专题23 反比例函数的应用

【知识梳理】

知识点01 利用反比例函数解决实际问题

1. 基本思路：建立函数模型，即在实际问题中求得函数解析式，然后应用函数的图象和性质等知识解决问题.

2. 一般步骤如下：

（1）审清题意，根据常量、变量之间的关系，设出函数解析式，待定的系数用字母表示.

（2）由题目中的已知条件，列出方程，求出待定系数.

（3）写出函数解析式，并注意解析式中变量的取值范围.

（4）利用函数解析式、函数的图象和性质等去解决问题.

知识点02 反比例函数在其他学科中的应用

1. 当圆柱体的体积一定时，圆柱的底面积是高的反比例函数；

2. 当工程总量一定时，做工时间是做工速度的反比例函数；

3. 在使用杠杆时，如果阻力和阻力臂不变，则动力是动力臂的反比例函数；

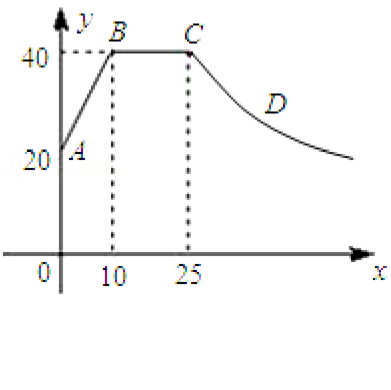
4. 电压一定，输出功率是电路中电阻的反比例函数.

【题型探究】

1.心理学家研究发现，一般情况下，一节课40分钟中，学生的注意力随教师讲课的变化而变化．开始上课时，学生的注意力逐步增强，中间有一段时间学生的注意力保持较为理想的稳定状态，随后学生的注意力开始分散．经过实验分析可知，学生的注意力指标数y随时间x（分钟）的变化规律如下图所示（其中AB、BC分别为线段，CD为双曲线的一部分）：

（1）开始上课后第五分钟时与第三十分钟时相比较，何时学生的注意力更集中？

（2）一道数学竞赛题，需要讲19分钟，为了效果较好，要求学生的注意力指标数最低达到36，那么经过适当安排，老师能否在学生注意力达到所需的状态下讲解完这道题目？



【点拨】（1）先用代定系数法分别求出 AB 和 CD 的函数表达式，再分别求第五分钟和第三十分钟的注意力指数，最后比较判断；

（2）分别求出注意力指数为 36 时的两个时间，再将两时间之差和 19 比较，大于 19 则能讲完，否则不能．

【解析】

解：（1）设线段 AB 所在的直线的解析式为 $y_1=k_1x+20$，

把 B（10，40）代入得，$k_1=2$，

$\therefore y_1=2x+20$．

设 C、D 所在双曲线的解析式为 $y_2=\dfrac{k_2}{x}$，

把 C（25，40）代入得，$k_2=1000$，

$\therefore y_2=\dfrac{1000}{x}$

当 $x_1=5$ 时，$y_1=2\times5+20=30$，

当 $x_2=30$时，$y_2=\dfrac{1000}{30}=\dfrac{100}{3}$，

$\therefore y_1<y_2$

∴第 30 分钟注意力更集中．

（2）令 $y_1=36$，

$\therefore 36=2x+20$，

$\therefore x_1=8$

令 $y_2=36$，

$\therefore 36\approx\dfrac{1000}{x}$，

$\therefore x_2=\dfrac{1000}{36}\approx27.8$

$\because 27.8-8=19.8>19$，

∴经过适当安排，老师能在学生注意力达到所需的状态下讲解完这道题目．

【总结】主要考查了函数的应用．解题的关键是根据实际意义列出函数关系式，从实际意义中找到对应的变量的值，利用待定系数法求出函数解析式，再根据自变量的值求算对应的函数值．

2. 某商场出售一批名牌衬衣，衬衣的进价为 80 元，在营销中发现，该衬衣的日销售量 y（件）是日销售价 x 元的反比例函数，且当售价定为 100 元时，每日可售出 30 件．

(1)请求出 y 关于 x 的函数关系式(不必写自变量 x 的取值范围)；

(2)若商场计划经营此种衬衣的日销售利润为 1800 元，则其单价应是多少元?

【点拨】（1）因为 y 与 x 成反比例函数关系，可设出函数式 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，然后根据当售价定为 100 元/件时，每天可售出 30 件可求出 k 的值．（2）设单价是 x 元，根据每天可售出 y 件，每件的利润是（ x －80）元，总利润为 1800 元，根据利润＝售价－进价可列方程求解．

【解析】

解：(1)设所求函数关系式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，

则因为当 x ＝100 时 y ＝30，所以 k ＝3000，

所以 $y=\frac{3000}{x}$；

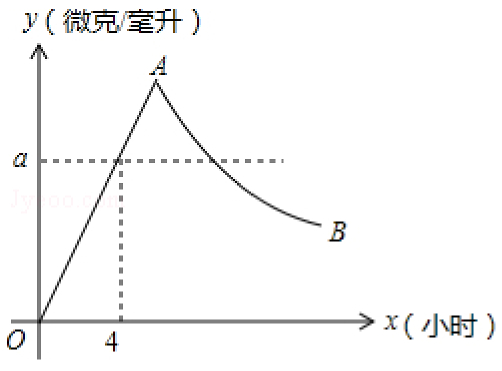
(2)设单价应为 x 元，则(x－ 80)·$\frac{3000}{x}$＝1800，

解得 x ＝200．经检验 x ＝200 是原方程的解，符合题意．

即其单价应定为 200 元 / 件．

【总结】本题考查反比例函数的概念，设出反比例函数，确定反比例函数，以及知道利润＝售价－进价，然后列方程求解的问题．

3.如图，是药品研究所所测得的某种新药在成人用药后，血液中的药物浓度 y（微克/毫升）用药后的时间 x（小时）变化的图象（图象由线段 OA 与部分双曲线 AB 组成）．并测得当 y=a 时，该药物才具有疗效．若成人用药 4 小时，药物开始产生疗效，且用药后 9 小时，药物仍具有疗效，则成人用药后，血液中药物浓则至少需要多长时间达到最大度？



【点拨】利用待定系数法分别求出直线 OA 与双曲线的函数解析式，再令它们相等得出方程，解方程即可求解．

【解析】

解：设直线 OA 的解析式为 y=kx，

把（4，a）代入，得 a=4k，解得 k=$\frac{a}{4}$，

即直线 OA 的解析式为 y=$\frac{a}{4}$x.

根据题意，（9，a）在反比例函数的图象上，

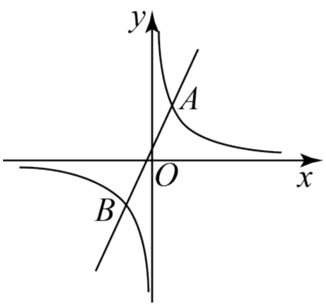
则反比例函数的解析式为 y=$\frac{9a}{x}$.

当$\frac{a}{4}$x=$\frac{9a}{x}$时，解得 x=±6（负值舍去），

故成人用药后，血液中药物则至少需要 6 小时达到最大浓度.

【总结】本题考查了反比例函数的应用，直线与双曲线交点的求法，利用待定系数法求出关系式是解题的关键.

4.（2023·浙江杭州·统考中考真题）在直角坐标系中，已知$k_1k_2 \neq 0$，设函数$y_1=\frac{k_1}{x}$与函数$y_2=k_2\left(x-2\right)+5$的图象交于点A和点$B$．已知点A的横坐标是2，点$B$的纵坐标是$-4$．



(1)求k_1,k_2的值.

(2)过点A作y轴的垂线，过点B作x轴的垂线，在第二象限交于点C；过点A作x轴的垂线，过点B作y轴的垂线，在第四象限交于点D．求证：直线CD经过原点.

【答案】(1)$k_1=10$，$k_2=2$；(2)见解析

【分析】（1）首先将点A的横坐标代入$y_2=k_2\left(x-2\right)+5$求出点$A$的坐标，然后代入$y_1=\frac{k_1}{x}$求出$k_1=10$，然后将点$B$的纵坐标代入$y_1=\frac{10}{x}$求出$B\left(-\frac{5}{2},-4\right)$，然后代入$y_2=k_2\left(x-2\right)+5$即可求出$k_2=2$；

（2）首先根据题意画出图形，然后求出点C和点D的坐标，然后利用待定系数法求出CD所在直线的表达式，进而求解即可.

【详解】（1）∵点A的横坐标是2，

∴将$x=2$代入$y_2=k_2\left(x-2\right)+5=5$

$\therefore A(2,5)$，

$\therefore$将 $A(2,5)$ 代入 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 得，$k_1=10$，

$\therefore y_1=\frac{10}{x}$，

$\because$点 B 的纵坐标是 -4，

$\therefore$将 $y=-4$ 代入 $y_1=\frac{10}{x}$ 得，$x=-\frac{5}{2}$，

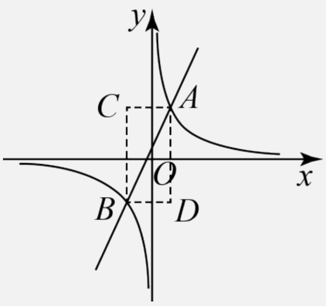
$\therefore B\left(-\frac{5}{2},-4\right)$，

$\therefore$将 $B\left(-\frac{5}{2},-4\right)$ 代入 $y_2=k_2(x-2)+5$ 得，$-4=k_2\left(-\frac{5}{2}-2\right)+5$，

$\therefore$解得 $k_2=2$，

$\therefore y_2=2(x-2)+5=2x+1$；

（2）如图所示，



由题意可得，$C\left(-\frac{5}{2},5\right)$，$D(2,-4)$，

$\therefore$设 CD 所在直线的表达式为 $y=kx+b$，

$\therefore\begin{cases}-\frac{5}{2}k+b=5\\2k+b=-4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-2\\b=0\end{cases}$，

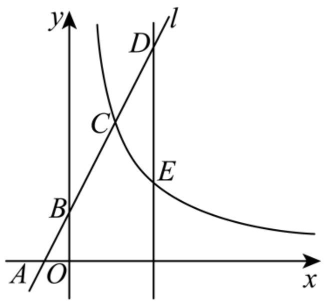
$\therefore y=-2x$，

$\therefore$当 $x=0$ 时，$y=0$，

$\therefore$直线 CD 经过原点.

【点睛】此题考查了反比例函数和一次函数综合，待定系数法求函数表达式等知识，解题的关键是熟练掌握以上知识点.

5．（2023·四川泸州·统考中考真题）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l:y=kx+2$ 与 x，y 轴分别相交于点 A，B，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象相交于点 C，已知 $OA=1$，点 C 的横坐标为 2.



(1)求 k， m 的值；

(2)平行于 y 轴的动直线与 l 和反比例函数的图象分别交于点 D，E，若以 B，D，E，O 为顶点的四边形为平行四边形，求点 D 的坐标．

【答案】(1) $k=2$， $m=12$；(2)点 D 的坐标为 $\left(\sqrt{6},2\sqrt{6}+2\right)$ 或 $\left(\sqrt{7}-1,2\sqrt{7}\right)$

【分析】（1）求得 $A\left(-1,0\right)$，利用待定系数法即可求得直线的式，再求得 $C\left(2,6\right)$，据此即可求解；

（2）设点 $D\left(a,2a+2\right)$，则点 $E\left(a,\frac{12}{a}\right)$，利用平行四边形的性质得到 $\left|2a+2-\frac{12}{a}\right|=2$，解方程即可求解．

【详解】（1）解：$\because OA=1$，

$\therefore A\left(-1,0\right)$，

$\because$直线 $y=kx+2$ 经过点 $A\left(-1,0\right)$，

$\therefore 0=-k+2$，解得， $k=2$，

$\therefore$直线的解析式为 $y=2x+2$，

$\because$点 C 的横坐标为 2，

$\therefore y=2\times 2+2=6$，

$\therefore C\left(2,6\right)$，

$\because$反比例函数 $y=\frac{m}{x}\left(x>0\right)$ 的图象经过点 C，

$\therefore m=2\times 6=12$；

（2）解：由（1）得反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$，

令 $x=0$，则 $y=2\times 0+2=2$，

$\therefore$点 $B\left(0,2\right)$，

设点 $D\left(a,2a+2\right)$，则点 $E\left(a,\frac{12}{a}\right)$，

∵以 B，D，E，O 为顶点的四边形为平行四边形，

$\therefore DE = OB = 2$，

$\therefore \left|2a+2-\frac{12}{a}\right| = 2$，整理得 $2a+2-\frac{12}{a}=2$ 或 $2a+2-\frac{12}{a}=-2$，

由 $2a+2-\frac{12}{a}=2$ 得 $2a^2+2a-12=2a$，

整理得 $a^2=6$，解得 $a=\pm\sqrt{6}$，

$\because a>0$，

$\therefore a=\sqrt{6}$，

$\therefore$点 $D\left(\sqrt{6},2\sqrt{6}+2\right)$；

由 $2a+2-\frac{12}{a}=-2$ 得 $2a^2+2a-12=-2a$，

整理得 $a^2+2a-6=0$，解得 $a=\pm\sqrt{7}-1$，

$\because a>0$，

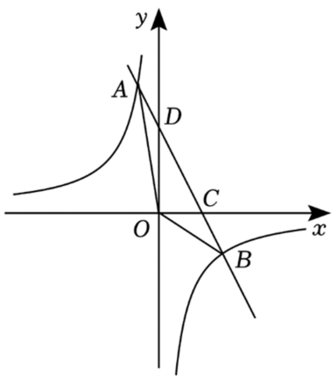
$\therefore a=\sqrt{7}-1$，

$\therefore$点 $D\left(\sqrt{7}-1,2\sqrt{7}\right)$；

综上，点 D 的坐标为 $\left(\sqrt{6},2\sqrt{6}+2\right)$ 或 $\left(\sqrt{7}-1,2\sqrt{7}\right)$.

【点睛】此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，平行四边形的性质，解一元二次方程，用方程的思想解决问题是解本题的关键.

6．（2023·四川南充·统考中考真题）如图，一次函数图象与反比例函数图象交于点 $A(-1,6)$，$B\left(\frac{3}{a},a-3\right)$，与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D.



(1)求反比例函数与一次函数的解析式；

(2)点 M 在 x 轴上，若 $S_{\triangle OAM}=S_{\triangle OAB}$，求点 M 的坐标.

【答案】(1)反比例函数解析式为$y=-\frac{6}{x}$，一次函数的解析式为$y=-2x+4$；(2)M点的坐标为$\left(-\frac{8}{3},0\right)$或$\left(\frac{8}{3},0\right)$

【分析】（1）设反比例函数解析式为$y=\frac{k_1}{x}$，将$A(-1,6)$代入$y=\frac{k_1}{x}$，根据待定系数法，即可得到反比例函数解析式，将$B\left(\frac{3}{a},a-3\right)$代入求得的反比例函数，解得$a$的值，得到$B$点坐标，最后根据待定系数法即可求出一次函数解析式；

（2）求出点C的坐标，根据$S_{\triangle OAB}=S_{\triangle OAC}+S_{\triangle OBC}$求出$S_{\triangle OAB}$，分两种情况：$M$在$O$点左侧；$M$点在$O$点右侧，根据三角形面积公式即可解答．

【详解】（1）解：设反比例函数解析式为$y=\frac{k_1}{x}$，

将$A(-1,6)$代入$y=\frac{k_1}{x}$，可得$6=\frac{k_1}{-1}$，解得$k_1=-6$，

$\therefore$反比例函数的解析式为$y=-\frac{6}{x}$，

把$B\left(\frac{3}{a},a-3\right)$代入$y=-\frac{6}{x}$，可得$\frac{3(a-3)}{a}=-6$，

解得$a=1$，

经检验，$a=1$是方程的解，

$\therefore B(3,-2)$，

设一次函数的解析式为$y=k_2x+b$，

将$A(-1,6)$，$B(3,-2)$代入$y=k_2x+b$，

可得$\begin{cases}6=-x+b\\-2=3x+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_2=-2\\b=4\end{cases}$，

$\therefore$一次函数的解析式为$y=-2x+4$；

（2）解：当$y=0$时，可得$0=-2x+4$，

解得$x=2$，

$\therefore C(2,0)$，

$\therefore OC=2$，

$\therefore S_{\triangle OAB}=S_{\triangle OAC}+S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}\times2\times6+\frac{1}{2}\times2\times2=8$，

$\because S_{\triangle OAM}=S_{\triangle OAB}$，

$\therefore S_{\triangle OAM}=8=\frac{1}{2}\times 6\times OM$，

$\therefore OM=\frac{8}{3}$，

M 在 O 点左侧时，$M\left(-\frac{8}{3},0\right)$；

M 点在 O 点右侧时，$M\left(\frac{8}{3},0\right)$，

综上，M 点的坐标为$\left(-\frac{8}{3},0\right)$或$\left(\frac{8}{3},0\right)$.

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数和反比例函数，一次函数与三角形面积问题，熟练求出$S_{\triangle OAB}$是解题的关键.

【随堂演练】

1．（2023·浙江·统考中考真题）如果100N的压力F作用于物体上，产生的压强P要大于1000Pa，则下列关于物体受力面积$S\left(m^2\right)$的说法正确的是（　）

A．S小于$0.1m^2$　　B．S大于$0.1m^2$　　C．S小于$10m^2$　　D．S大于$10m^2$

【答案】A

【分析】根据压力压强受力面积之间的关系$S=\frac{F}{P}$即可求出答案.

【详解】解：假设P为1000Pa，

$\because$ F为100N，

$\therefore S=\frac{F}{P}=\frac{100}{1000}=0.1m^2$.

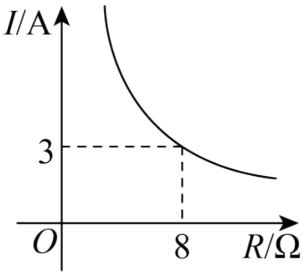
$\because P>1000Pa$，

$\therefore S<0.1m^2$.

故选：A.

【点睛】本题考查的是反比例函数值的取值范围，解题的关键是要知道压力压强受力面积之间的关系以及P越大，S越小

2．（2023·湖北随州·统考中考真题）已知蓄电池的电压为定值，使用某蓄电池时，电流I(单位：A)与电阻R(单位：Ω)是反比例函数关系，它的图象如图所示，则当电阻为6Ω时，电流为(　)



A．3A　　　　B．4A　　　　C．6A　　　　D．8A

【答案】B

【分析】设该反比函数解析式为$I=\frac{k}{R}(k\neq 0)$，根据当$R=8$时，$I=3$，可得该反比函数解析式为$I=\frac{24}{R}$，再把$R=6$代入，即可求出电流I.

【详解】解：设该反比函数解析式为$I=\frac{k}{R}(k\neq 0)$，

由题意可知，当$R=8$时，$I=3$，

$\therefore 3=\frac{k}{8}$，

解得：$k=24$，

$\therefore$设该反比函数解析式为$I=\frac{24}{R}$，

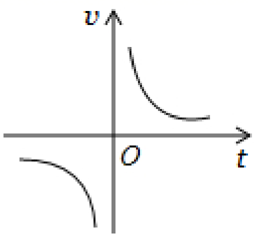
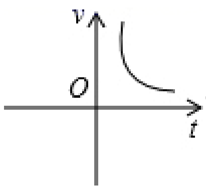
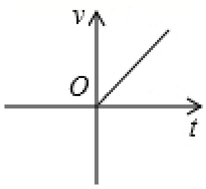
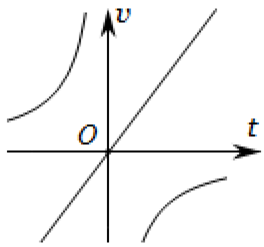
$\therefore$当$R=6$时，$I=\frac{24}{6}=4$，

即电流为4A，

故选：B.

【点睛】本题考查了反比例函数的图象和性质，求出反比例函数解析式是解题关键.

3．小明乘车从县城到怀化，行车的速度$v(\text{km/h})$和行车时间$t(\text{h})$之间函数图是（　　）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】

根据路程 s、速度 v、时间 t 之间的公式可知，当路程一定时，速度与时间成反比例关系，并且结合实际意义可知，时间 $t>0$，由此分析即可.

【详解】

$\because$小明乘车从县城到怀化的路程固定，设为 s，且 $s>0$，

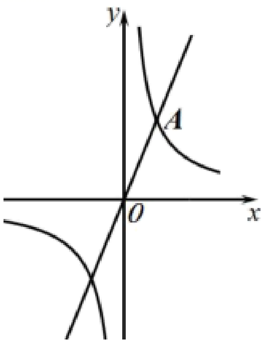
$\therefore v=\frac{s}{t}$， $t>0$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查反比例函数的实际引用，理解路程固定时，速度与时间成反比，并且结合实际意义分析是解题关键.

4．如图，点 $A(1,2)$ 是正比例函数 $y=kx$（k 为常数，且 $k\neq 0$）和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$（m 为常数，且 $m\neq 0$）图象的交点，则关于 x 的方程 $kx=\frac{m}{x}$ 的解是（　　）



A．1　　　　B．2　　　　C．1 或 2　　　　D．1 或 -1

【答案】D

【分析】

根据正比例函数和反比例函数图象的特征求出另一个交点的坐标即可得.

【详解】

解：$\because$ 正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 图象的一个交点为点 $A(1,2)$，

$\therefore$ 它们的另一个交点为 $(-1,-2)$，

又$\because$ 正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 图象的交点的横坐标即为关于 x 的方程 $kx=\frac{m}{x}$ 的解，

$\therefore$ 所求方程的解为 $x=1$ 或 $x=-1$，

故选：D.

【点睛】

本题考查了正比例函数和反比例函数的图象，熟练掌握正比例函数和反比例函数的图象特点是解题关键.

5．关于函数 $y=\frac{1}{x}$，下列判断正确的是（　　）

A．点 $\left(1,-1\right)$ 该函数的图像上

B．该函数的图像在第二、四象限

C．若点 $\left(-2,y_1\right)$ 和 $\left(1,y_2\right)$ 在该函数图像上，则 $y_2<y_1$

D．若点 $\left(a,b\right)$ 在该函数的图像上，则点 $\left(b,a\right)$ 也在该函数的图像上

【答案】D

【分析】

根据 k=1>0，则双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，反比例函数图象上的点横纵坐标之积=k 可得答案.

【详解】

点(1，-1)代入 $y=\frac{1}{x}$ 并不成立，因此不在图象上，故 A 选项错误；

∵k=1>0

∴图象过一、三象限，故 B 选项错误；

当 x=-2 时，$y_1=-\frac{1}{2}$，当 x=1 时，$y_2=1$，则 $y_1<y_2$，故 C 选项错误；

若点（a，b）在该函数的图像上，则点（b，a）也在该函数的图像上，故 D 选项正确；

故选：D.

【点睛】

此题主要考查了反比例函数的性质，关键是熟练掌握反比例函数的图像和性质.

6．防汛期间，下表记录了某水库 16h 内水位的变化情况，其中 *x* 表示时间（单位：h），*y* 表示水位高度（单位：m），当 *x*＝8h 时，达到警戒水位，开始开闸放水，此时，*y* 与 *x*

x/h	0	1	2	8	10	12	14	16
y/m	14	14.5	15	18	14.4	12	11	9

满足我们学过的某种函数关系．其中开闸放水有一组数据记录错误，它是（　　）

A．第 1 小时　　　B．第 10 小时　　　C．第 14 小时　　　D．第 16 小时

【答案】C

【分析】

先选择合适的数据、运用待定系数法确定 x 与 y 的函数关系式，然后再进行判断即可．

【详解】

解：由图表可得 $y=0.5x+14$（$0\le x\le 8$）

设 y 与 x 的函数表达式为 $y=\dfrac{k}{x}$（$8\le x\le 16$），由图表可得：$k=8\times18=10\times14.4=12\times12=144$

$\therefore y=\dfrac{144}{x}$（$8\le x\le 16$）

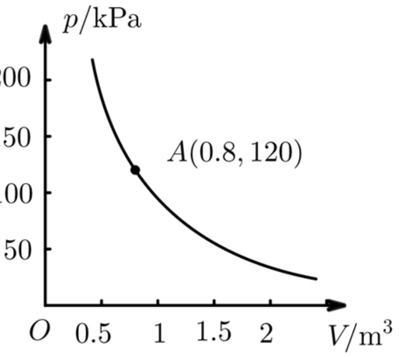
当 $x=14$ 时，$y=\dfrac{144}{14}=10\dfrac{2}{7}$，即第 14 小时这一组数据记录错误．

故选 C．

【点睛】

本题主要考查了运用待定系数法求反比例函数的解析式，求出反比例函数的解析式是解答本题的关键．

7．某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 P（kPa）是气体体积 V（m^3）的反比例函数，其图象如图所示，当气体体积为 $1m^3$ 时，气压为（　　）kPa．



A．150　　B．120　　C．96　　D．84

【答案】C

【分析】

设反比例函数的解析式为：$p=\dfrac{k}{v}(k\ne 0)$，先由点 $A(0.8,120)$ 代入求出 $p=\dfrac{96}{v}$，当气体体积为 $1m^3$，代入求得 $p=96$，即可得出答案．

【详解】

设反比例函数的解析式为：$p=\dfrac{k}{v}(k\ne 0)$

把点 $A(0.8,120)$ 代入得：$p=\dfrac{96}{v}$

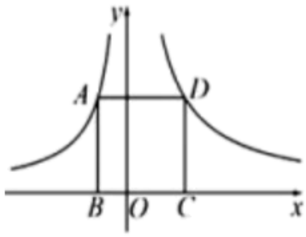
当 $v=1$ 时，则 $p=96$

故选：C

【点睛】

本题主要考查反比例函数的实际应用，要求学生熟练掌握反比例函数的表达式的求法，从图中找出相应的已知量并求解出反比例函数的解析式是解题的关键．

7．如图，点 A,D 分别在函数 $y=\frac{-3}{x}, y=\frac{6}{x}$ 的图像上，点 B,C 在 x 轴上．若四边形 $ABCD$ 为正方形，点 D 在第一象限，则 D 的坐标是_____________．



【答案】（2，3）

【分析】

根据正方形和反比例函数图像上点的坐标特征，设 D 点坐标为（m，$\frac{6}{m}$），则 A 点坐标为（$-\frac{m}{2}$，$\frac{6}{m}$），进而列出方程求解．

【详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴设 D 点坐标为（m，$\frac{6}{m}$），则 A 点坐标为（$-\frac{m}{2}$，$\frac{6}{m}$），

∴m-（$-\frac{m}{2}$）$=\frac{6}{m}$，解得：$m=\pm 2$（负值舍去），

经检验，$m=2$ 是方程的解，

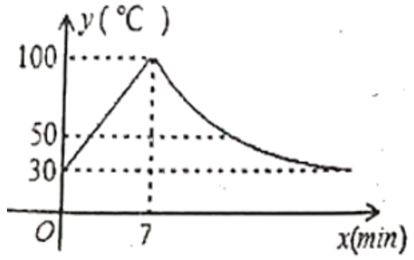
∴D 点坐标为（2，3），

故答案是：（2，3）．

【点睛】

本题主要考查反比例函数与平面几何的综合，掌握反比例函数图像上点的坐标特征，是解题的关键．

8．教室里的饮水机接通电源就进入自动程序，开机加热时每分钟上升10℃，加热到100℃停止加热，水温开始下降，此时水温 y（℃）与开机后用时 x（min）成反比例关系，直至水温降至30℃，饮水机关机，饮水机关机后即刻自动开机，重复上述自动程序．若在水温为30℃时接通电源，水温 y（℃）与时间 x（min）的关系如图所示：



（1）分别写出水温上升和下降阶段 y 与 x（$0 \le x \le \frac{70}{3}$）之间的函数表达式；

（2）嘉淇同学想喝高于50℃的水，请问她最多需要等待多长时间？

【答案】（1）$y=\begin{cases}10x+30\left(0\le x\le 7\right)\\ \frac{700}{x}\left(7\le x\le \frac{70}{3}\right)\end{cases}$；（2）$\frac{34}{3}\text{min}$

【分析】

（1）根据函数图象和题意可以求得 y 关于 x 的函数关系式，注意函数图象是循环出现的；

（1）根据（2）中的函数解析式，当 $y=50$ 时分别求出 x 的值，相减即可；

【详解】

解：（1）观察图象，可知：当 $x=7\left(\text{min}\right)$ 时，水温 $y=100$℃，

当 $0\le x\le 7$ 时，设 y 关于 x 的函数关系式为：$y=kx+b$，

$\begin{cases}b=30\\ 7k+b=100\end{cases}$，得 $\begin{cases}k=10\\ b=30\end{cases}$

即当 $0\le x\le 7$ 时，y 关于 x 的函数关系式为 $y=10x+30$；

当 $x>7$ 时，设 $y=\frac{a}{x}$，$100=\frac{a}{7}$，得 $a=700$，

即当 $x>7$ 时，y 关于 x 的函数关系式为 $y=\frac{700}{x}$，

当 $y=30$ 时，$x=\frac{70}{3}$，

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为：$y=\begin{cases}10x+30\left(0\le x\le 7\right),\\ \frac{700}{x}\left(7\le x\le \frac{70}{3}\right),\end{cases}$

y 关于 x 的函数关系式每 $\frac{70}{3}$ 分钟重复出现一次；

（2）将 $y=50$ 代入 $y=10x+30$，得 $x=2$，

将 $y=50$ 代入 $y=\frac{700}{x}$，得 $x=14$，