

新疆维吾尔自治区喀什二中 2023-2024 学年数学高三第一学期期末质量跟踪监视试题

注意事项

- 1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
- 2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
- 3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 -2 ，前 n 项和为 S_n ， a_1, a_2, a_3 为某三角形的三边长，且该三角形有一个内角为 120° ，

若 $S_n \leq S_m$ 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立，则实数 $m = (\quad)$ 。

- A. 6
- B. 5
- C. 4
- D. 3

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ，则 $\neg p$ 是 $(\quad)$

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$
- B. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 \leq 0$
- C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 > 0$
- D. $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 \leq 0$

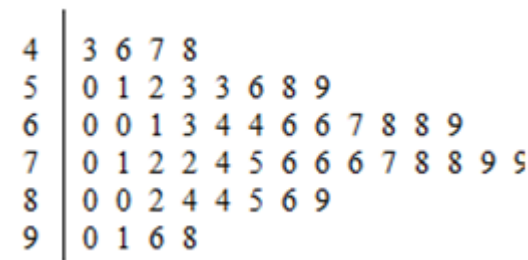
3. 已知甲盒子中有 m 个红球， n 个蓝球，乙盒子中有 $m-1$ 个红球， $n+1$ 个蓝球 ($m \geq 3, n \geq 3$)，同时从甲乙两个盒子中取出 $i (i=1,2)$ 个球进行交换，(a) 交换后，从甲盒子中取 1 个球是红球的概率记为 $p_i (i=1,2)$ 。(b) 交换后，乙盒子中含有红球的个数记为 $\xi_i (i=1,2)$ 。则 $(\quad)$

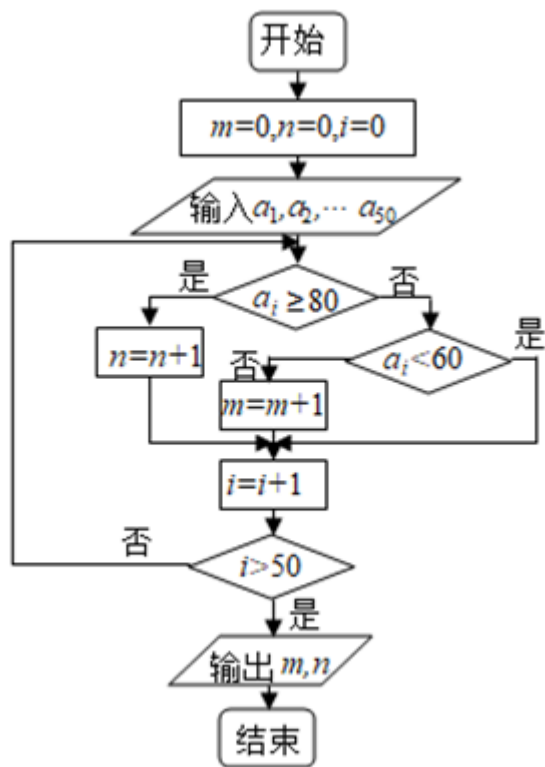
- A. $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$
- B. $p_1 < p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$
- C. $p_1 > p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$
- D. $p_1 < p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$

4. 已知 $\vec{a} = (1,3), \vec{b} = (2,2), \vec{c} = (n,-1)$ ，若 $(\vec{a}-\vec{c}) \perp \vec{b}$ ，则 n 等于 $(\quad)$

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

5. 如图所示的茎叶图为高三某班 50 名学生的化学考试成绩，算法框图中输入的 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{50}$ 为茎叶图中的学生成绩，则输出的 m, n 分别是 $(\quad)$





- A. $m = 38, n = 12$ B. $m = 26, n = 12$
 C. $m = 12, n = 12$ D. $m = 24, n = 10$

6. 已知 F_1, F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点， P 是它们的一个公共点，且 $\angle F_1 P F_2 = \frac{2\pi}{3}$ ，设椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1, e_2 ，则 e_1, e_2 的关系为（ ）

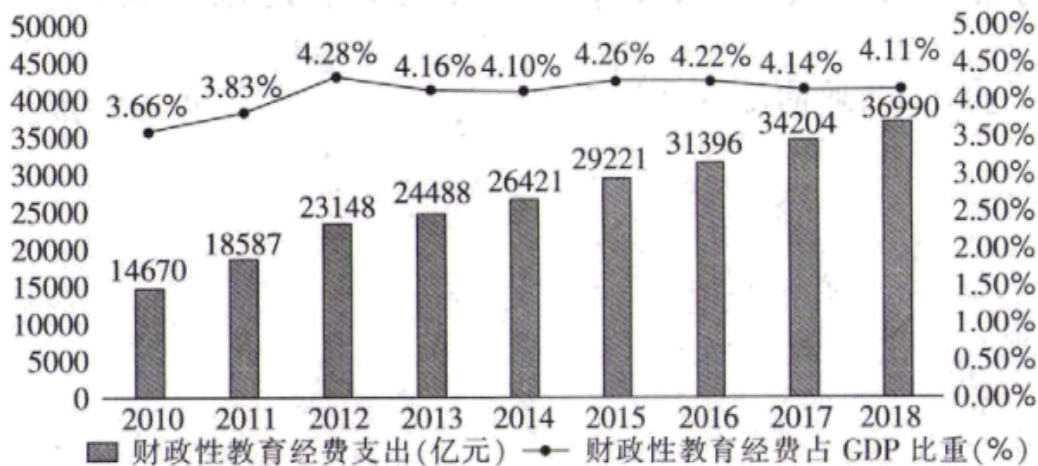
- A. $\frac{3}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 4$ B. $\frac{4}{3}e_1^2 + \frac{1}{3}e_2^2 = 4$
 C. $\frac{1}{e_1^2} + \frac{3}{e_2^2} = 4$ D. $e_1^2 + 3e_2^2 = 4$

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线与直线 $3x - y + 5 = 0$ 垂直，则双曲线 C 的离心率等于（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{2}$

8. 国务院发布《关于进一步调整优化结构、提高教育经费使用效益的意见》中提出，要优先落实教育投入。某研究机构统计了2010年至2018年国家财政性教育经费投入情况及其在GDP中的占比数据，并将其绘制成下表，由下表可知下列叙述错误的是（ ）

2010-2018 年国家财政性教育经费投入情况及其在 GDP 中的占比情况(单位:亿元,%)



- A. 随着文化教育重视程度的不断提高, 国在财政性教育经费的支出持续增长
- B. 2012 年以来, 国家财政性教育经费的支出占 GDP 比例持续 7 年保持在 4% 以上
- C. 从 2010 年至 2018 年, 中国 GDP 的总值最少增加 60 万亿
- D. 从 2010 年到 2018 年, 国家财政性教育经费的支出增长最多的年份是 2012 年

9. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$, ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒有 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$, 在

区间 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个 x_1 使 $f(x_1) = 3$, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{123}{4}$ B. $\frac{111}{4}$ C. $\frac{105}{4}$ D. $\frac{117}{4}$

10. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_2 = \frac{1}{9}$, $S_3 = \frac{7}{27}$, 则 $a_1 a_2 \cdots a_n$ 的最小值为 ()

- A. $\left(\frac{4}{27}\right)^2$ B. $\left(\frac{4}{27}\right)^3$ C. $\left(\frac{4}{27}\right)^4$ D. $\left(\frac{4}{27}\right)^5$

11. 设 O 为坐标原点, P 是以 F 为焦点的抛物线 $y^2 = 4x$ 上任意一点, M 是线段 PF 上的点, 且 $PM = MF$, 则直线 OM 的斜率的最大值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 -2, 前 n 项和为 S_n , 若 a_2, a_3, a_4 为某三角形的三边长, 且该三角形有一个内角为 120° , 则 S_n 的最大值为 ()

- A. 5 B. 11 C. 20 D. 25

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

14. 一个长、宽、高分别为 1、2、2 的长方体可以在一个圆柱形容器内任意转动, 则容器体积的最小值为_____.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 若以 $N(0, 2)$ 为圆心且与椭圆 C 有公共点的圆的最大半径为

$\sqrt{26}$, 此时椭圆 C 的方程是_____.

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - \left| \left(\frac{k+17}{4} \right)x + 2 \right|, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = k \left(x - \frac{4}{3} \right)$, 其中 $k > 0$. 若存在唯一的整数 x , 使得

$f(x) < g(x)$, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n \neq 0$, $a_1 = 1$ 且 $a_{n+1} - a_n + 3a_{n+1}a_n = 0$.

(1) 证明: 数列 $\left\{ \frac{1}{a_n} \right\}$ 是等差数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

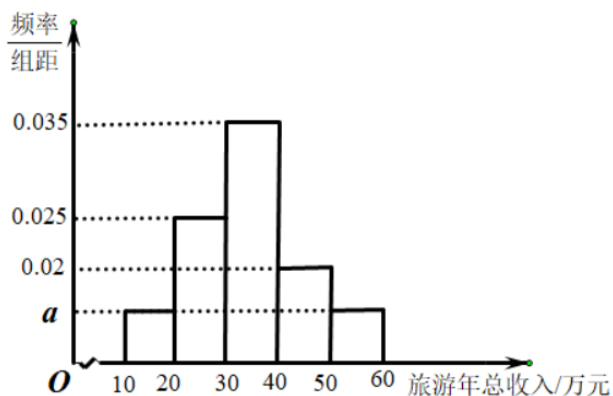
(2) 求数列 $\{a_n \cdot a_{n+1}\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho \cos^2 \theta - 4 \sin \theta = 0$, 直线 l_1 和直线 l_2 的极坐标方程分别是 $\theta = \alpha$ ($\rho \in \mathbf{R}$) 和 $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2}$ ($\rho \in \mathbf{R}$), 其中 $\alpha \neq k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$).

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l_1 和直线 l_2 分别与曲线 C 交于除极点 O 的另外点 A , B , 求 $\triangle OAB$ 的面积最小值.

19. (12 分) 2019 年 9 月 26 日, 携程网发布《2019 国庆假期旅游出行趋势预测报告》, 2018 年国庆假日期间, 西安共接待游客 1692.56 万人次, 今年国庆有望超过 2000 万人次, 成为西部省份中接待游客量最多的城市. 旅游公司规定: 若公司某位导游接待旅客, 旅游年总收入不低于 40 (单位: 万元), 则称该导游为优秀导游. 经验表明, 如果公司的优秀导游率越高, 则该公司的影响度越高. 已知甲、乙家旅游公司各有导游 40 名, 统计他们一年内旅游总收入, 分别得到甲公司的频率分布直方图和乙公司的频数分布表如下:



分组	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)
频数	2	b	20	10

(1) 求 a, b 的值, 并比较甲、乙两家旅游公司, 哪家的影响度高?

(2) 从甲、乙两家公司旅游总收入在 $[10, 20)$ (单位: 万元) 的导游中, 随机抽取 3 人进行业务培训, 设来自甲公司的人数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$, 其中 $x \in \mathbf{R}$, $\omega > 0$.

(1) 当 $\omega = 1$ 时, 求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 当 $f(x)$ 的最小正周期为 π 时, 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域.

21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), 直线 l 交曲线 C 于 A, B 两点, P 为 AB 中点.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程和点 P 的轨迹 C_2 的极坐标方程;

(2) 若 $|AB| \cdot |OP| = \sqrt{3}$, 求 α 的值.

22. (10 分) 唐诗是中国文学的瑰宝. 为了研究计算机上唐诗分类工作中检索关键字的选取, 某研究人员将唐诗分成 7 大类别, 并从《全唐诗》48900 多篇唐诗中随机抽取了 500 篇, 统计了每个类别及各类别包含“花”、“山”、“帘”字的篇数, 得到下表:

	爱情婚姻	咏史怀古	边塞战争	山水田园	交友送别	羁旅思乡	其他	总计
篇数	100	64	55	99	91	73	18	500
含“山”字的篇数	51	48	21	69	48	30	4	271
含“帘”字的篇数	21	2	0	0	7	3	5	38
含“花”字的篇数	60	6	14	17	32	28	3	160

（1）根据上表判断，若从《全唐诗》含“山”字的唐诗中随机抽取一篇，则它属于哪个类别的可能性最大，属于哪个类别的可能性最小，并分别估计该唐诗属于这两个类别的概率；

（2）已知检索关键字的选取规则为：

- ①若有超过 95%的把握判断“某字”与“某类别”有关系，则“某字”为“某类别”的关键字；
- ②若“某字”被选为“某类别”关键字，则由其对应列联表得到的 K^2 的观测值越大，排名就越靠前；

设“山”“帘”“花”和“爱情婚姻”对应的 K^2 观测值分别为 k_1 ， k_2 ， k_3 .已知 $k_1 \approx 0.516$ ， $k_2 \approx 31.962$ ，请完成下面列联表，并从上述三个字中选出“爱情婚姻”类别的关键字并排名.

	属于“爱情婚姻”类	不属于“爱情婚姻”类	总计
含“花”字的篇数			
不含“花”的篇数			
总计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.025	0.010
k	3.841	5.024	6.635

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

若 $S_n \leq S_m$ 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立，则 S_m 为 S_n 的最大值，所以由已知，只需求出 S_n 取得最大值时的 n 即可。

【详解】

由已知， $a_1 > a_2 > a_3 > 0$ ，又三角形有一个内角为 120° ，所以 $a_1^2 = a_2^2 + a_3^2 + a_2 a_3$ ，

$a_1^2 = (a_1 - 2)^2 + (a_1 - 4)^2 + (a_1 - 2)(a_1 - 4)$ ，解得 $a_1 = 7$ 或 $a_1 = 2$ （舍），

故 $S_n = 7n + \frac{n(n-1)}{2} \times (-2) = -n^2 + 8n$ ，当 $n = 4$ 时， S_n 取得最大值，所以 $m = 4$ 。

故选：C.

【点睛】

本题考查等差数列前 n 项和的最值问题，考查学生的计算能力，是一道基础题。

2、B

【解析】

根据全称命题的否定为特称命题，得到结果。

【详解】

根据全称命题的否定为特称命题，可得 $\neg p: \exists x_0 \in R, x_0^2 \leq 0$

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查含量词的命题的否定，属于基础题。

3、A

【解析】

分析：首先需要去分析交换后甲盒中的红球的个数，对应的事件有哪些结果，从而得到对应的概率的大小，再者就是对随机变量的值要分清，对应的概率要算对，利用公式求得期望。

详解：根据题意有，如果交换一个球，

有交换的都是红球、交换的都是蓝球、甲盒的红球换的乙盒的蓝球、甲盒的蓝球交换的乙盒的红球，

红球的个数就会出现 $m, m-1, m+1$ 三种情况;

如果交换的是两个球, 有红球换红球、蓝球换蓝球、一蓝一红换一蓝一红、红换蓝、蓝换红、一蓝一红换两红、一蓝一红换亮蓝,

对应的红球的个数就是 $m-2, m-1, m, m+1, m+2$ 五种情况, 所以分析可以求得 $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$, 故选 A.

点睛: 该题考查的是有关随机事件的概率以及对应的期望的问题, 在解题的过程中, 需要对其对应的事件弄明白, 对应的概率会算, 以及变量的可取值会分析是多少, 利用期望公式求得结果.

4、C

【解析】

先求出 $\vec{a} - \vec{c} = (1-n, 4)$, 再由 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$, 利用向量数量积等于 0, 从而求得 n .

【详解】

由题可知 $\vec{a} - \vec{c} = (1-n, 4)$,

因为 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$, 所以有 $(1-n) \times 2 + 2 \times 4 = 0$, 得 $n = 5$,

故选: C.

【点睛】

该题考查的是有关向量的问题, 涉及到的知识点有向量的减法坐标运算公式, 向量垂直的坐标表示, 属于基础题目.

5、B

【解析】

试题分析: 由程序框图可知, 框图统计的是成绩不小于 80 和成绩不小于 60 且小于 80 的人数, 由茎叶图可知, 成绩不小于 80 的有 12 个, 成绩不小于 60 且小于 80 的有 26 个, 故 $m = 26$, $n = 12$.

考点: 程序框图、茎叶图.

6、A

【解析】

设椭圆的半长轴长为 a_1 , 双曲线的半长轴长为 a_2 , 根据椭圆和双曲线的定义得:
$$\begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a_1 \\ |PF_1| - |PF_2| = 2a_2 \end{cases}, \text{解得}$$

$$\begin{cases} |PF_1| = a_1 + a_2 \\ |PF_2| = a_1 - a_2 \end{cases}, \text{然后在 } \triangle F_1PF_2 \text{ 中, 由余弦定理得:}$$

$$4c^2 = (a_1 + a_2)^2 + (a_1 - a_2)^2 - 2(a_1 + a_2) \cdot (a_1 - a_2) \cdot \cos \frac{2\pi}{3}, \text{化简求解.}$$

【详解】

设椭圆的长半轴长为 a_1 ，双曲线的长半轴长为 a_2 ，

由椭圆和双曲线的定义得：
$$\begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a_1 \\ |PF_1| - |PF_2| = 2a_2 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} |PF_1| = a_1 + a_2 \\ |PF_2| = a_1 - a_2 \end{cases}$ ，设 $|F_1F_2| = 2c$, $\angle F_1PF_2 = \frac{2\pi}{3}$ ，

在 $\triangle F_1PF_2$ 中，由余弦定理得： $4c^2 = (a_1 + a_2)^2 + (a_1 - a_2)^2 - 2(a_1 + a_2) \cdot (a_1 - a_2) \cdot \cos \frac{2\pi}{3}$ ，

化简得 $3a_1^2 + a_2^2 = 4c^2$ ，

即 $\frac{3}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 4$ 。

故选：A

【点睛】

本题主要考查椭圆，双曲线的定义和性质以及余弦定理的应用，还考查了运算求解的能力，属于中档题。

7、B

【解析】

由于直线的斜率 $k=3$ ，所以一条渐近线的斜率为 $k' = -\frac{1}{3}$ ，即 $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$ ，所以 $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$ ，选 B。

8、C

【解析】

观察图表，判断四个选项是否正确。

【详解】

由表易知 A、B、D 项均正确，2010 年中国 GDP 为 $\frac{1.4670}{3.55\%} \approx 41$ 万亿元，2018 年中国 GDP 为 $\frac{3.6990}{4.11\%} = 90$ 万亿

元，则从 2010 年至 2018 年，中国 GDP 的总值大约增加 49 万亿，故 C 项错误。

【点睛】

本题考查统计图表，正确认识图表是解题基础。

9、C

【解析】

根据 $f(x)$ 的零点和最值点列方程组，求得 ω, φ 的表达式（用 k 表示），根据 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/927112131010006056>