# 福建省龙岩市龙岩一中2024年高三（最后冲刺）数学试卷

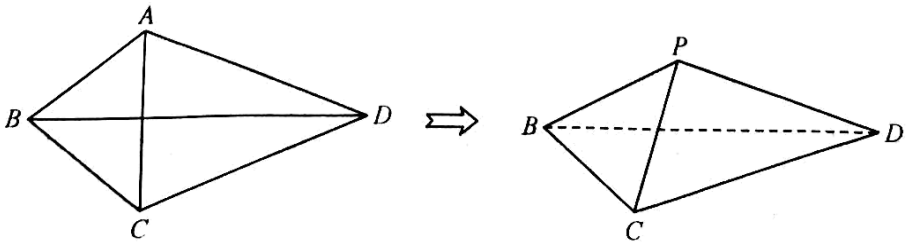
请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，满足 $AB=BC,CD=AD$，且 $AB+AD=10,BD=8$，沿着 $BD$ 把 $ABD$ 折起，使点 $A$ 到达点 $P$ 的位置，且使 $PC=2$，则三棱锥 $P-BCD$ 体积的最大值为（　　）




A．12　　B．$12\sqrt{2}$　　C．$\frac{16\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{16}{3}$

2．已知 $p:\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)$，$q:x=y$ 则 **p** 是 **q** 的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

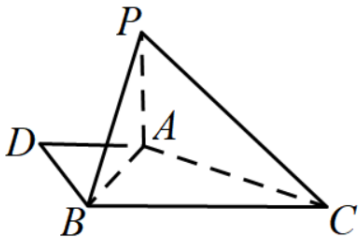
3．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1,x\le 0\\ |\ln x|,x>0\end{cases}$，则方程 $f\left[f(x)\right]=3$ 的实数根的个数是（　　）

A．6　　B．3　　C．4　　D．5

4．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右焦点分别为 $F_1$、$F_2$，过 $F_1$ 的直线 *l* 交双曲线的右支于点 *P*，以双曲线的实轴为直径的圆与直线 *l* 相切，切点为 *H*，若 $|F_1P|=3|F_1H|$，则双曲线 *C* 的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{13}}{2}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{13}$

5．如图，平面四边形 $ACBD$ 中，$AB\perp BC$，$AB\perp DA$，$AB=AD=1$，$BC=\sqrt{2}$，现将 $\triangle ABD$ 沿 $AB$ 翻折，使点 $D$ 移动至点 $P$，且 $PA\perp AC$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为（　　）




A．$8\pi$　　B．$6\pi$　　C．$4\pi$　　D．$\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

6．已知三棱锥 $P-ABC$ 的顶点都在球 $O$ 的球面上，$PA=\sqrt{2}$，$PB=\sqrt{14}$，$AB=4$，$CA=CB=\sqrt{10}$，面 $PAB\perp$面 $ABC$，则球 $O$ 的表面积为（　　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　　B．$\frac{25\pi}{6}$　　C．$\frac{40\pi}{9}$　　D．$\frac{50\pi}{3}$

7．在钝角$\triangle ABC$ 中，角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，$B$ 为钝角，若 $a\cos A=b\sin A$，则 $\sin A+\sin C$ 的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{9}{8}$　　C．1　　D．$\frac{7}{8}$

8．已知将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则下述四个结论：

①$\omega=3$ ②$\varphi=\frac{\pi}{4}$ ③$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$为函数 $f(x)$ 的一个对称中心

其中所有正确结论的编号是（　　）

A．①②③　　B．①③④　　C．①②④　　D．②③④

9．设命题 p: $\exists n>1,n^2>2^n$,则 $\neg$ p 为（　　）

A．$\forall n>1,n^2>2^n$　　B．$\exists n\le 1,n^2\le 2^n$

C．$\forall n>1,n^2\le 2^n$　　D．$\exists n>1,n^2\le 2^n$

10．在三角形 $ABC$ 中，$a=1$，$\frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，求 $b\sin A=$（　　）

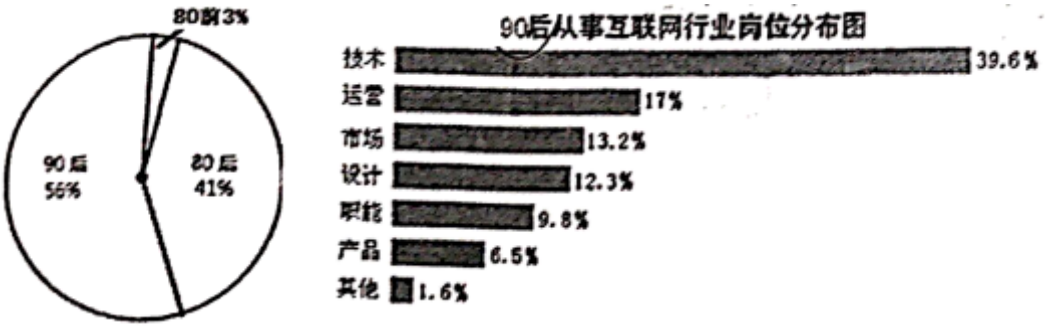
A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

11．设集合 $M=\left\{x\middle|x^2+3x+2>0\right\}$，集合 $N=\{x|(\frac{1}{2})^x\le 4\}$，则 $M\cup N=$（　　）

A．$\left\{x\middle|x\ge -2\right\}$　　B．$\left\{x\middle|x>-1\right\}$　　C．$\left\{x\middle|x\le -2\right\}$　　D．R

12．某调查机构对全国互联网行业进行调查统计，得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图，则下列结论中不正确的是（　　）

注：90 后指 1990 年及以后出生，80 后指 1980-1989 年之间出生，80 前指 1979 年及以前出生.




A．互联网行业从业人员中 90 后占一半以上

B．互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 $20\%$

C．互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多

D．互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知抛物线 $C:y^2=4x$，点 $P$ 为抛物线 $C$ 上一动点，过点 $P$ 作圆 $M:(x-3)^2+y^2=4$ 的切线，切点分别为 $A,B$，则线段 $AB$ 长度的取值范围为_____.

14．已知抛物线 $C$：$y^2=4x$ 的焦点为 $F$，准线为 $l$，$P$ 为 $C$ 上一点，$PQ$ 垂直 $l$ 于点 $Q$，$M$，$N$ 分别为 $PQ$，$PF$ 的中点，$MN$ 与 $x$ 轴相交于点 $R$，若 $\angle NRF=60°$，则 $|FR|$ 等于_____.

15．已知数列 $\{a_n\}$ 递增的等比数列，若 $a_2+a_3=12$，$a_1a_4=27$，则 $a_n=$_____.

16．$\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中，$x^3$ 项的系数是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设实数 $x,y$ 满足 $x+y=3$.

（1）若 $|x+3|<x|y-2|$，求 $x$ 的取值范围；

（2）若 $x>0$，$y>0$，求证：$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y}\geq 1$.

18．（12 分）已知 $q$，$n$ 均为给定的大于 1 的自然数，设集合 $M=\{1,2,3,\ldots,q\}$，$T=\{x\mid x=x_1+x_2q+\ldots+x_nq^{n-1},$ $x_i\in M,i=1,2\ldots,n\}$.

（Ⅰ）当 $q=2$，$n=2$ 时，用列举法表示集合 $T$；

（Ⅱ）当 $q=200$ 时，$A=\{a_1,a_2,\ldots,a_{100}\}\subseteq M$，且集合 $A$ 满足下列条件：

①对任意$1 \le i < j \le 100$，$a_i + a_j \ne 201$；

②$\sum_{i=1}^{100} a_i = 12020$.

证明：（ⅰ）若$\forall a_i \in A$，则$201 - a_i \in \overline{A}$（集合$\overline{A}$为集合$A$在集合$M$中的补集）；

（ⅱ）$\sum_{i=1}^{100} a_i^2$为一个定值（不必求出此定值）；

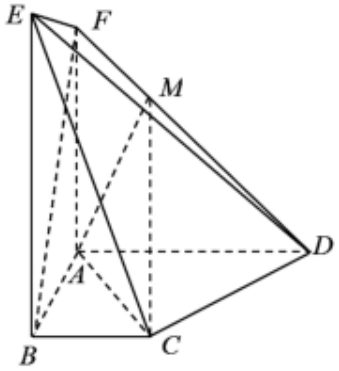
（Ⅲ）设$s,t \in T$，$s = b_1 + b_2 q + b_3 q^2 + \ldots + b_n q^{n-1}$，$t = c_1 + c_2 q + \ldots + c_n q^{n-1}$，其中$b_i, c_i \in M$，$i = 1,2,\ldots,n$，若$b_n < c_n$，则$s < t$.

19.（12分）已知椭圆$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，点$P\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$在椭圆上.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）设直线$y = kx + m$交椭圆$C$于$A,B$两点，线段$AB$的中点$M$在直线$x = 1$上，求证：线段$AB$的中垂线恒过定点.

20.（12分）已知六面体$ABCDEF$如图所示，$BE \perp$平面$ABCD$，$BE // AF$，$AD // BC$，$BC = 1$，$CD = \sqrt{5}$，$AB = AF = AD = 2$，$M$是棱$FD$上的点，且满足$\frac{FM}{MD} = \frac{1}{2}$.




（1）求证：直线$BF //$平面$MAC$；

（2）求二面角$A - MC - D$的正弦值.

21.（12分）已知数列$\{a_n\}$满足，$a_1 = 1$，$a_2 = 4$，且$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 \left(n \in \mathbf{N}^*\right)$.

（1）求证：数列$\{a_{n+1} - a_n\}$为等比数列，并求出数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n = 2n \cdot a_n$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=|2x+a|-|x-3|(a\in R)$.

（1）若 $a=-1$，求不等式 $f(x)+1>0$ 的解集；

（2）已知 $a>0$，若 $f(x)+3a>2$ 对于任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

过 $P$ 作 $PE\perp BD$ 于 $E$，连接 $CE$，易知 $CE\perp BD$，$PE=CE$，从而可证 $BD\perp$ 平面 $PCE$，进而可知 $V_{P-BCD}=V_{B-PCE}+V_{D-PCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PCE}\cdot BD=\frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，$V_{P-BCD}$ 取得最大值，取 $PC$ 的中点 $F$，可得 $EF\perp PC$，再由 $S_{\triangle PCE}=\frac{1}{2}PC\cdot EF=\sqrt{PE^2-1}$，求出 $PE$ 的最大值即可.

【详解】

在 $\triangle BPD$ 和 $\triangle BCD$ 中，$\begin{cases}PB=BC\\PD=CD\\BD=BD\end{cases}$，所以 $\triangle BPD\cong\triangle BCD$，则 $\angle PBD=\angle CBD$，

过 $P$ 作 $PE\perp BD$ 于 $E$，连接 $CE$，显然 $\triangle BPE\cong\triangle BCE$，则 $CE\perp BD$，且 $PE=CE$，

又因为 $PE\cap CE=E$，所以 $BD\perp$ 平面 $PCE$，

所以 $V_{P-BCD}=V_{B-PCE}+V_{D-PCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PCE}\cdot BD=\frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，

当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，$V_{P-BCD}$ 取得最大值，取 $PC$ 的中点 $F$，则 $EF\perp PC$，

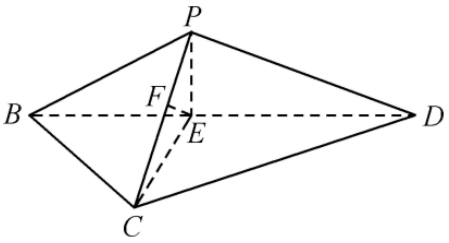
所以 $S_{\triangle PCE}=\frac{1}{2}PC\cdot EF=\sqrt{PE^2-1}$，

因为 $PB+PD=10,BD=8$，所以点 $P$ 在以 $B,D$ 为焦点的椭圆上（不在左右顶点），其中长轴长为 10，焦距长为 8，

所以 $PE$ 的最大值为椭圆的短轴长的一半，故 $PE$ 最大值为 $\sqrt{5^2-4^2}=3$，

所以 $S_{\triangle PCE}$ 最大值为 $2\sqrt{2}$，故 $V_{P-BCD}$ 的最大值为 $\frac{8}{3}\times2\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

故选：C.




【点睛】

本题考查三棱锥体积的最大值，考查学生的空间想象能力与计算求解能力，属于中档题.

2、B

【解析】

根据诱导公式化简$\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$再分析即可.

【详解】

因为$\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$,所以 ***q*** 成立可以推出 ***p*** 成立,但 ***p*** 成立得不到 ***q*** 成立,例如$\cos\frac{\pi}{3}=\cos\frac{5\pi}{3}$,而$\frac{\pi}{3}\neq\frac{5\pi}{3}$,所以 ***p*** 是 ***q*** 的必要而不充分条件.

故选：B

【点睛】

本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用,属于基础题.

3、D

【解析】

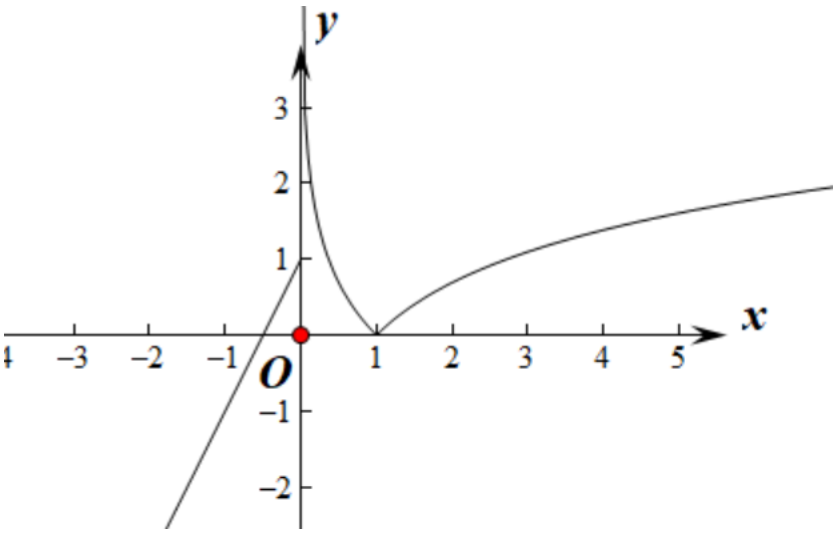
画出函数$f(x)=\begin{cases}2x+1,x\le 0\\|\ln x|,x>0\end{cases}$,将方程$f\left[f(x)\right]=3$看作$t=f\left(x\right),f\left(t\right)=3$交点个数，运用图象判断根的个数.

【详解】

画出函数$f(x)=\begin{cases}2x+1,x\le 0\\|\ln x|,x>0\end{cases}$

令$t=f\left(x\right),\therefore f\left(t\right)=3$有两解$t_1\in\left(0,1\right),t_2\in\left(1,+\infty\right)$，则$t_1=f\left(x\right),f\left(x\right)=t_2$分别有 3 个，2 个解，故方程$f\left[f(x)\right]=3$的实数根的个数是 3+2=5 个

故选：D




【点睛】

本题综合考查了函数的图象的运用，分类思想的运用，数学结合的思想判断方程的根，难度较大，属于中档题.

4、A

【解析】

在$\Delta PF_1F_2$中，由余弦定理，得到$|PF_2|$，再利用$|PF_1|-|PF_2|=2a$即可建立$a,b,c$的方程.

【详解】

由已知，$|HF_1|=\sqrt{F_1O^2-OH^2}=\sqrt{c^2-a^2}=b$，在$\Delta PF_1F_2$中，由余弦定理，得

$|PF_2|=\sqrt{PF_1^2+F_1F_2^2-2PF_1\cdot F_1F_2\cdot\cos\angle PF_1F_2}=\sqrt{4c^2+9b^2-2\times2c\times3b\times\frac{b}{c}}=$

$\sqrt{4a^2+b^2}$，又$|PF_1|=3|HF_1|=3b$，$|PF_1|-|PF_2|=2a$，所以$3b-\sqrt{4a^2+b^2}=2a$，

$\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{3}{2}\therefore e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$，

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的计算问题，处理双曲线离心率问题的关键是建立$a,b,c$三者间的关系，本题是一道中档题.

5、C

【解析】

由题意可得$PA\perp$面$ABC$，可知$PA\perp BC$，因为$AB\perp BC$，则$BC\perp$面$PAB$，于是$BC\perp PB$.由此推出三棱锥$P-ABC$外接球球心是$PC$的中点，进而算出$CP=2$，外接球半径为1，得出结果.

【详解】

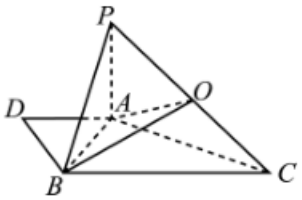
解：由$DA\perp AB$，翻折后得到$PA\perp AB$，又$PA\perp AC$，

则 $PA \perp$ 面 $ABC$，可知 $PA \perp BC$ .

又因为 $AB \perp BC$，则 $BC \perp$ 面 $PAB$，于是 $BC \perp PB$，

因此三棱锥 $P-ABC$ 外接球球心是 $PC$ 的中点.

计算可知 $CP=2$，则外接球半径为 1，从而外接球表面积为 $4\pi$ .




故选：C.

【点睛】

本题主要考查简单的几何体、球的表面积等基础知识；考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力及创新意识，属于中档题.

6、D

【解析】

由题意画出图形，找出△*PAB* 外接圆的圆心及三棱锥 *P*− *BCD* 的外接球心 *O*，通过求解三角形求出三棱锥 *P*− *BCD* 的外接球的半径，则答案可求.

【详解】

如图；设 *AB* 的中点为 *D*；

∵$PA=\sqrt{2}$，$PB=\sqrt{14}$，*AB*＝4，

∴△*PAB* 为直角三角形，且斜边为 *AB*，故其外接圆半径为：$r=\frac{1}{2}AB$＝*AD*＝2；

设外接球球心为 *O*；

∵*CA*＝*CB*$=\sqrt{10}$，面 *PAB*⊥面 *ABC*，

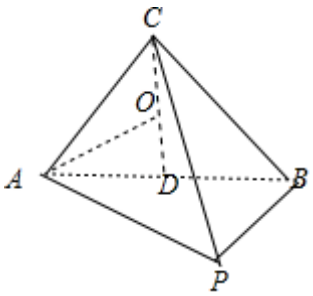
∴*CD*⊥*AB* 可得 *CD*⊥面 *PAB*；且 $DC=\sqrt{CA^2-AD^2}=\sqrt{6}$ .

∴*O* 在 *CD* 上；

故有：$AO^2=OD^2+AD^2 \Rightarrow R^2=(\sqrt{6}-R)^2+r^2 \Rightarrow R=\frac{5}{\sqrt{6}}$；

∴球 *O* 的表面积为：$4\pi R^2=4\pi\times\left(\frac{5}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{50\pi}{3}$.

故选：*D*.




【点睛】

本题考查多面体外接球表面积的求法，考查数形结合的解题思想方法，考查思维能力与计算能力，属于中档题.

7、B

【解析】

首先由正弦定理将边化角可得$\cos A=\sin B$，即可得到$A=B-\frac{\pi}{2}$，再求出$B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，最后根据

$\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$求出$\sin A+\sin C$的最大值；

【详解】

解：因为$a\cos A=b\sin A$，

所以$\sin A\cos A=\sin B\sin A$

因为$\sin A\neq 0$

所以$\cos A=\sin B$

$\because B>\frac{\pi}{2}$

$\therefore A=B-\frac{\pi}{2}$

$\because\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<C<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，即$\begin{cases}0<B-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，$\therefore B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，$\therefore\cos B\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

$\therefore\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$

$=-\cos B-\cos 2B$

$=-2\cos^2 B-\cos B+1$

$=-2\left(\cos B+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/926212031050010125