

专题 17 整体思想与求值（押题预测：与代数式、方程）

类型一、整体思想与代数式求值问题

1. 若 $m - x = 3$, $n + y = 7$, 则 $(m - n) - (x + y) = (\quad)$

- A. -10 B. -4 C. 4 D. 10

【分析】将 $(m - n) - (x + y)$ 去括号化简整理, 即可运用整体代入法求解.

【解答】解: 当 $m - x = 3$, $n + y = 7$ 时,

$$(m - n) - (x + y) = m - n - x - y = (m - x) - (n + y) = 3 - 7 = -4.$$

故选: B.

【点评】本题主要考查了整式的加减, 几个整式相加减, 通常用括号把每一个整式括起来, 再用加减号连接; 然后去括号、合并同类项.

2. 已知 m, n 满足 $3m - 4n + 1 = 0$, 则代数式 $9m - 12n - 4$ 的值为 ()

- A. 0 B. -1 C. -7 D. -10

【分析】将代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解: $\because 3m - 4n + 1 = 0$,

$$\therefore 3m - 4n = -1.$$

$$\therefore \text{原式} = 3(3m - 4n) - 4$$

$$= 3 \times (-1) - 4$$

$$= -3 - 4$$

$$= -7.$$

故选: C.

【点评】本题主要考查了求代数式的值, 将代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答是解题的关键.

3. 若 $4a - 6b = -10$, 则代数式 $5 + 2a - 3b$ 的值为 ()

- A. 0 B. -5 C. 10 D. 无法确定

【分析】根据已知可得 $2a - 3b = -5$, 然后代入式子中进行计算即可解答.

【解答】解: $\because 4a - 6b = -10$,

$$\therefore 2a - 3b = -5,$$

$$\therefore 5 + 2a - 3b = 5 + (-5) = 0,$$

故选：A.

【点评】本题考查了代数式求值，熟练掌握求代数式值中的整体思想是解题的关键.

4. 已知代数式 $a^2 - 2b + 6$ 的值为 10，则代数式 $\frac{3}{2}b - \frac{3}{4}a^2 + 5$ 的值为 ()

- A. 11 B. 8 C. 2 D. -1

【分析】将代数式适当变形后，利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解：∵代数式 $a^2 - 2b + 6$ 的值为 10，

$$\therefore a^2 - 2b + 6 = 10,$$

$$\therefore a^2 - 2b = 4,$$

$$\therefore \text{原式} = -\frac{3}{4}(a^2 - 2b) + 5$$

$$= -\frac{3}{4} \times 4 + 5$$

$$= -3 + 5$$

$$= 2.$$

故选：C.

【点评】本题主要考查了求代数式的值，将代数式适当变形后，利用整体代入的方法解答是解题的关键.

5. 当 $x=1$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1$ 的值为 2022，则当 $x=-1$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1$ 的值为 ()

- A. -2019 B. -2020 C. -2021 D. -2022

【分析】将 $x=1$ 代入代数式中，通过化简得到关于 p, q 的关系式，再将 $x=-1$ 代入后，利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解：∵当 $x=1$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1$ 的值为 2022，

$$\therefore p + q + 1 = 2022,$$

$$\therefore p + q = 2021.$$

$$\therefore \text{当 } x = -1 \text{ 时,}$$

$$\text{代数式 } px^3 + qx + 1$$

$$= -p - q + 1$$

$$= -(p + q) + 1$$

$$= -2021+1$$

$$= -2020.$$

故选：B.

【点评】本题主要考查了求代数式的值，利用整体代入的方法解答是解题的关键.

6. 如果 $a - 3b = 4$ ，那么 $2a - 6b - 1$ 的值是 ()

A. -7

B. 5

C. 7

D. -5

【分析】将代数式适当变形后，利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解：∵ $a - 3b = 4$,

$$\therefore \text{原式} = 2(a - 3b) - 1$$

$$= 2 \times 4 - 1$$

$$= 8 - 1$$

$$= 7,$$

故选：C.

【点评】本题主要考查了求代数式的值，将代数式适当变形后，利用整体代入的方法解答是解题的关键.

7. 若 $2x^2 + 3x - 5 = 0$ ，则代数式 $-4x^2 - 6x + 9$ 的值是 ()

A. 4

B. 5

C. -1

D. 14

【分析】由题意可知 $2x^2 + 3x$ 的值，观察 $2x^2 + 3x$ 与 $-4x^2 - 6x + 9$ ，得到 $-4x^2 - 6x + 9 = -2(2x^2 + 3x) + 9$ ，将 $2x^2 + 3x$ 整体的值代入求解即可.

【解答】解：∵ $2x^2 + 3x - 5 = 0$,

$$\therefore 2x^2 + 3x = 5,$$

$$\therefore -4x^2 - 6x + 9 = -2(2x^2 + 3x) + 9 = -2 \times 5 + 9 = -1.$$

故选：C.

【点评】此题考查了代数式求值的知识，解答本题的关键是求出 $2x^2 + 3x$ 的值，然后整体代入，整体思想是数学解题经常用到的，同学们要注意掌握.

8. 若 $\frac{a^2 - a}{a} = 1$ ，则 $a^2 - 2a + 2020$ 的值为 ()

A. 2018

B. 2019

C. 2020

D. 2021

【分析】根据已知可得 $a^2 - a = a$ ，从而可得 $a^2 - 2a = 0$ ，然后代入式子中，进行计算即可解答.

【解答】解：∵ $\frac{a^2-a}{a} = 1$,

$$\therefore a^2 - a = a,$$

$$\therefore a^2 - 2a = 0,$$

$$\therefore a^2 - 2a + 2020 = 0 + 2020 = 2020,$$

故选：C.

【点评】本题考查了分式的值，代数式求值，熟练掌握求代数式值中的整体思想是解题的关键.

9. 已知 α, β 是方程 $x^2 + 2017x + 1 = 0$ 的两个根，则 $(1 + 2020\alpha + \alpha^2)(1 + 2020\beta + \beta^2)$ 的值为 ()

A. 9

B. 10

C. 12

D. 15

【分析】先利用一元二次方程的解的定义得到 $\alpha^2 + 1 = -2017\alpha$, $\beta^2 + 1 = -2017\beta$, 则 $(1 + 2020\alpha + \alpha^2)(1 + 2020\beta + \beta^2)$ 可化为 $9\alpha\beta$, 接着利用根与系数的关系得到 $\alpha\beta = 1$, 然后利用整体代入的方法计算.

【解答】解：∵ α, β 是方程 $x^2 + 2017x + 1 = 0$ 的两个根，

$$\therefore \alpha^2 + 2017\alpha + 1 = 0, \beta^2 + 2017\beta + 1 = 0,$$

$$\text{即 } \alpha^2 + 1 = -2017\alpha, \beta^2 + 1 = -2017\beta,$$

$$\therefore (1 + 2020\alpha + \alpha^2)(1 + 2020\beta + \beta^2)$$

$$= (2020\alpha - 2017\alpha)(2020\beta - 2017\beta)$$

$$= 3\alpha \cdot 3\beta$$

$$= 9\alpha\beta,$$

∵ α, β 是方程 $x^2 + 2017x + 1 = 0$ 的两个根，

$$\therefore \alpha\beta = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = 9 \times 1 = 9.$$

故选：A.

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1 + x_2$

$$= -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}. \text{ 也考查了一元二次方程的解.}$$

10. 若 $m + \frac{1}{m} = 3$, 则 $\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 1$ 的值是 ()

A. 2

B. 0

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

【分析】先由题意求得 $m^2=3m-1$ ，再将其整体代入进行求解.

【解答】解：∵ $m + \frac{1}{m} = \frac{m^2+1}{m} = 3$,

$$\therefore m^2 = 3m - 1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 1$$

$$= \frac{1}{2}(3m - 1) - \frac{3}{2}m + 1$$

$$= \frac{3}{2}m - \frac{1}{2} - \frac{3}{2}m + 1$$

$$= \frac{1}{2},$$

故选：D.

【点评】此题考查了运用整体思想进行分式化简求值的能力，关键是能准确理解并运用以上知识和方法.

11. 已知 $-2m+3n^2+7=0$ ，则代数式 $-12n^2+8m+4$ 的值等于 32.

【分析】根据题意可得 $-2m+3n^2=-7$ ，将 $-12n^2+8m+4$ 提取公因式 -4 得 $-4(-2m+3n^2)+4$ ，再整体代入即可解答.

【解答】解：∵ $-2m+3n^2+7=0$,

$$\therefore -2m+3n^2 = -7,$$

$$\therefore -12n^2+8m+4$$

$$= -4(-2m+3n^2)+4$$

$$= -4 \times (-7) + 4$$

$$= 32.$$

故答案为：32.

【点评】本题主要考查代数式求值，观察代数式的特点，灵活变化系数，运用整体代入的思想计算是解题关键.

12. 已知 $x^2-3x-4=0$ ，则代数式 $-2x^2+6x+9$ 的值是 1.

【分析】根据题意可得 $x^2-3x=4$ ， $-2x^2+6x+9$ 提取公因式 -2 得 $-2(x^2-3x)+9$

) +9, 再整体代入即可求解.

【解答】解: $\because x^2 - 3x - 4 = 0,$

$$\therefore x^2 - 3x = 4,$$

$$\therefore -2x^2 + 6x + 9$$

$$= -2(x^2 - 3x) + 9$$

$$= -2 \times 4 + 9$$

$$= 1.$$

【点评】本题主要考查代数式求值, 利用整体代入思想解决问题是解题关键.

13. 如果代数式 $2y - x$ 的值是 5, 则代数式 $2x - 4y + 8$ 的值是 -2.

【分析】将代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解: \because 代数式 $2y - x$ 的值是 5,

$$\therefore 2y - x = 5,$$

$$\therefore \text{原式} = -2(2y - x) + 8$$

$$= -2 \times 5 + 8$$

$$= -10 + 8$$

$$= -2.$$

故答案为: -2.

【点评】本题主要考查了求代数式的值, 将代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答是解题的关键.

14. 已知 m 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的一个根, 则 $m^2 - 2m + 3 =$ 8.

【分析】根据题意可得: 把 $x = m$ 代入方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 中得: $m^2 - 2m - 5 = 0$, 从而可得 $m^2 - 2m = 5$, 然后利用整体的思想进行计算即可解答.

【解答】解: 由题意得:

把 $x = m$ 代入方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 中得:

$$m^2 - 2m - 5 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 5,$$

$$\therefore m^2 - 2m + 3 = 5 + 3 = 8,$$

故答案为: 8.

【点评】本题考查了一元二次方程的解, 熟练掌握一元二次方程的解是解题的关键.

15. 若 $a^2 - 2ab = 6$, 则 $2a^2 - 4ab - 3 = \underline{9}$.

【分析】将 $a^2 - 2ab = 6$ 两边同时乘上 2 得 $2a^2 - 4ab = 12$, 再其整体代入即可求解.

【解答】解: $\because a^2 - 2ab = 6$,

$$\therefore 2(a^2 - 2ab) = 4a^2 - 4ab = 12,$$

$$\therefore 2a^2 - 4ab - 3 = 12 - 3 = 9.$$

故答案为: 9.

【点评】本题主要考查代数式求值, 解题关键在于利用整体思想解答.

16. 已知当 $x = -1$ 时, 代数式 $3ax^2 + 4bx + 2$ 的值为 5, 则当 $x = 3$ 时, 代数式 $7 + 3ax - 4bx$ 的值为 16.

【分析】将 $x = -1$ 代入代数式求得关于 a, b 的代数式的值, 将所求代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解: \because 当 $x = -1$ 时, 代数式 $3ax^2 + 4bx + 2$ 的值为 5,

$$\therefore 3a(-1)^2 + 4b \times (-1) + 2 = 5,$$

$$\therefore 3a - 4b = 3.$$

\therefore 当 $x = 3$ 时,

$$\text{原式} = 7 + 3a \times 3 - 4b \times 3$$

$$= 7 + 3(3a - 4b)$$

$$= 7 + 3 \times 3$$

$$= 7 + 9$$

$$= 16.$$

故答案为: 16.

【点评】本题主要考查了求代数式的值, 所求代数式适当变形后, 利用整体代入的方法解答是解题的关键.

17. 已知 $\frac{1}{b} - \frac{2}{a} = 2$, 则 $\frac{2a + 3ab - 4b}{4ab - 3a + 6b}$ 的值为 $-\frac{7}{2}$.

【分析】将已知条件适当变形, 利用整体代入的方法解答即可.

【解答】解: $\because \frac{1}{b} - \frac{2}{a} = 2$,

$$\therefore a - 2b = 2ab.$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2a-4b+3ab}{-3a+6b+4ab}$$

$$= \frac{2(a-2b)+3ab}{-3(a-2b)+4ab}$$

$$= \frac{2 \times 2ab + 3ab}{-3 \times 2ab + 4ab}$$

$$= \frac{7ab}{-2ab}$$

$$= -\frac{7}{2}$$

故答案为: $-\frac{7}{2}$.

【点评】本题主要考查了分式的加减法，求分式的值，利用等式的性质对已知条件适当变形，利用整体代入的方法解答是解题的关键.

18. 定义：对于一个数 x ，我们把 $[x]$ 称作 x 的相伴数；若 $x \geq 0$ ，则 $[x] = x - 1$ ；若 $x < 0$ ，则 $[x] = x + 1$. 例

$$[\frac{3}{2}] = \frac{1}{2}, [-2] = -1;$$

已知当 $a > 0$ ， $b < 0$ 时有 $[a] = [b] + 1$ ，则代数式 $(b - a)^3 - 3a + 3b$ 的值为 -36.

【分析】根据定义的新运算可得 $a - 1 = b + 1 + 1$ ，从而可得 $a - b = 3$ ，然后利用整体的思想进行计算即可解答.

【解答】解：当 $a > 0$ ， $b < 0$ 时， $[a] = [b] + 1$ ，

$$\therefore a - 1 = b + 1 + 1,$$

$$\therefore a - b = 3,$$

$$\therefore (b - a)^3 - 3a + 3b$$

$$= - (a - b)^3 - 3(a - b)$$

$$= - 3^3 - 3 \times 3$$

$$= - 27 - 9$$

$$= - 36,$$

故答案为：-36.

【点评】本题考查了代数式求值，熟练掌握求代数式值中的整体思想是解题的关键.

19. 已知 $m - n = 2$, $mn = -5$, 则 $3(mn - n) - (mn - 3m)$ 的值为 -4.

【分析】原式去括号，合并同类项进行化简，然后利用整体思想代入求值.

【解答】解：原式 $= 3mn - 3n - mn + 3m$

$$= 3m - 3n + 2mn,$$

$$\because m - n = 2, mn = -5,$$

$$\therefore \text{原式} = 3(m - n) + 2mn$$

$$= 3 \times 2 + 2 \times (-5)$$

$$= 6 - 10$$

$$= -4,$$

故答案为：-4.

【点评】本题考查整式的加减—化简求值，掌握合并同类项（系数相加，字母及其指数不变）和去括号的运算法则（括号前面是“+”号，去掉“+”号和括号，括号里的各项不变号；括号前面是“-”号，去掉“-”号和括号，括号里的各项都变号），利用整体思想求值是解题关键.

20. 已知实数 a 是一元二次方程 $x^2 - 2022x + 1 = 0$ 的一实数根，则代数式 $a^2 - 2021a - \frac{a^2 + 1}{2022}$ 的值为 -1.

【分析】把 $x = a$ 代入方程，推出 $a^2 - 2022a = -1$, $a^2 + 1 = 2022a$, 然后整体代入所求的代数式求值即可.

【解答】解：∵实数 a 是一元二次方程 $x^2 - 2022x + 1 = 0$ 的一实数根，

$$\therefore a^2 - 2022a + 1 = 0.$$

$$\therefore a^2 - 2022a = -1, a^2 + 1 = 2022a.$$

$$\therefore a^2 - 2021a - \frac{a^2 + 1}{2022}$$

$$= a^2 - 2022a + a - \frac{2022a}{2022}$$

$$= -1 + a - a$$

$$= -1.$$

故答案为：-1.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/927163104102010032>