

## 2025 届天津市蓟州等部分区高三第二次联考高三数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 过圆  $x^2 + y^2 = 4$  外一点  $M(4, -1)$  引圆的两条切线, 则经过两切点的直线方程是 ( )。

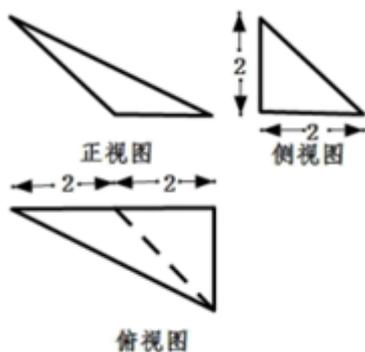
- A.  $4x - y - 4 = 0$     B.  $4x + y - 4 = 0$     C.  $4x + y + 4 = 0$     D.  $4x - y + 4 = 0$

2. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2 + \log_{\frac{1}{2}} x, & \frac{1}{8} \leq x < 1 \\ 2^x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ , 若  $f(a) = f(b) (a < b)$ , 则  $ab$  的最小值为 ( )

参考数据:  $\ln 2 \approx 0.69, \ln^2 2 \approx 0.48$

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     C.  $\log_2 \sqrt{3}$     D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中的最长棱长为 ( )



- A.  $3\sqrt{2}$     B.  $2\sqrt{5}$     C.  $2\sqrt{6}$     D.  $2\sqrt{7}$

4. 已知点  $A(-3, 0), B(0, 3)$ , 若点  $P$  在曲线  $y = -\sqrt{1-x^2}$  上运动, 则  $\triangle PAB$  面积的最小值为 ( )

- A. 6    B. 3    C.  $\frac{9}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2}$     D.  $\frac{9}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2}$

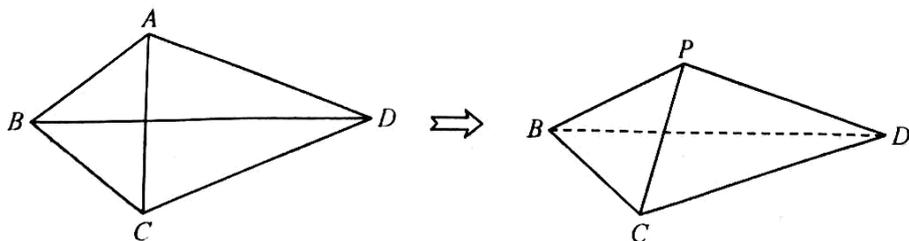
5. 设  $k > 1$ , 则关于  $x, y$  的方程  $(1-k)x^2 + y^2 = k^2 - 1$  所表示的曲线是 ( )

- A. 长轴在  $y$  轴上的椭圆    B. 长轴在  $x$  轴上的椭圆

C. 实轴在  $y$  轴上的双曲线

D. 实轴在  $x$  轴上的双曲线

6. 如图, 在平面四边形  $ABCD$  中, 满足  $AB = BC, CD = AD$ , 且  $AB + AD = 10, BD = 8$ , 沿着  $BD$  把  $ABD$  折起, 使点  $A$  到达点  $P$  的位置, 且使  $PC = 2$ , 则三棱锥  $P-BCD$  体积的最大值为 ( )



- A. 12                      B.  $12\sqrt{2}$                       C.  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$                       D.  $\frac{16}{3}$

7. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 且  $C$  上点  $P$  满足  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0, |\overrightarrow{PF_1}| = 3, |\overrightarrow{PF_2}| = 4$ , 则双曲线  $C$  的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $\frac{5}{2}$                       D. 5

8. 已知双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的渐近线方程为  $\sqrt{3}x \pm y = 0$ , 则  $b = ( )$

- A.  $2\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $4\sqrt{3}$

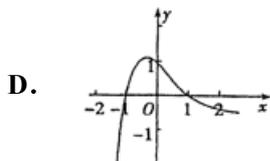
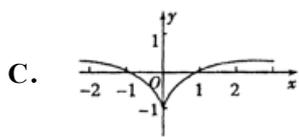
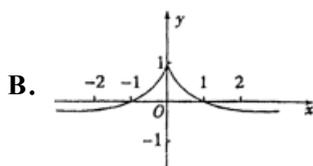
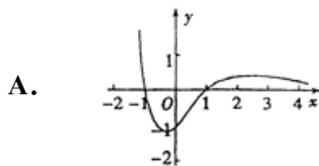
9. 已知函数  $f(x) = A \cos(2x + \varphi) (\varphi > 0)$  的图像向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度后, 得到的图像关于  $y$  轴对称,  $f(0) = 1$ , 当  $\varphi$  取得最小值时, 函数  $f(x)$  的解析式为 ( )

- A.  $f(x) = \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4})$                       B.  $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$   
 C.  $f(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$                       D.  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$

10. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $a \cos B + b \sin A = c$ . 若  $a = 2$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $3(\sqrt{2} - 1)$ , 则  $b + c = ( )$

- A. 5                      B.  $2\sqrt{2}$                       C. 4                      D. 16

11. 函数  $f(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$  的图象大致为()



12. 已知点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是函数  $f(x) = a\sqrt{x} + bx^2$  的函数图像上的任意两点, 且  $y = f(x)$  在点

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$  处的切线与直线  $AB$  平行, 则( )

- A.  $a = 0$ ,  $b$  为任意非零实数                      B.  $b = 0$ ,  $a$  为任意非零实数  
 C.  $a$ 、 $b$  均为任意实数                              D. 不存在满足条件的实数  $a$ ,  $b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $S_n$  为其前  $n$  项和,  $a_1 = 1$ ,  $a_n a_{n+1} = 2^n$ , 则  $a_6 =$  \_\_\_\_\_,  $S_{200} =$  \_\_\_\_\_.

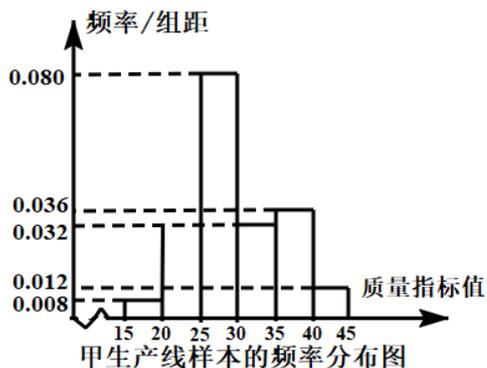
14. 在直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A(0,1)$  和点  $B(-3,4)$ , 若点  $C$  在  $\angle AOB$  的平分线上, 且  $|\vec{OC}| = 3\sqrt{10}$ , 则向量  $\vec{OC}$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = \frac{1}{8}a_n^2 + m (n \in \mathbb{N}^*)$ , 若对任意的正整数  $n$  均有  $a_n < 4$ , 则实数  $m$  的最大值是 \_\_\_\_\_.

16. 有以下四个命题: ①在  $\triangle ABC$  中,  $A > B$  的充要条件是  $\sin A > \sin B$ ; ②函数  $y = f(x)$  在区间  $(1,2)$  上存在零点的充要条件是  $f(1) \cdot f(2) < 0$ ; ③对于函数  $y = f(x)$ , 若  $f(2) = f(-2)$ , 则  $f(x)$  必不是奇函数 ④函数  $y = f(1-x)$  与  $y = f(1+x)$  的图象关于直线  $x = 1$  对称. 其中正确命题的序号为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某企业原有甲、乙两条生产线, 为了分析两条生产线的效果, 先从两条生产线生产的大量产品中各抽取了 100 件产品作为样本, 检测一项质量指标值. 该项指标值落在  $[20, 40)$  内的产品视为合格品, 否则为不合格品.



乙生产线样本的频数分布表

质量指标	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45]	合计
频数	2	18	48	14	16	2	100

(1) 根据甲生产线样本的频率分布直方图，以从样本中任意抽取一件产品且为合格品的频率近似代替从甲生产线生产的产品中任意抽取一件产品且为合格品的概率，估计从甲生产线生产的产品中任取 5 件恰有 2 件为合格品的概率；

(2) 现在该企业为提高合格率欲只保留其中一条生产线，根据上述图表所提供的数据，完成下面的  $2 \times 2$  列联表，并判断是否有 90% 把握认为该企业生产的这种产品的质量指标值与生产线有关？若有 90% 把握，请从合格率的角度分析保留哪条生产线较好？

	甲生产线	乙生产线	合计
合格品			
不合格品			
合计			

附：  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,  $n = a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

18. (12分) 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，侧棱  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD=1$ ， $PA=AB=BC=2$ ， $M$  是棱  $PB$  的中点.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/926231135035010215>