

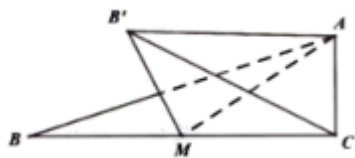
湖北省武汉市汉口北高中 2022-2023 学年高考数学试题倒计时模拟卷

注意事项

1. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4. 作答选择题, 必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图, 须用 2B 铅笔绘、写清楚, 线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知向量 $\vec{a} = (-m, 4)$, $\vec{b} = (m, 1)$ (其中 m 为实数), 则“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 已知复数 z 满足 $|z| = 1$, 则 $|z + 2 - i|$ 的最大值为 ()
A. $2 + 3$ B. $1 + \sqrt{5}$ C. $2 + \sqrt{5}$ D. 6
3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴长为 2, 离心率为 2, F_1 、 F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点, 点 P 在双曲线 C 上运动, 若 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形, 则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的取值范围是 ()
A. $(2\sqrt{7}, 8)$ B. $(2\sqrt{5}, 7)$ C. $(2\sqrt{5}, 8)$ D. $(2\sqrt{7}, 7)$
4. 已知 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + x$, 则不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 ()
A. $[1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $(-\infty, 1]$
5. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点作直线交抛物线于 A 、 B 两点, 若线段 AB 中点的横坐标为 3, 且 $|AB| = 8$, 则抛物线的方程是 ()
A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 8x$ D. $y^2 = 10x$
6. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A , 右焦点为 F , B 、 C 为椭圆上关于原点对称的两点, 直线 BF 交直线 AC 于 M , 且 M 为 AC 的中点, 则椭圆 E 的离心率是 ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M 是边 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿着 AM 翻折成 $\triangle A'B'C'$, 且点 C' 不在平面 ABC 内, 点 P 是线段 $A'B'$ 上一点. 若二面角 $C'-AB'-C$ 与二面角 $C'-AM-C$ 的平面角相等, 则直线 CP 经过 $\triangle A'B'C'$ 的 ()



- A. 重心 B. 垂心 C. 内心 D. 外心

8. 若复数 $z = (3-i)(1+i)$, 则 $|z| =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. 20

9. “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-2)(x-e^x) + 3, & (x \geq \ln 2) \\ 3-2x, & (x < \ln 2) \end{cases}$, 当 $x \in [m, +\infty)$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $(-\infty, e+2]$, 则实数 m

的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{1-e}{2}\right]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$ D. $[\ln 2, 1]$

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 e , 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点坐标为 $(1, 0)$, 若 $e = p$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm\sqrt{3}x$ B. $y = \pm 2\sqrt{2}x$
C. $y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

12. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = \lambda |\vec{b}|$, 若 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角的余弦值为 $\frac{19}{30}$, 且 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp (3\vec{a} + \vec{b})$, 则实数 λ 的值为 ()

- A. $-\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{4}{9}$ D. $\frac{3}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 满足 $\{a_1, a_2, a_3\} = \{b_1, b_2, b_3\} = \{a, b, -2\}$, 其中 $a > 0$, $b > 0$, 则 $a+b$ 的值为_____.

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq \sqrt{1-x^2} \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $x+y$ 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 5x + 4|, & x \leq 0 \\ 2|x-2|, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - a|x|$ 恰有 4 个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. $(x-y)(x+2y)^4$ 的展开式中, x^3y^2 的系数为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 中国古建筑中的窗饰是艺术和技术的统一体, 给人以美的享受. 如图(1)为一花窗; 图(2)所示是一扇窗中的一格, 呈长方形, 长 30 cm, 宽 26 cm, 其内部窗芯(不含长方形边框)用一种条形木料做成, 由两个菱形和六根枝条构成, 整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称. 设菱形的两条对角线长分别为 x cm 和 y cm, 窗芯所需条形木料的长度之和为 L .

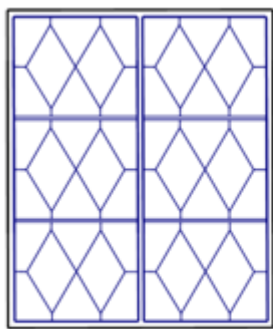


图 1

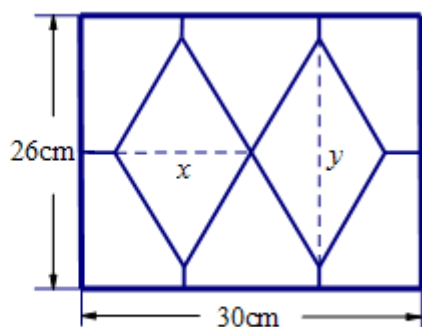


图 2

(1) 试用 x, y 表示 L ;

(2) 如果要求六根枝条的长度均不小于 2 cm, 每个菱形的面积为 130 cm^2 , 那么做这样一个窗芯至少需要多长的条形木料(不计榫卯及其它损耗)?

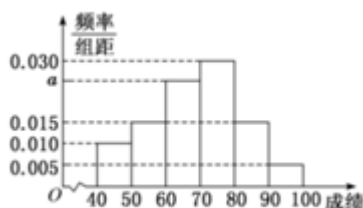
18. (12 分) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1$, $a_4 = \frac{1}{8}$. 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_1 = -1$, $a_n + b_n = -\frac{1}{2}S_{n-1}$ ($n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 是等差数列;

(3) 是否存在等差数列 $\{c_n\}$, 使得对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $S_n \leq c_n \leq a_n$? 若存在, 求出所有符合题意的等差数列 $\{c_n\}$; 若不存在, 请说明理由.

19. (12 分) 在某外国语学校举行的 HIMCM (高中生数学建模大赛) 中, 参与大赛的女生与男生人数之比为 1:3, 且成绩分布在 $[40, 100]$, 分数在 80 以上(含 80) 的同学获奖. 按女生、男生用分层抽样的方法抽取 200 人的成绩作为样本, 得到成绩的频率分布直方图如图所示.



- (I)求 a 的值,并计算所抽取样本的平均值 $\bar{x}$ (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);
- (II)填写下面的 2×2 列联表,并判断在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下能否认为“获奖与女生、男生有关”.

	女生	男生	总计
获奖	5		
不获奖			
总计			200

附表及公式:

$P\left(K^2 \geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

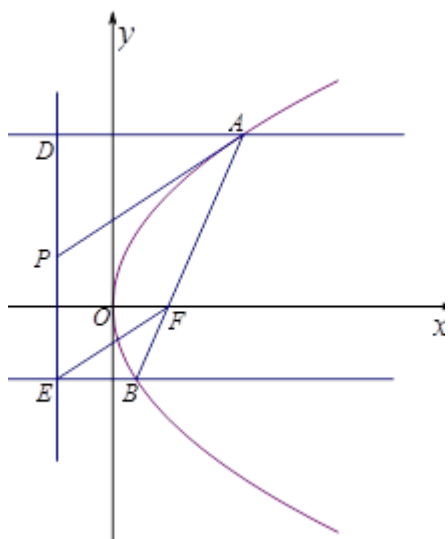
其中 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d$.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)，以原点为极点， x 轴的

非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$.

- (1) 求曲线 C_1 的极坐标方程以及曲线 C_2 的直角坐标方程;
- (2) 若直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_1 、曲线 C_2 在第一象限交于 P, Q 两点，且 $|OP| = 2|OQ|$ ，点 M 的坐标为 $(2, 0)$ ，求 $\triangle MPQ$ 的面积.

21.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 在直线 $x + y - 1 = 0$ 上，平行于 x 轴的两条直线 l_1, l_2 分别交抛物线 C 于 A, B 两点，交该抛物线的准线于 D, E 两点.



- (1) 求抛物线 C 的方程;
- (2) 若 F 在线段 AB 上, P 是 DE 的中点, 证明: $AP \perp EF$.

22. (10 分) 新高考, 取消文理科, 实行“3+3”, 成绩由语文、数学、外语统一高考成绩和自主选考的 3 门普通高中学业水平考试等级性考试科目成绩构成. 为了解各年龄层对新高考的了解情况, 随机调查 50 人 (把年龄在 $[15, 45)$ 称为中青年, 年龄在 $[45, 75)$ 称为中老年), 并把调查结果制成下表:

年龄 (岁)	$[15, 25)$	$[25, 35)$	$[35, 45)$	$[45, 55)$	$[55, 65)$	$[65, 75)$
频数	5	15	10	10	5	5
了解	4	12	6	5	2	1

- (1) 分别估计中青年和中老年对新高考了解的概率;
- (2) 请根据上表完成下面 2×2 列联表, 是否有 95% 的把握判断对新高考的了解与年龄 (中青年、中老年) 有关?

	了解新高考	不了解新高考	总计
中青年			
中老年			
总计			

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

(3) 若从年龄在 $[55, 65)$ 的被调查者中随机选取3人进行调查，记选中的3人中了解新高考的人数为 X ，求 X 的分布列以及 $E(X)$ 。

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. A

【解析】

结合向量垂直的坐标表示，将两个条件相互推导，根据能否推导的情况判断出充分、必要条件。

【详解】

由 $m = 2$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 4) \cdot (2, 1) = -4 + 4 = 0$ ，所以 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ；而

当 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-m, 4) \cdot (m, 1) = -m^2 + 4 = 0$ ，解得 $m = 2$ 或 $m = -2$ 。所以

“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的充分不必要条件。

故选：A

【点睛】

本小题考查平面向量的运算，向量垂直，充要条件等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，应用意识。

2. B

【解析】

设 $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ ， $|z + 2 - i| = \sqrt{(a+2)^2 + (b-1)^2}$ ，利用复数几何意义计算。

【详解】

设 $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ ，由已知， $a^2 + b^2 = 1$ ，所以点 (a, b) 在单位圆上，

而 $|z + 2 - i| = |(a+2) + (b-1)i| = \sqrt{(a+2)^2 + (b-1)^2}$ ， $\sqrt{(a+2)^2 + (b-1)^2}$ 表示点 (a, b)

到 $(-2,1)$ 的距离,故 $|z+2-i|\leq\sqrt{(-2)^2+1^2}+1=1+\sqrt{5}$.

故选: B.

【点睛】

本题考查求复数模的最大值,其实本题可以利用不等式 $|z+2-i|\leq|z|+|2-i|$ 来解决.

3. A

【解析】

由已知先确定出双曲线方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$,再分别找到 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形的两种情况,最后再结合

$|PF_1|-|PF_2|=2$ 即可解决.

【详解】

由已知可得 $2a=2$, $\frac{c}{a}=2$,所以 $a=1,c=2,b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}$,从而双曲线方程为

$x^2-\frac{y^2}{3}=1$,不妨设点 P 在双曲线 C 右支上运动,则 $|PF_1|-|PF_2|=2$,当 $|PF_1|\perp|PF_2|$ 时,

此时 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=16=(|PF_1|-|PF_2|)^2+2|PF_1||PF_2|$,所以 $|PF_1||PF_2|=6$,

$(|PF_1|+|PF_2|)^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2+2|PF_1||PF_2|=28$,所以 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{7}$;

当 $|PF_2|\perp x$ 轴时, $|PF_1|^2=|PF_2|^2+16$,所以 $|PF_1|+|PF_2|=\frac{16}{2}=8$,又 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三

角形,所以 $|PF_1|+|PF_2|\in(2\sqrt{7},8)$.

故选: A.

【点睛】

本题考查双曲线的性质及其应用,本题的关键是找到 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形的临界情况,即 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形,是一道中档题.

4. A

【解析】

构造函数 $g(x)=f(x)-1$,通过分析 $g(x)$ 的单调性和对称性,求得不等式 $f(x)+f(3-2x)\leq 2$ 的解集.

【详解】

构造函数 $g(x)=f(x)-1=e^{x-1}-\frac{1}{e^{x-1}}+(x-1)$,

$g(x)$ 是单调递增函数, 且向左移动一个单位得到 $h(x) = g(x+1) = e^x - \frac{1}{e^x} + x$,

$h(x)$ 的定义域为 R , 且 $h(-x) = \frac{1}{e^x} - e^x - x = -h(x)$,

所以 $h(x)$ 为奇函数, 图像关于原点对称, 所以 $g(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称.

不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 等价于 $f(x) - 1 + f(3-2x) - 1 \leq 0$,

等价于 $g(x) + g(3-2x) \leq 0$, 注意到 $g(1) = 0$,

结合 $g(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称和 $g(x)$ 单调递增可知 $x + 3 - 2x \leq 2 \Rightarrow x \geq 1$.

所以不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 $[1, +\infty)$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查根据函数的单调性和对称性解不等式, 属于中档题.

5. B

【解析】

利用抛物线的定义可得, $|AB| = |AF| + |BF| = x_1 + \frac{p}{2} + x_2 + \frac{p}{2}$, 把线段 AB 中点的横坐标为 3, $|AB| = 8$ 代入可得 p 值,

然后可得出抛物线的方程.

【详解】

设抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

由抛物线的定义可知 $|AB| = |AF| + |BF| = x_1 + \frac{p}{2} + x_2 + \frac{p}{2} = (x_1 + x_2) + p$,

线段 AB 中点的横坐标为 3, 又 $|AB| = 8$, $\therefore 8 = 6 + p$, 可得 $p = 2$,

所以抛物线方程为 $y^2 = 4x$.

故选: B.

【点睛】

本题考查抛物线的定义、标准方程, 以及简单性质的应用, 利用抛物线的定义是解题的关键.

6. C

【解析】

连接 OM , OM 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 从而 $\triangle OFM \sim \triangle AFB$, 且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$, 进而 $\frac{c}{a-c} = \frac{1}{2}$, 由此能求出椭圆的离心率.

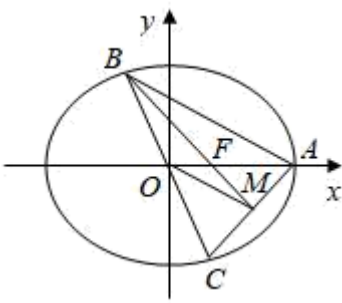
【详解】

如图，连接 OM ，

Q 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A ，右焦点为 F ，

B 、 C 为椭圆上关于原点对称的两点，不妨设 B 在第二象限，

直线 BF 交直线 AC 于 M ，且 M 为 AC 的中点



$\therefore OM$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore \triangle OFM \sim \triangle AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore \frac{c}{a-c} = \frac{1}{2},$$

解得椭圆 E 的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$.

故选：C

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质，考查了运算求解能力，属于基础题.

7. A

【解析】

根据题意 P 到两个平面的距离相等，根据等体积法得到 $V_{P-ABC} = V_{P-DEF}$ ，得到答案.

【详解】

二面角 $\alpha - l - \beta$ 与二面角 $\alpha' - l' - \beta'$ 的平面角相等，故 P 到两个平面的距离相等.

故 $V_{P-ABC} = V_{P-DEF}$ ，即 $\frac{1}{3} S_{\triangle ABC} h = \frac{1}{3} S_{\triangle DEF} h$ ，两三棱锥高相等，故 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$ ，

故 $\angle A = \angle D$ ，故 P 为 AD 中点.

故选：A.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/925311244131011340>