2018年温州瓯海中学提前招生模拟考试

数学试题

（满分 120 分，考试时间：100 分钟）

第Ⅰ卷（选择题）

评卷人　　得　分

一、选择题（共 **10** 小题，满分 **40** 分，每小题 **4** 分）

1．对于两个数，M=2018×20 192 019，N=2019×20182 018．则（　　）

A．M=N　B．M＞N　C．M＜N　D．无法确定

2.（2017•芜湖一中自主招生）已知$a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$，$b=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$，则$\sqrt{a^2+b^2+7}$的值为（　　）

A．3　B．4　C．5　D．6

3．（2015•黄冈中学自主招生）已知实数 x、y、z 满足 $x^2+y^2+z^2=4$，则 $(2x-y)^2+(2y-z)^2+(2z-x)^2$ 的最大值是（　　）

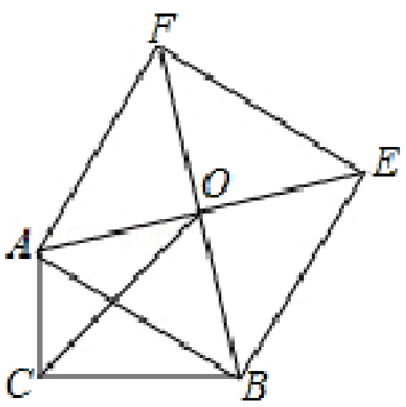
A．12　B．20　C．28　D．36

4．（2017•延平区校级自主招生）设方程 $(k+1)x^2+2x+1=0$ 的两根为 x_1、x_2，若 $\frac{1}{x_1\cdot x_2}+2\geqslant\frac{2}{x_1+x_2}$，则满足条件的整数 k 的值有（　　）

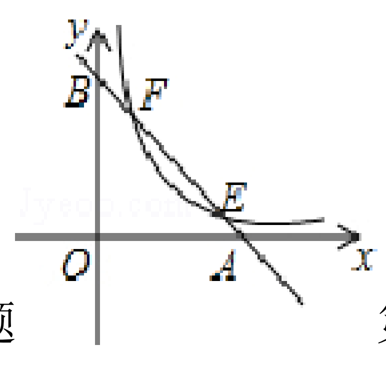
A．无数个 B．－2，－1，0　C．－1，0 D．－2，0

5．（2017•余姚中学自主招生）如图，在 Rt△ ABC 中，∠C=90°，AC=3，以 AB 为一边向三角形外作正方形 ABEF，正方形的中心为 O，且 OC=$4\sqrt{2}$，那么 BC 的长等于（　　）

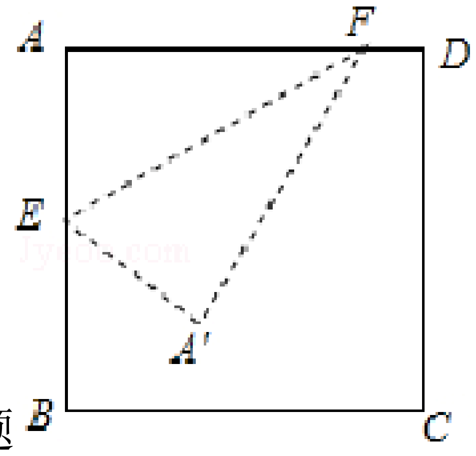
A．$3\sqrt{2}$　B．5　C．$2\sqrt{5}$　D．$\frac{9}{2}$



第 5 题



第 7 题



第 9 题

6．（2017•江阴中学自主招生）对于方程 $x^2-2|x|+2=m$，如果方程实根的个数为 3

个，则 m 的值等于（　　）

A．1　B．$\sqrt{3}$ C．2　D．2.5

7．如图，已知直线 y=﹣x+3 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，与双曲线 $y=\frac{k}{x}$交于 E，F 两点．若 AB=3EF，则 k 的值是（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{2}$ B．2　C．$\frac{5}{4}$　D．$\frac{3}{4}$

8．（2017•奉化中学自主招生）在△ABC 中，AB=AC=a，BC=b，∠A=36°，记 $m=\frac{a+b}{a-b}$，$n=\frac{(a+b)^2}{ab}$，$p=\frac{a^3}{b^3}$，则 m、n、p 的大小关系为（　　）

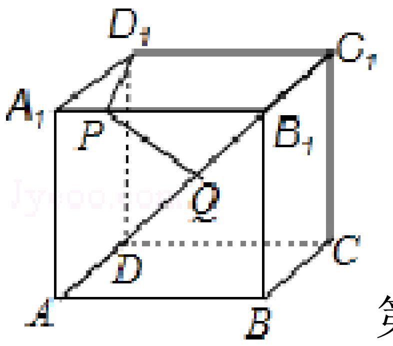
A．m＞n＞p　B．p＞m＞n　C．n＞p＞m　D．m=n=p

9．（2014•成都七中自主招生）如图，在边长为 1 的正方形 ABCD 中，E、F 分别为线段 AB、AD、上的动点，若以 EF 为折线翻折，A 点落在正方形 ABCD 所在的 A′点的位置，那么 A'所有可能位置形成的区域面积为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．$\frac{\pi}{4}$ C．$\sqrt{2}$﹣1　D．$\frac{\pi}{2}$﹣1

10．（2015•慈溪中学自主招生）如图，已知长方体 ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$，AB=2，AD=1，AA_1=2，P 是棱 A_1B_1 上任意一点，Q 是侧面对角线 AB_1 上一点，则 PD_1+PQ 的最小值是（　　）

A．3　B．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　C．$\sqrt{5}$ D．1+$\sqrt{2}$



第 10 题

第II卷（非选择题）

请点击修改第II卷的文字说明

评卷人	得　分

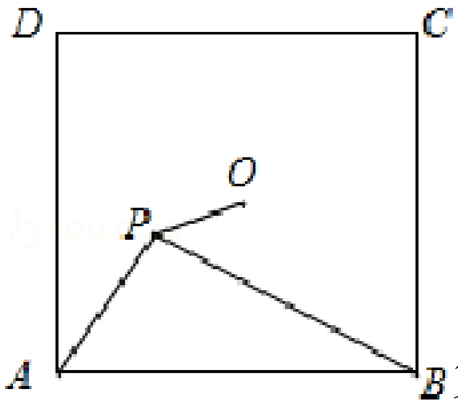
二、填空题（共 **5** 小题，满分 **25** 分，每小题 **5** 分）

11．多项式 $6x^3-11x^2+x+4$ 可分解为_______．

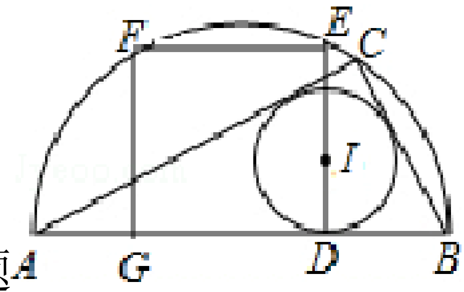
12．设$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$的整数部分为 x，小数部分为 y，则 $x^2+\frac{1}{2}xy+y^2$的值为_______．

13．（2018•枣庄八中自主招生）已知有理数 x 满足：$\frac{3x-1}{2}-\frac{7}{3}\geqslant x-\frac{5+2x}{3}$，若|3﹣x|﹣|x+2|的最小值为 a，最大值为 b，则 ab=_______．

14．正方形 ABCD 的中心为 O，面积为 1989cm^2．P 为正方形内一点，且∠OPB=45°，PA：PB=5：14．则 PB=_______．



第 14 题



第 15 题

15．（2017•奉化中学自主招生）如图，AB 为半圆的直径，C 是半圆弧上任一点，正方形 DEFG 的一边 DG 在直线 AB 上，另一边 DE 过△ABC 的内切圆圆心 I，且点 E 在半圆弧上，已知 DE=9，则△ABC 的面积为_______．

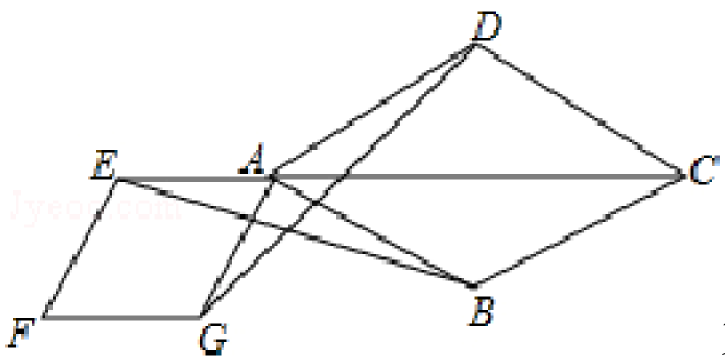
评卷人	得　分

三、解答题（共 **5** 小题，满分 **55** 分）

16．（8 分）（2016•杭州中国美院附中自主招生）如图，点 E 是菱形 ABCD 对角线 CA 的延长线上任意一点，以线段 AE 为边作一个菱形 AEFG，且∠EAG=∠BAD，连接 EC，GD．

（1）求证：EB=GD；

（2）若∠DAB=60°，AB=2，AG=$\sqrt{3}$，求 GD 的长．



第 16 题

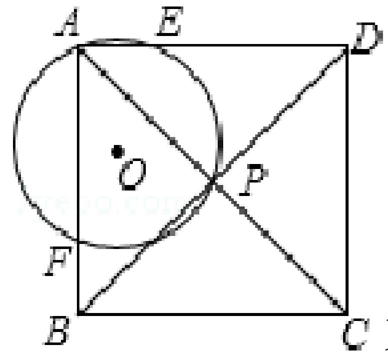
17．（10 分）（2017•芜湖一中自主招生）方程 $x^2-kx+k-2=0$ 有两个实数根 x_1，

x_2，且 $0<x_1<1$，$2<x_2<3$，求 k 的取值范围.

18.（10 分）（2016•黄冈中学自主招生）如图，四边形 ABCD 为正方形，⊙O 过正方形的顶点 A 和对角线的交点 P，分别交 AB、AD 于点 F、E.

（1）求证：DE=AF；

（2）若⊙O 的半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，AB=$\sqrt{2}$+1，求$\frac{AE}{ED}$的值.



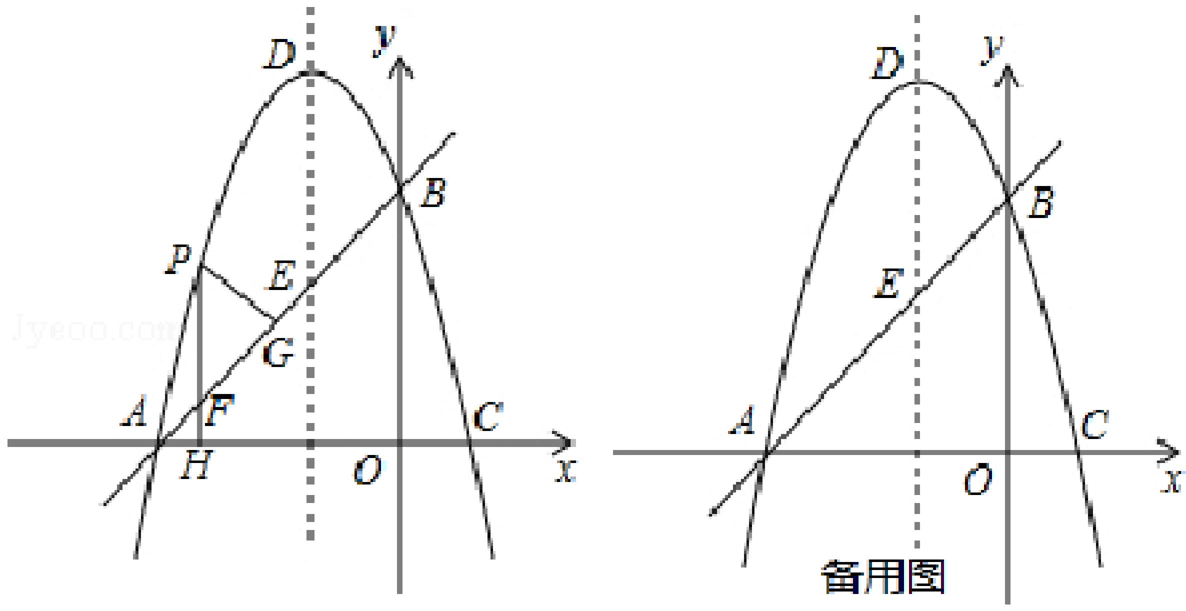
第 18 题

19．（12 分）（2016•邯郸一中自主招生）如图，在平面直角坐标系 xoy 中，直线 $y=x+3$ 交 x 轴于 A 点，交 y 轴于 B 点，过 A、B 两点的抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于另一点 C，点 D 是抛物线的顶点．

（1）求此抛物线的解析式；

（2）点 P 是直线 AB 上方的抛物线上一点，（不与点 A、B 重合），过点 P 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 H，交直线 AB 于点 F，作 PG⊥AB 于点 G．求出△PFG 的周长最大值；

（3）在抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 上是否存在除点 D 以外的点 M，使得△ABM 与△ABD 的面积相等？若存在，请求出此时点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．



第 19 题

20．（15 分）（2017•奉化中学自主招生）如图，在直角坐标系中，⊙M 外接于矩

形 OABC，AB=12，BC=16，点 A 在 x 轴上，点 C 在 y 轴上．

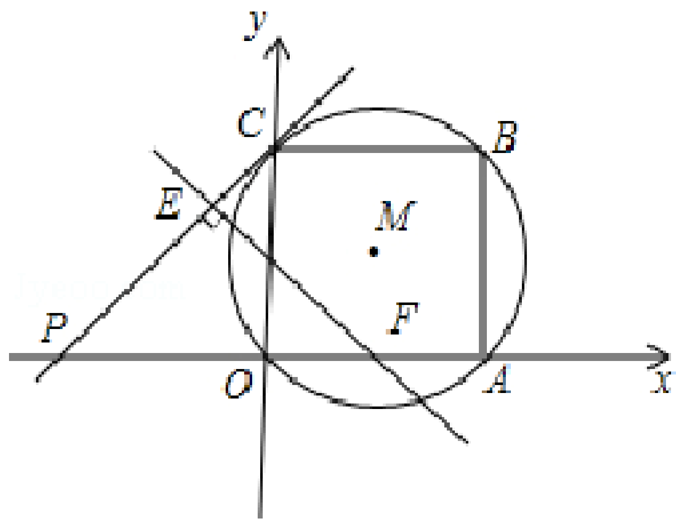
（1）写出点 A、B、C 及 M 的坐标；

（2）过点 C 作⊙M 的切线交 x 轴于点 P，求直线 PC 的解析式；

（3）如果 E 为线段 PC 上一动点（运动时不与 P、C 重合），过点 E 作直线 EF 交 PA 于点 F.

①直线 EF 将四边形 PABC 的周长平分，设 E 点的纵坐标为 t，△PEF 的面积为 S，求 S 关于 t 的函数关系式，并求自变量 t 的取值范围；

②是否存在直线 EF 将四边形 PABC 的周长和面积同时平分？若能，请求出直线 EF 的解析式；若不能，请说明理由．



第 20 题

2018年温州瓯海中学提前招生模拟考试

数学试题参考答案与试题解析

一、选择题（共**10**小题，满分**40**分，每小题**4**分）

1．对于两个数，M=2018×20 192 019，N=2019×20 182 018．则（　　）

A．M=N　 B．M＞N　C．M＜N　D．无法确定

【解析】M=2018×（20 190 000+2019）=2018×20 190 000+2018×2019

=2018×2019×10000+2018×2019

=2019×20180 000+2018×2019，

N=2019×（20 180 000+2018）

=2019×20180 000+2019×2018，所以M=N．

故选：A．

2．已知$a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$，$b=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$，则$\sqrt{a^2+b^2+7}$的值为（　　）

A．3　 B．4　 C．5　 D．6

【解析】∵$a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{1\times(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$，$b=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5}-2$，

∴$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4^2+2\times(5-4)=18$，

∴$\sqrt{a^2+b^2+7}=\sqrt{18+7}=5$，

故选：C．

3．已知实数 x、y、z 满足 $x^2+y^2+z^2=4$，则$(2x-y)^2+(2y-z)^2+(2z-x)^2$的最大值是（　　）

A．12　B．20　C．28　D．36

【解析】∵实数x、y、z满足$x^2+y^2+z^2=4$，

∴$(2x-y)^2+(2y-z)^2+(2z-x)^2=5(x^2+y^2+z^2)-4(xy+yz+xz)=20-2[(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)]=28-2(x+y+z)^2\leq 28$

∴当x+y+z=0时$(2x-y)^2+(2y-z)^2+(2z-x)^2$的最大值是28．

故选：C．

4．设方程（k+1）$x^2+2x+1=0$ 的两根为 x_1、x_2，若$\frac{1}{x_1 \cdot x_2}+2 \geqslant \frac{2}{x_1+x_2}$，则满足条件的整数 k 的值有（　　）

A．无数个 B．－2，－1，0　C．－1，0 D．－2，0

【解析】∵方程（k+1）$x^2+2x+1=0$ 有实数根，

∴$\begin{cases} k+1 \neq 0 \\ \triangle=2^2-4(k+1) \geqslant 0 \end{cases}$，

解得：$k \leq 0$ 且 $k \neq -1$．

∵方程（k+1）$x^2+2x+1=0$ 的两根为 x_1、x_2，

∴$x_1+x_2=-\frac{2}{k+1}$，$x_1x_2=\frac{1}{k+1}$．

∵$\frac{1}{x_1 \cdot x_2}+2 \geqslant \frac{2}{x_1+x_2}$，即 $k+1+2 \geq -k-1$，

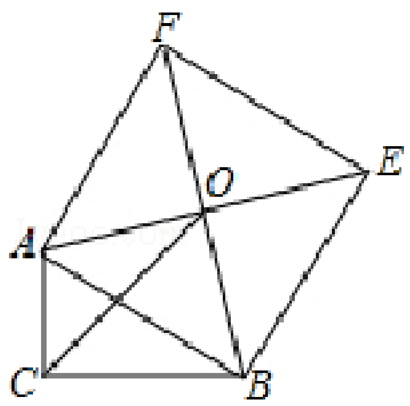
解得：$k \geq -2$，

∴ $-2 \leq k \leq 0$ 且 $k \neq -1$，

∴满足条件的整数 k 为－2 或 0．

故选：D．

5．如图，在 Rt△ ABC 中，∠C=90°，AC=3，以 AB 为一边向三角形外作正方形 ABEF，正方形的中心为 O，且 $OC=4\sqrt{2}$，那么 BC 的长等于（　　）



A．$3\sqrt{2}$B．5　C．$2\sqrt{5}$D．$\frac{9}{2}$

【解析】如图，作 EQ⊥x 轴，以 C 为坐标原点建立直角坐标系，CB 为 x 轴，CA 为 y 轴，则 A（0，3）．

设 B（x，0），由于 O 点为以 AB 一边向三角形外作正方形 ABEF 的中心，

∴AB=BE，∠ABE=90°，

∵∠ACB=90°，

∴∠BAC+∠ABC=90°，∠ABC+∠EBQ=90°，

∴$\angle BAC=\angle EBQ$，

在△ABC和△BEQ中，

$$\begin{cases}\angle ACB=\angle BQE=90^\circ\\ \angle BAC=\angle EBQ\\ AB=EB\end{cases}$$

∴△ACB≌△BQE（AAS），

∴AC=BQ=3，BC=EQ，

设BC=EQ=x，

∴O为AE中点，

∴OM为梯形ACQE的中位线，

∴$OM=\frac{3+x}{2}$，

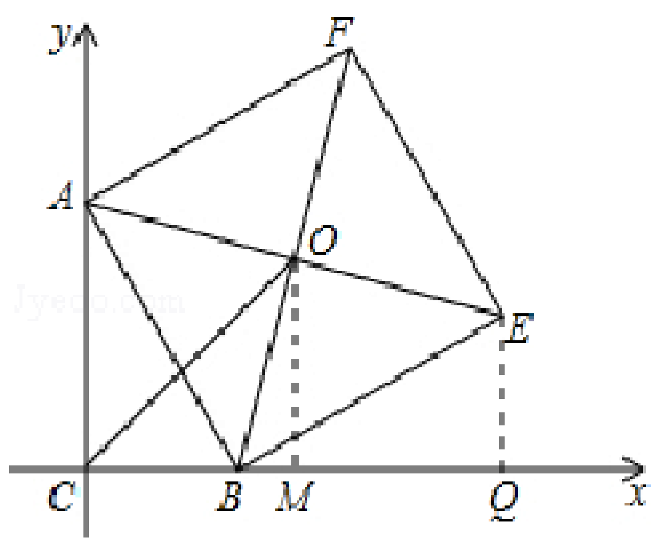
又∵$CM=\frac{1}{2}CQ=\frac{3+x}{2}$，

∴O点坐标为（$\frac{3+x}{2}$，$\frac{3+x}{2}$），

根据题意得：$OC=4\sqrt{2}=\sqrt{(\frac{x+3}{2})^2+(\frac{x+3}{2})^2}$，

解得x=4，则BC=5．

故选：B．



6．对于方程$x^2-2|x|+2=m$，如果方程实根的个数为3个，则m的值等于（　　）

A．1　B．$\sqrt{3}$　C．2　D．2.5

【解析】原方程可化为$x^2-2|x|+2-m=0$，解得$|x|=1\pm\sqrt{m-1}$，

∵若$1-\sqrt{m-1}>0$，则方程有四个实数根，

∴方程必有一个根等于0，

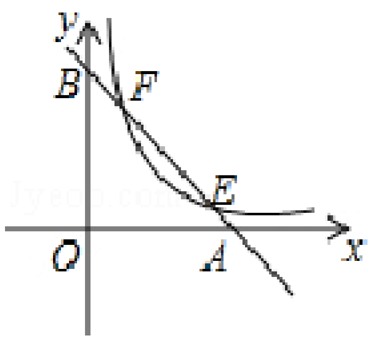
∵$1+\sqrt{m-1}>0$，

∴$1-\sqrt{m-1}=0$，

解得 m=2．

故选：C．

7．如图，已知直线 $y=-x+3$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于 E，F 两点．若 AB=3EF，则 k 的值是（　　）



A．$\frac{\sqrt{6}}{2}$ B．2　C．$\frac{5}{4}$　D．$\frac{3}{4}$

【解析】作 FH⊥x 轴，EC⊥y 轴，FH 与 EC 交于 D，如图，

∵直线 $y=-x+3$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，

∴A 点坐标为（3，0），B 点坐标为（0，3），OA=OB，

∴△AOB 为等腰直角三角形，

∴$AB=\sqrt{2}OA=3\sqrt{2}$，

∴$EF=\frac{1}{3}AB=\sqrt{2}$，

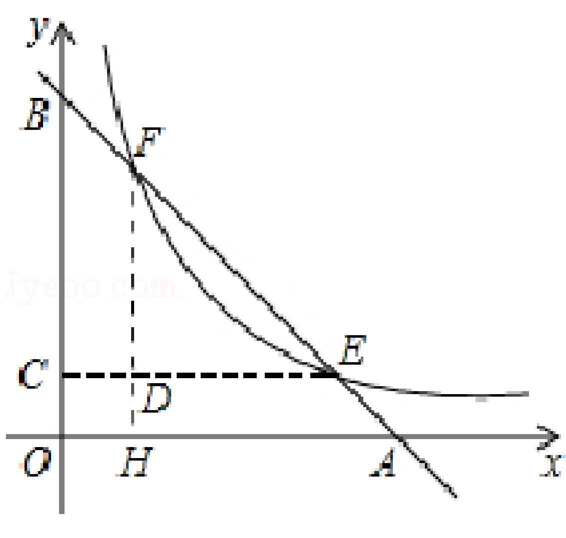
∴△DEF 为等腰直角三角形，∴$FD=DE=\frac{\sqrt{2}}{2}EF=1$，

设 F 点横坐标为 t，代入 $y=-x+3$，则纵坐标是 $-t+3$，则 F 的坐标是：（t，$-t+3$），E 点坐标为（t+1，$-t+2$），

∴$t(-t+3)=(t+1)\cdot(-t+2)$，解得 t=1，

∴E 点坐标为（2，1），

∴$k=2\times1=2$．



8．在△ABC中，AB=AC=a，BC=b，∠A=36°，记$m=\frac{a+b}{a-b}$，$n=\frac{(a+b)^2}{ab}$，$p=\frac{a^3}{b^3}$，则m、n、p的大小关系为（　　）

A．m＞n＞p　B．p＞m＞n　C．n＞p＞m　D．m=n=p

【解析】作底角B的角平分线交AC于D，

易推得△BCD∽△ABC，

所以$\frac{a}{b}=\frac{b}{CD}$，即$CD=\frac{b^2}{a}$，$AD=a-\frac{b^2}{a}=b$（△ABD是等腰三角形）

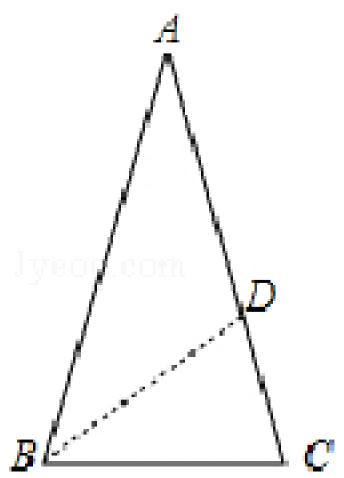
因此得$a^2-b^2=ab$，

$\therefore n=\frac{(a+b)^2}{ab}=\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}=\frac{a+b}{a-b}=m$，

$p=\frac{a^3}{b^3}=\frac{(b^2+ab)\cdot a}{(a^2-ab)\cdot b}=\frac{a+b}{a-b}=m$，

∴m=n=p．

故选：D．



9．如图，在边长为1的正方形ABCD中，E、F分别为线段AB、AD、上的动点，若以EF为折线翻折，A点落在正方形ABCD所在的A′点的位置，那么A′所有可能位置形成的区域面积为（　　）