

∵ $\angle BAC=45°$，

∴ $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形．

∴ 在 $\triangle CBD$ 与 $\triangle BAO$ 中，

$$\begin{cases}\angle CBD=\angle BAO\\ BC=AB\\ \angle BCD=\angle ABO\end{cases}$$

∴ $\triangle CBD\cong\triangle BAO(ASA)$，

∴ $BD=AO$，$CD=OB$，

∵ 直线 $l_1: y=\frac{4}{3}x+4$，

$\therefore A(0,4)$，$B(-3,0)$，

$\therefore BD=AO=4$．$CD=OB=3$，

$\therefore OD=4+3=7$，

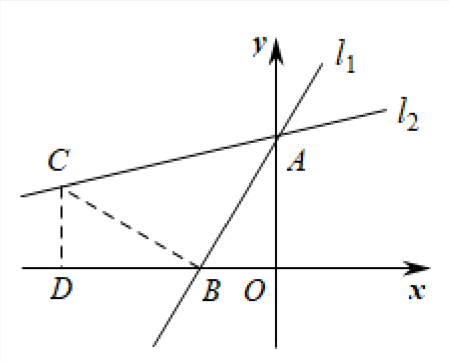
$\therefore C(-7,3)$，

设l_2的解析式为$y=kx+b(k\neq 0)$，

$\therefore \begin{cases}-7k+b=3\\ b=4\end{cases}$，

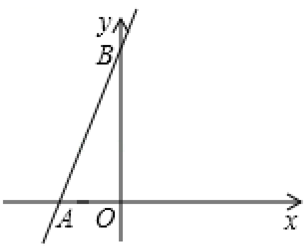
$\therefore \begin{cases}k=\dfrac{1}{7}\\ b=4\end{cases}$，

$\therefore l_2$的解析式：$y=\dfrac{1}{7}x+4$．



【点睛】本题是在一次函数图象的背景下考查全等三角形的构造，以及使用待定系数法确定一次函数解析式；要求学生有对所学知识综合运用的能力和一定的数形结合能力．

15．如图，已知直线$L_1: y=3x+6\sqrt{2}$与x轴、y轴分别交于A、B两点，直线L_1绕坐标原点O顺时针旋转$135°$，得到直线L_2与x轴、y轴分别交于C、D两点．



(1)直接写出点A、B的坐标是A_____、B_____．

(2)点$P(a,4)$是直线L_2上一点，求a的值．

(3)连接OP，将OP绕点P逆时针旋转$90°$到PD，连接OD交直线L_2于点Q，直接写出点Q的坐标是_____．

【答案】(1)$\left(-2\sqrt{2},0\right)$，$\left(0,6\sqrt{2}\right)$

(2)1

(3)$(\frac{30}{13}$，$\frac{18}{13})$

【分析】（1）分别令$y=0$，令$x=0$即可求出答案.

（2）求出点A、B的坐标后用待定系数法求出直线的解析式再代入P点纵坐标即可.

（3）求出点D的坐标后求出OD的解析式联立求解即可.

【详解】（1）解：在直线$L_1: y=3x+6\sqrt{2}$中，令$y=0$可得$x=-2\sqrt{2}$，令$x=0$可得$y=6\sqrt{2}$，

$\therefore A$为$(-2\sqrt{2}$，$0)$，B为$(0$，$6\sqrt{2})$，

故答案为$(-2\sqrt{2}$，$0)$，$(0$，$6\sqrt{2})$，

（2）解：如图所示，直线L_1绕坐标原点O顺时针旋转$135°$，则A点对应的点坐标为$(2,2)$，点B的对应点的坐标为$(6,-6)$，

设直线L_2的解析式为$y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases} 2k+b=2 \\ 6k+b=-6 \end{cases}$，解得$\begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases}$，

$\therefore$直线L_2的解析式为$y=-2x+6$，

$\because$点$P(a,4)$是直线L_2上一点，

$\therefore -2a+6=4$，

解得$a=1$；

（3）OP绕点P逆时针旋转$90°$到PD，

$\because P(1,4)$，

$\therefore D(5,3)$，

设直线OD的解析式为$y=ax$，

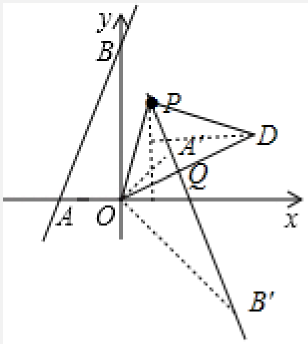
代入得，$3=5a$，解得$a=\frac{3}{5}$，

$\therefore$直线OD的解析式为$y=\frac{3}{5}x$，

解$\begin{cases} y=\dfrac{3}{5}x \\ y=-2x+6 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=\dfrac{30}{13} \\ y=\dfrac{18}{13} \end{cases}$，

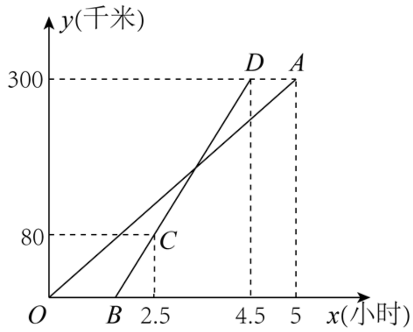
$\therefore Q(\frac{30}{13}，\frac{18}{13})$．

故答案为$(\frac{30}{13}，\frac{18}{13})$．



【点睛】本题主要考查待定系数法求直线的解析式，求两条直线的交点，能够求出直线上点的坐标是解题关键．

16．甲、乙两地相距300千米，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发向乙地，如图，线段OA表示货车离甲地距离y（千米）与时间x（小时）之间的函数关系；折线BCD表示轿车离甲地距离y（千米）与x（小时）之间的函数关系．请根据图像解答下列问题：



(1)轿车到达乙地后，货车距乙地多少千米？

(2)求线段CD对应的函数解析式；

(3)求轿车追上货车时离乙地还有多远？

【答案】(1)轿车到达乙地后，货车距乙地30千米

(2) $y=110x-195\left(2.5\le x\le 4.5\right)$

(3)66千米

【分析】(1)根据图象可知货车5小时行驶300千米，由此求出货车的速度为60千米/时，再根据图象得出

货车出发后4.5小时轿车到达乙地，由此求出轿车到达乙地时，货车行驶的路程为270千米，而甲、乙两地相距300千米，则此时货车距乙地的路程为：$300-270=30$千米；

（2）设CD段的函数解析式为$y=kx+b$，将$C(2.5,80)$，$D(4.5,300)$两点的坐标代入，运用待定系数法即可求解；

（3）利用待定系数法求出OA段函数解析式，联立（2）的结论列方程组，再解方程组即可解答.

（1）

解：根据图象信息：货车的速度$V_{货}=\frac{300}{5}=60$（千米/时）.

∵轿车到达乙地的时间为货车出发后4.5小时，

∴轿车到达乙地时，货车行驶的路程为：$4.5\times60=270$（千米），

此时，货车距乙地的路程为：$300-270=30$（千米）.

答：轿车到达乙地后，货车距乙地30千米；

（2）

解：设CD段函数解析式为$y=kx+b(k\neq0)(2.5\leq x\leq4.5)$.

∵$C(2.5,80)$，$D(4.5,300)$在其图象上，

∴$\begin{cases}2.5k+b=80\\4.5k+b=300\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=110\\b=-195\end{cases}$

∴CD段函数解析式：$y=110x-195(2.5\leq x\leq4.5)$；

（3）

解：设OA段函数解析式为$y=mx$，代入$A(50,300)$，

得$5m=300$，解得$m=60$，

∴OA段函数解析式为$y=60x$；

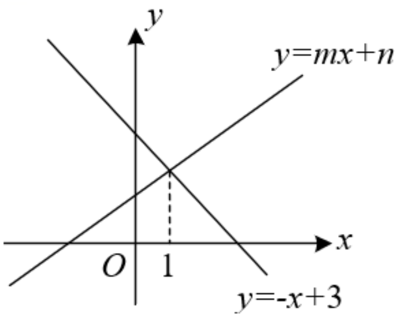
联立方程组，得$\begin{cases}y=60x\\y=110x-195\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3.9\\y=234\end{cases}$

∴离乙地还有：$300-234=66$（千米）.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，对一次函数图象的意义的理解，待定系数法求一次函数的解析式的运用，行程问题中路程＝速度×时间的运用，本题有一定难度，其中求出货车与轿车的速度是解题的关键.

【亮点训练】

1．如图，直线 $y=-x+3$ 与 $y=mx+n$ 交点的横坐标为 1，则关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ -mx+y=n \end{cases}$ 的解为（　　）



A．$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$　　B．$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$　　C．$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$　　D．$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

【答案】C

【分析】根据函数图象可以得到两个函数交点坐标，从而可以得到两个函数联立的二元一次方程组的解．

【详解】解：根据函数图可知，

直线 $y=-x+3$ 与 $y=mx+n$ 交点的横坐标为 1，

把 $x=1$ 代入 $y=-x+3$，可得 $y=2$，

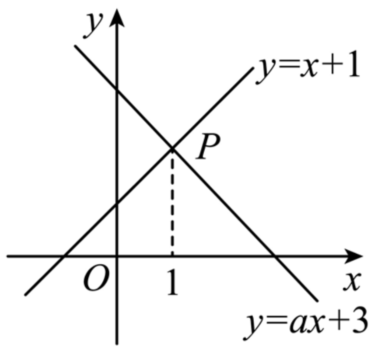
$y=-x+3$ 可变形为 $x+y=3$，$y=mx+n$ 可变形为 $-mx+y=n$，

故关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ -mx+y=n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$，

故选：C．

【点睛】本题考查一次函数与二元一次方程组，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答问题．

2．如图已知函数 $y=x+1$ 和 $y=ax+3$ 的图象交于点 P，点 P 的横坐标为 1，则关于 x，y 的方程组 $\begin{cases} y=x+1 \\ y=ax+3 \end{cases}$ 的解是（　　）



A. $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$

【答案】C

【分析】利用 $y=x+1$ 确定交点坐标，然后根据方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标求解.

【详解】解：由图象可知，两条直线的交点的横坐标是 1，

当 $x=1$ 时，$y=x+1=2$，即两直线的交点坐标为(1，2)，

∴关于 x，y 的方程组 $\begin{cases}y=x+1\\y=ax+3\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$.

故选 C.

【点睛】本题考查了一次函数与二元一次方程（组），解决本题的关键是：方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标.

3．已知二元一次方程组 $\begin{cases}x-y=-5\\x+2y=-2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=-4\\y=1\end{cases}$，则在同一平面直角坐标系中，直线 l_1：$y=x+5$ 与直线 l_2：$y=-\frac{1}{2}x-1$ 的交点坐标为（　）

A．$(4,1)$　　B．$(1,-4)$　　C．$(-1,-4)$　　D．$(-4,1)$

【答案】D

【分析】根据函数图象交点坐标为两函数解析式组成的方程组的解解答即可.

【详解】解：∵二元一次方程组 $\begin{cases}x-y=-5\\x+2y=-2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=-4\\y=1\end{cases}$，

∴直线 l_1：$y=x+5$ 与直线 l_2：$y=-\frac{1}{2}x-1$ 的交点坐标为（-4，1）.

故选：D.

【点睛】本题考查的是一次函数与二元一次方程组的关系，方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标.

4．一次函数 $y=-2x+6$ 的图象与两坐标轴围成的三角形的面积是（　）

A．6　　　　B．9　　　　C．12　　　　D．18

【答案】B

【分析】根据点的坐标特征求得图象与两坐标轴的交点坐标，然后根据三角形面积公式求解即可．

【详解】解：一次函数 $y=-2x+6$，

当 x=0 时，y=6；

当 y=0 时，x=3．

∴图象与坐标轴的交点为(0,6)，(3,0)，

∴图象与两坐标轴围成的三角形的面积为：$\frac{1}{2}\times3\times6=9$，

故选：B．

【点睛】本题考查了一次函数图象与坐标轴围成的图形的面积，三角形面积，熟练掌握利用点的坐标表示图形的面积是解题的关键．

5．已知直线 $l_1: y=-x+1$，将直线 l_1 向下平移 $a(a>0)$ 个单位，得到直线 l_2，设直线 l_2 与直线 $y=x$ 的交点为 P，若 $OP=\sqrt{2}$，则 a 的值为（　）

A．-1 或 3　　　　B．-1　　　　C．2　　　　D．3

【答案】D

【分析】先求出直线 l_2 的解析式，然后求出点 P 的坐标，结合 OP 的长，利用勾股定理求解即可．

【详解】解：由题意得直线 l_2 的解析式为 $y=-x+1-a$，

联立 $\begin{cases} y=x \\ y=-x+1-a \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=\frac{1-a}{2} \\ y=\frac{1-a}{2} \end{cases}$，

∴点 P 的坐标为（$\frac{1-a}{2}$，$\frac{1-a}{2}$），

∵$OP=\sqrt{2}$，

∴$\left(\frac{1-a}{2}\right)^2+\left(\frac{1-a}{2}\right)^2=2$，

解得 $a=3$（负值已舍去），

故选 D．

【点睛】本题主要考查了一次函数的平移，两直线的交点坐标，勾股定理，熟知一次函数的相关知识是解题的关键．

二、填空题

6．已知直线 $y=x-3$ 与 $y=2x+2$ 的交点为 $(-5,-8)$，则方程组 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$ 的解是____________．

【答案】$\begin{cases} x=-5 \\ y=-8 \end{cases}$

【分析】由两个一次函数的交点坐标同时满足两个一次函数的解析式，从而可得方程组的解．

【详解】∵方程组 $\begin{cases} y=x-3 \\ y=2x+2 \end{cases}$ 的解是直线 $y=x-3$ 与 $y=2x+2$ 的交点的交点坐标，

∴方程组 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} y=x-3 \\ y=2x+2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-8 \end{cases}$．

故答案为：$\begin{cases} x=-5 \\ y=-8 \end{cases}$．

【点睛】本题考查的是一次函数图像的交点坐标与方程组的解的联系，掌握“两个一次函数的交点坐标是由函数解析式组成的方程组的解”是解本题的关键．

7．如果直线 $y=3x-3$ 与直线 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 的交点坐标是 $(\frac{4}{3},1)$，则方程组 $\begin{cases} 3x-y=3 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$ 的解是

____________．

【答案】$\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=1 \end{cases}$

【分析】根据两条直线的交点坐标应该是，联立两个一次函数解析式所组方程组的解，即可直接得到答案．

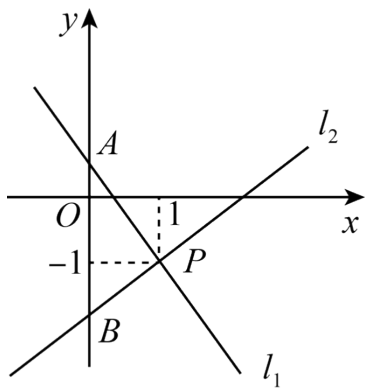
【详解】解：∵直线 $y=3x-3$ 与直线 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 的交点坐标是 $(\frac{4}{3},1)$，

∴方程组 $\begin{cases} 3x-y=3 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=1 \end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=1 \end{cases}$

【点睛】本题考查了一次函数与二元一次方程组，关键是掌握一次函数与方程组的关系.

8．如图，直线l_1：$y=-2x+b$与直线l_2：$y=kx-2$相交于点P（1，-1），直线l_1交y轴于点A，直线交y轴于点B，则△PAB的面积为________



【答案】$\frac{3}{2}$

【分析】利用一次函数$y=kx+b(k$，b为常数，$k\neq0)$可得直线l_1，l_2与y轴交点，然后可求出ΔPAB的面积.

【详解】解：$\because$直线$l_1:y=-2x+b$与直线$l_2:y=kx-2$相交于点$P(1,-1)$，

$\therefore -1=-2\times1+b$，

解得：$b=1$，

$\therefore A$点坐标为$(0,1)$，

$\because$直线$l_2:y=kx-2$交y轴于B，

\ $B(0,-2)$，

$\therefore AB=3$，

$\therefore \Delta PAB$的面积为：$\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$.

【点睛】此题主要考查了两条直线相交问题，关键是掌握凡是函数图象经过的点必能满足解析式.

9．在同一平面直角坐标系中，直线$y=-x+4$与$y=2x+m$相交于点$A(3,n)$，则关于x，y的方程组

$\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y+m=0 \end{cases}$的解是______.

【答案】$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

【分析】先将点 A（3，n）代入 y=-x+4，求出 n，即可确定方程组的解.

【详解】】解：将点 A（3，n）代入 y=-x+4，

得 n=-3+4=1，

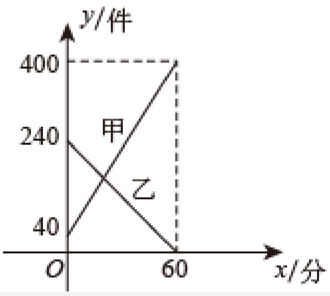
∴A（3，1），

∴原方程组的解为$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

故答案为：$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

【点睛】本题考查了一次函数与二元一次方程组的关系，求出两直线的交点坐标是解题的关键.

10．某快递公司每天上午$8:30\sim 9:30$为集中揽件和派件时段，甲仓库用来揽收快件，乙仓库用来派发快件，该时段内甲、乙两仓库的快件数量y（件）与时间x（分）之间的函数图象如图所示，那么当两仓库快递件数相同时，此刻的时间为________.



【答案】8：50

【分析】分别求出甲、乙两仓库的快件数量 y（件）与时间 x（分）之间的函数关系式，求出两条直线的交点坐标即可.

【详解】设甲仓库的快件数量 y（件）与时间 x（分）之间的函数关系式为：$y_1=k_1x+40$，根据题意得 $60k_1+40=400$，解得 $k_1=6$，

∴$y_1=6x+40$；

设乙仓库的快件数量 y（件）与时间 x（分）之间的函数关系式为：$y_2=k_2x+240$，根据题意得 $60k_2+240=0$，解得 $k_2=-4$，

∴$y_2=-4x+240$，

联立$\begin{cases} y=6x+40 \\ y=-4x+240 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=20 \\ y=160 \end{cases}$，

8：30 开始经过 20 分钟后，两仓的快递件数相同，

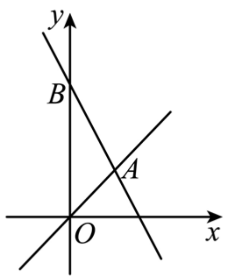
∴此刻的时间为 8：50．

故选 B．

【点睛】本题考查了一次函数的应用，待定系数法求解析式，理解图形中点的坐标代表的意义．

三、解答题

11．如图，在平面直角坐标系中，直线$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$与直线$y=x$交于点$A\left(2,a\right)$，与 y 轴交于点$B\left(0,6\right)$．求直线$y=kx+b$对应的函数解析式．



【答案】$y=-2x+6$

【分析】先求出 a，再待定系数法求解析式即可

【详解】解：将点 A（2，a）代入 $y=x$，

得 $a=2$，

∴A（2，2），

将点 A（2，2），B（0，6）代入 $y=kx+b$，

得$\begin{cases} 2k+b=2 \\ b=6 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases}$，

∴直线的函数表达式 $y=-2x+6$．

【点睛】本题考查了一次函数的解析式，解题的关键是熟练掌握待定系数法求解析式．

12．已知直线经过点（1，2）和点（4，5），

(1)求这条直线的解析式

(2)求直线与坐标轴所围成的三角形面积

【答案】(1)$y=x+1$

(2)$S=\frac{1}{2}$

【分析】（1）设直线的表达式为$y=kx+b(k\neq 0)$，把点（1，2），（4，5）代入进行计算即可得；

（2）对于直线$y=x+1$，令$x=0$，则$y=1$，令$y=0$，则$x=-1$，即可得．

（1）

解：设直线的表达式为$y=kx+b(k\neq 0)$，

∵直线过点（1，2），（4，5），

$\therefore\begin{cases}k+b=2\\4k+b=5\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1\\b=1\end{cases}$

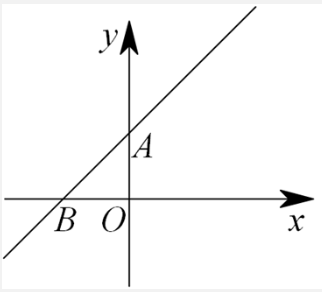
∴这条直线的解析式为$y=x+1$；

（2）

解：对于直线$y=x+1$，

令$x=0$，则$y=1$，

令$y=0$，则$x=-1$，



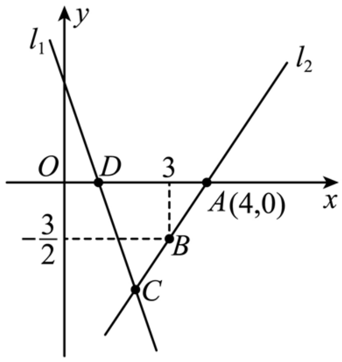
即可得$A(0,1)$，$B(-1,0)$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$

即直线与坐标轴围成的三角形面积为$S=\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了一次函数，解题的关键是理解题意掌握一次函数的性质．

13．如图，直线l_1的解析式为$y=-3x+3$，且l_1与x轴交于点D，直线l_2经过点A、B，直线l_1、l_2交于点C.



(1)求直线l_2的解析表达式；

(2)求△ADC的面积；

(3)在直线l_2上存在异于点C的另一点P，使得△ADP与△ADC的面积相等，请求出点P的坐标．

【答案】(1)直线l_2的解析表达式为$y=\frac{3}{2}x-6$

(2)$S_{\triangle ADC}=\frac{9}{2}$

(3)点P的坐标为（6，3）.

【分析】（1）由点A、B的坐标利用待定系数法即可求出直线l_2的解析表达式；

（2）根据一次函数图象上点的坐标特征找出点D的坐标，联立直线AB、CD的表达式求出交点C的坐标，再根据三角形的面积公式即可求出△ADC的面积；

（3）由同底等高的三角形面积相等即可找出点P的纵坐标，再根据一次函数图象上点的坐标特征即可得出点P的坐标.

（1）

解：设直线l_2的解析表达式为$y=kx+b$（$k\neq0$），

把A（4，0）、B（3，$-\frac{3}{2}$）代入表达式$y=kx+b$，

$\begin{cases}4k+b=0\\3k+b=-\frac{3}{2}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=\frac{3}{2}\\b=-6\end{cases}$，

∴直线l_2的解析表达式为$y=\frac{3}{2}x-6$；

（2）

解：当 y=-3x+3=0 时，x=1，

∴D（1，0）.

联立 y=-3x+3 和 y=$\frac{3}{2}x$-6，

解得：x=2，y=-3，

∴C（2，-3），

$\therefore S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\times 3\times|-3|=\frac{9}{2}$；

（3）

解：∵△ADP 与△ADC 底边都是 AD，△ADP 与△ADC 的面积相等，

∴两三角形高相等.

∵C（2，-3），

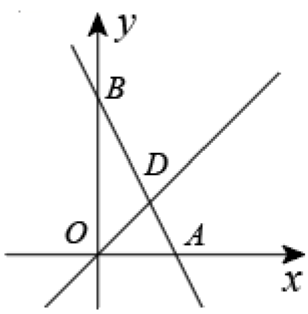
∴点 P 的纵坐标为 3.

当 y=$\frac{3}{2}x$-6=3 时，x=6，

∴点 P 的坐标为（6，3）.

【点睛】本题考查了两条直线相交或平行问题、待定系数法求一次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征以及三角形的面积，解题的关键是：（1）根据点 A、B 的坐标利用待定系数法求出直线 l_2 的解析表达式；（2）联立两直线表达式求出交点 C 的坐标；（3）根据同底等高的三角形面积相等找出点 P 的纵坐标.

14．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=k_1x+6$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B 两点，与正比例函数 $y=k_2x$ 交于点 D（2，2）.



(1)求一次函数和正比例函数的表达式；

(2)若点 P（m，m）为直线 $y=k_2x$ 上的一个动点（点 P 不与点 D 重合），点 Q 在一次函数 $y=k_1x+6$ 的图象上，PQ∥y 轴，当 PQ=$\frac{2}{3}OA$ 时，求 m 的值.

【答案】(1)一次函数解析式为：$y=-2x+6$，正比例函数解析式为：$y=x$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/925233110132012002