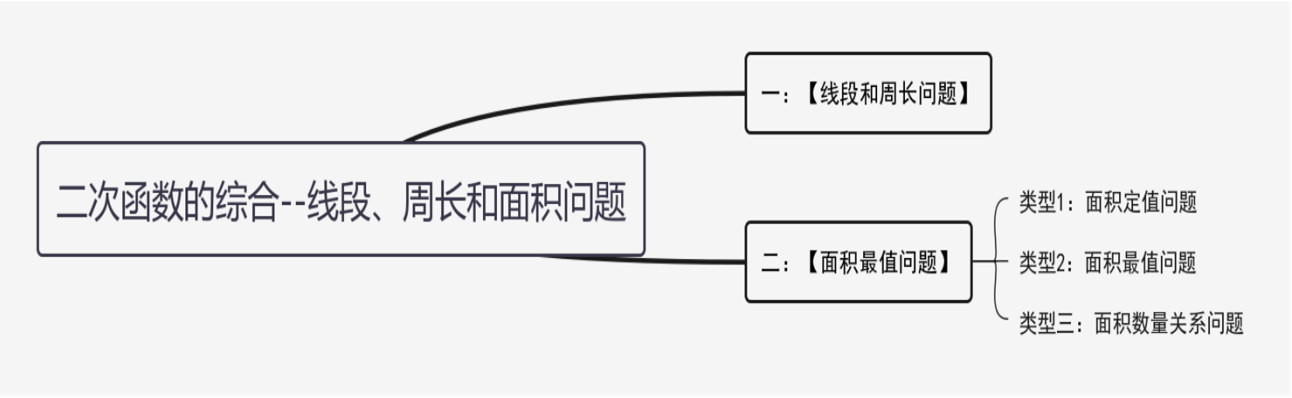
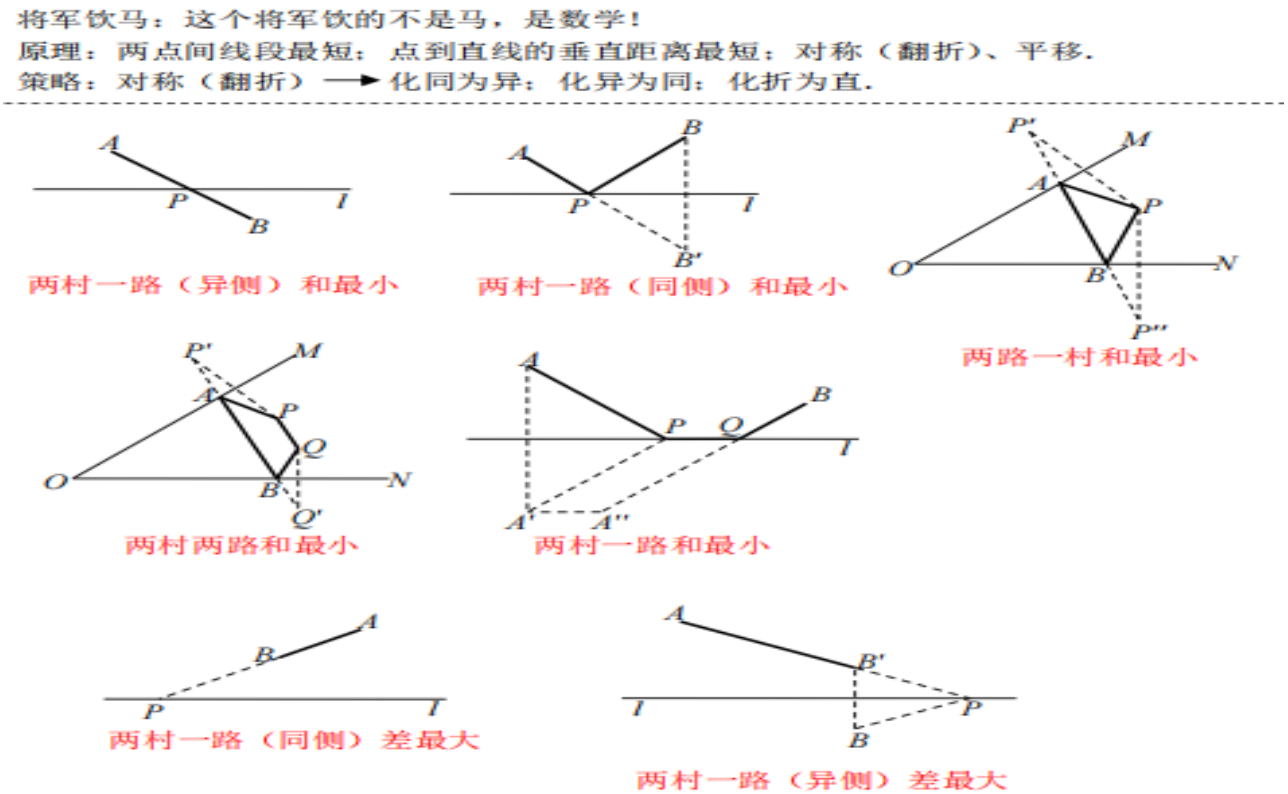
培优专题 09 二次函数的综合--线段、周长和面积问题



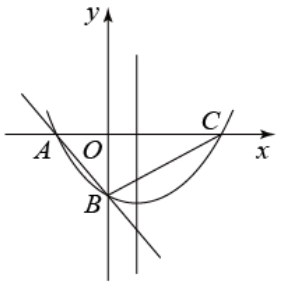
一：【线段和周长问题】

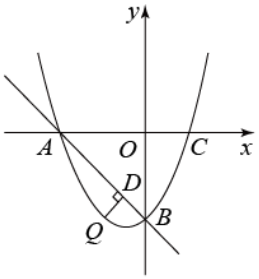
【技巧】二次函数求最值通常有两种类型：一种是通过几何性质线段公理和垂线段公理求最值，常常把折的问题转化成直的问题；另一种通过函数的性质求最值。

线段最值即把线段的两个端点用坐标表示出来，然后根据距离差，列出关于坐标的二次函数的表达式，化为顶点式，即可求出；在求周长的最值问题时，一般会和将军饮马问题有关，找到对称点，将周长问题转化为线段最值即可。



1.（2022·四川广元·中考真题）在平面直角坐标系中，直线 $y=-x-2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）经过 A，B 两点，并与 x 轴的正半轴交于点 C.





(1)求 a，b 满足的关系式及 c 的值；

(2)当 $a=\frac{1}{4}$ 时，若点 P 是抛物线对称轴上的一个动点，求△PAB 周长的最小值；

(3)当 $a=1$ 时，若点 Q 是直线 AB 下方抛物线上的一个动点，过点 Q 作 $QD\perp AB$ 于点 D，当 QD 的值最大时，求此时点 Q 的坐标及 QD 的最大值.

【答案】(1)$2a=b+1$，$c=-2$；

(2)△PAB 的周长最小值是 $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$；

(3)此时 Q（-1，-2），DQ 最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【分析】（1）先求得点 A、点 B 的坐标，再利用待定系数法求解即可；

（2）先利用对称性找出△PAB 周长最小时点 P 的位置，此时 $AP=CP$，△PAB 的周长最小值为：$PB+PA+AB=BC+AB$，根据勾股定理求出 AB、BC 的长即可求出△PAB 最小值；

（3）过点 Q 作 $QF\perp x$ 轴交于 F 点，交直线 AB 于点 E，得到∠QED=∠EQD=45°，推出 $QD=ED=\frac{\sqrt{2}}{2}EQ$，设 Q（t，t^2+t-2），E（t，$-t-2$），求得 $QE=-t^2-2t$，再利用二次函数的性质即可求解.

（1）

解：∵直线 $y=-x-2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，

∴点 A 的坐标为(-2，0)，点 B 的坐标为(0，-2)，

∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）经过 A，B 两点，

$\therefore\begin{cases}4a-2b+c=0\\ c=-2\end{cases}$，

∴$2a=b+1$，$c=-2$；

（2）

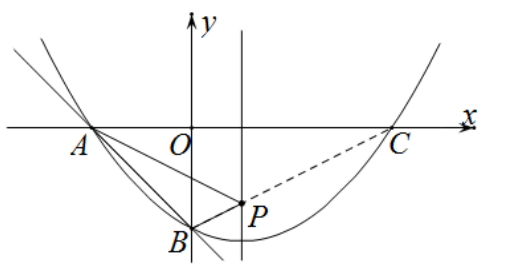
解：当 $a=\frac{1}{4}$ 时，则 $b=-\frac{1}{2}$，

∴抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2$，

抛物线的对称轴为直线 $x=1$，

∵点 A 的坐标为(-2，0)，

∴点 C 的坐标为(4，0) ，



△PAB 的周长为：$PB+PA+AB$，且 AB 是定值，

∴当 $PB+PA$ 最小时，△PAB 的周长最小，

∵点 A、C 关于直线 $x=1$ 对称，

∴连接 BC 交直线 $x=1$ 于点 P，此时 $PB+PA$ 值最小，

∵$AP=CP$，

∴△PAB 的周长最小值为：$PB+PA+AB=BC+AB$，

∵A（-2，0），B（0，-2），C（4，0），

∴$OA=2$，$OB=2$，$OC=4$，

由勾股定理得 $BC=2\sqrt{5}$，$AB=2\sqrt{2}$，

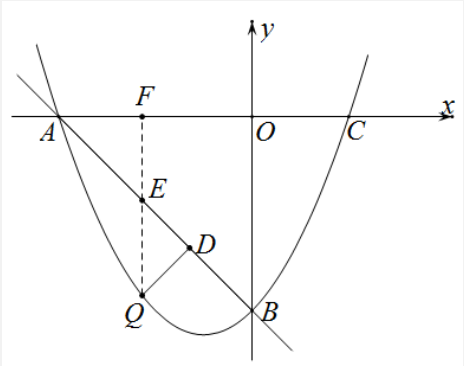
∴△PAB 的周长最小值是：$2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$.

（3）

解：当 $a=1$ 时，$b=1$，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2+x-2$，

过点 Q 作 $QF\perp x$ 轴交于 F 点，交直线 AB 于点 E，



∵A（-2，0），B（0，-2），

∴$OA=OB$，

∴$\angle OAB=45°$，

∵$QD\perp AB$，

∴$\angle AEF=\angle QED=\angle EQD=45°$，

∴$QD=ED=\frac{\sqrt{2}}{2}EQ$，

设 Q（t，t^2+t-2），E（t，$-t-2$），

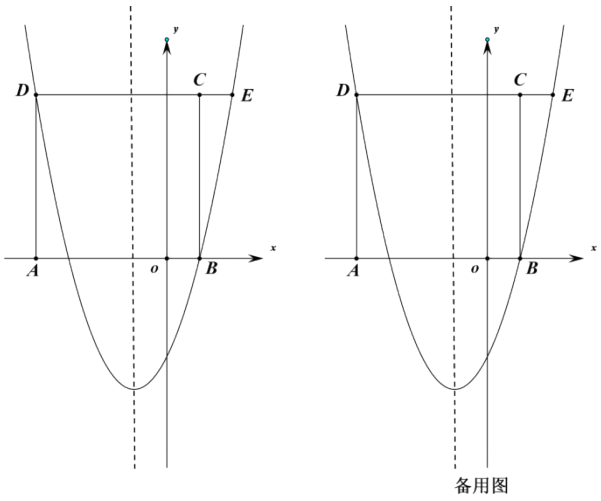
∴$QE=-t-2-(t^2+t-2)=-t^2-2t$，

∴$DQ=\frac{\sqrt{2}}{2}QE=-\frac{\sqrt{2}}{2}(t^2+2t)=-\frac{\sqrt{2}}{2}(t+1)^2+\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当 t=-1 时，DQ 有最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，此时 Q（-1，-2）.

【点睛】本题是二次函数的综合题，熟练掌握二次函数的图象及性质，等腰直角三角形的性质是解题的关键.

2.（2021·湖北恩施·中考真题）如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 为正方形，点 A，B 在 x 轴上，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 B，$D(-4,5)$ 两点，且与直线 DC 交于另一点 E.



备用图

（1）求抛物线的解析式；

（2）F 为抛物线对称轴上一点，Q 为平面直角坐标系中的一点，是否存在以点 Q，F，E，B 为顶点的四边形是以 BE 为边的菱形．若存在，请求出点 F 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）P 为 y 轴上一点，过点 P 作抛物线对称轴的垂线，垂足为 M，连接 ME，BP．探究 $EM+MP+PB$ 是否存在最小值．若存在，请求出这个最小值及点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）$y=x^2+2x-3$；（2）存在以点 Q，F，E，B 为顶点的四边形是以 BE 为边的菱形，点 F 的坐标为 $\left(-1,\sqrt{22}\right)$ 或 $\left(-1,-\sqrt{22}\right)$ 或 $\left(-1,5-\sqrt{17}\right)$ 或 $\left(-1,5+\sqrt{17}\right)$；（3）$EM+MP+PB$ 存在最小值，最小值为 $\sqrt{41}+1$，此时点 M 的坐标为 $\left(-1,\frac{5}{4}\right)$．

【分析】（1）由题意易得 $AD=AB=5$，进而可得 $A(-4,0)$，则有 $B(1,0)$，然后把点 B、D 代入求解即可；

（2）设点 $F(-1,a)$，当以点 Q，F，E，B 为顶点的四边形是以 BE 为边的菱形时，则根据菱形的性质可分①当 $BF=BE$ 时，②当 $EF=BE$ 时，然后根据两点距离公式可进行分类求解即可；

（3）由题意可得如图所示的图象，连接 OM、DM，由题意易得 $DM=EM$，四边形 $BOMP$ 是平行四边形，进而可得 $OM=BP$，则有 $EM+MP+PB=DM+MO+1$，若使 $EM+MP+PB$ 的值为最小，即 $DM+MO+1$ 为最小，则有当点 D、M、O 三点共线时，$DM+MO+1$ 的值为最小，然后问题可求解．

【详解】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 为正方形，$D(-4,5)$，

$\therefore AD=AB=5$，$A(-4,0)$，

$\therefore AO=4$，

$\therefore OB=1$，

$\therefore B(1,0)$，

把点 B、D 坐标代入得：$\begin{cases}16-4b+c=5\\1+b+c=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$；

（2）由（1）可得 $B(1,0)$，抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$，则有抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，

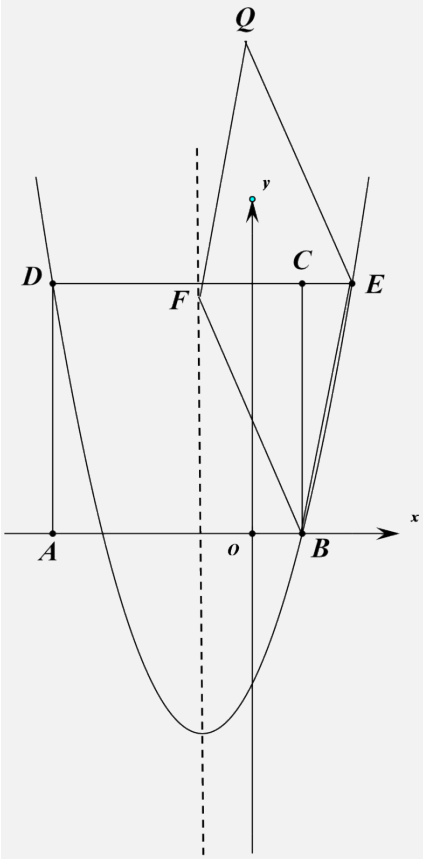
∵点 D 与点 E 关于抛物线的对称轴对称，

$\therefore E(2,5)$，

$\therefore$由两点距离公式可得 $BE^2=(1-2)^2+(0-5)^2=26$，

设点 $F(-1,a)$，当以点 Q，F，E，B 为顶点的四边形是以 BE 为边的菱形时，则根据菱形的性质可分：

①当 $BF=BE$ 时，如图所示：

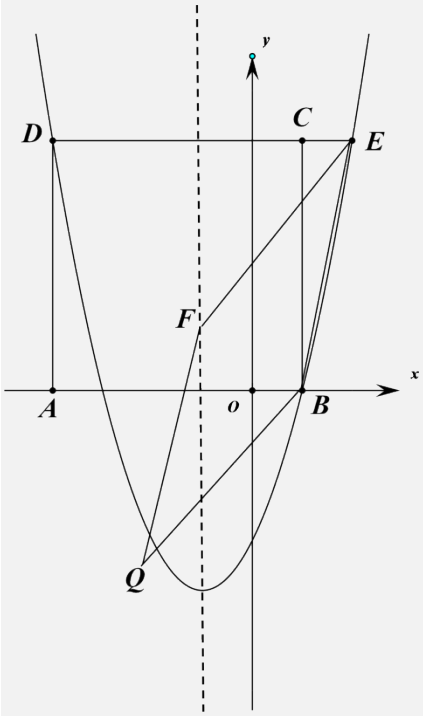


$\therefore$由两点距离公式可得 $BF^2=BE^2$，即 $(1+1)^2+(0-a)^2=26$，

解得：$a=\pm\sqrt{22}$，

$\therefore$点 F 的坐标为 $\left(-1,\sqrt{22}\right)$ 或 $\left(-1,-\sqrt{22}\right)$；

②当 $EF=BE$ 时，如图所示：



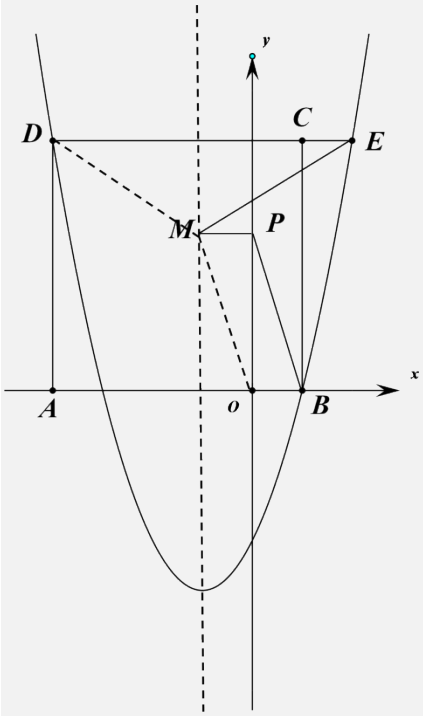
∴由两点距离公式可得 $EF^2=BE^2$，即 $(2+1)^2+(5-a)^2=26$，

解得：$a=5\pm\sqrt{17}$，

∴点 F 的坐标为 $(-1,5-\sqrt{17})$ 或 $(-1,5+\sqrt{17})$；

综上所述：当以点 Q，F，E，B 为顶点的四边形是以 BE 为边的菱形，点 F 的坐标为 $(-1,\sqrt{22})$ 或 $(-1,-\sqrt{22})$ 或 $(-1,5-\sqrt{17})$ 或 $(-1,5+\sqrt{17})$；

（3）由题意可得如图所示：



连接 OM、DM，

由（2）可知点 D 与点 E 关于抛物线的对称轴对称，$B(1,0)$，

$\therefore OB=1$，$DM=EM$，

∵过点 P 作抛物线对称轴的垂线，垂足为 M，

$\therefore PM=OB=1, PM//OB$，

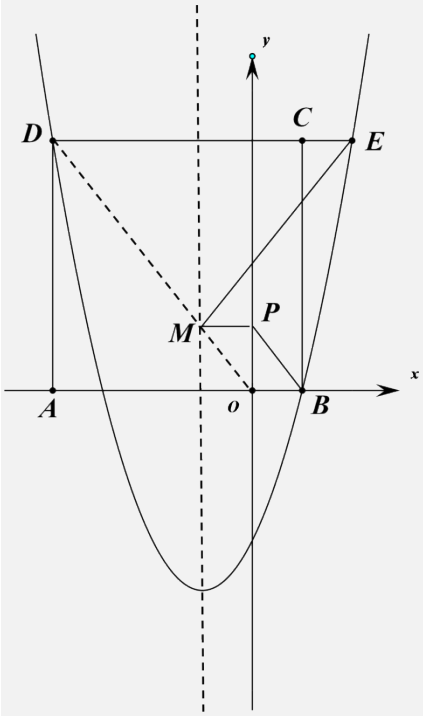
∴四边形 $BOMP$ 是平行四边形，

$\therefore OM=BP$，

$\therefore EM+MP+PB=DM+MO+1$，

若使 $EM+MP+PB$ 的值为最小，即 $DM+MO+1$ 为最小，

∴当点 D、M、O 三点共线时，$DM+MO+1$ 的值为最小，此时 OD 与抛物线对称轴的交点为 M，如图所示：



$\because D(-4,5)$，

$\therefore OD=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$，

$\therefore DM+MO+1$的最小值为$\sqrt{41}+1$，即$EM+MP+PB$的最小值为$\sqrt{41}+1$，

设线段OD的解析式为$y=kx$，代入点D的坐标得：$k=-\frac{5}{4}$，

$\therefore$线段OD的解析式为$y=-\frac{5}{4}x$，

$\therefore M\left(-1,\frac{5}{4}\right)$.

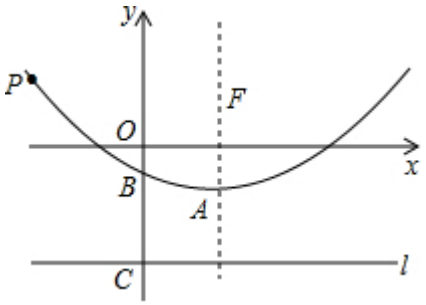
【点睛】本题主要考查二次函数的综合、菱形的性质及轴对称的性质，熟练掌握二次函数的综合、菱形的性质及轴对称的性质是解题的关键.

3．（2020·山东滨州·中考真题）如图，抛物线的顶点为$A(h，-1)$，与y轴交于点$B(0,-\frac{1}{2})$，点$F(2，1)$为其对称轴上的一个定点.

（1）求这条抛物线的函数解析式；

（2）已知直线l是过点$C(0，-3)$且垂直于y轴的定直线，若抛物线上的任意一点$P(m，n)$到直线l的距离为d，求证：$PF=d$；

（3）已知坐标平面内的点$D(4，3)$，请在抛物线上找一点Q，使$\triangle DFQ$的周长最小，并求此时$\triangle DFQ$周长的最小值及点Q的坐标.



【答案】（1）$y=\frac{1}{8}(x-2)^2-1$；（2）见解析；（3）$2\sqrt{2}+6$，$\left(4,-\frac{1}{2}\right)$

【分析】（1）由题意抛物线的顶点 A（2，-1），可以假设抛物线的解析式为 $y=a$（x-2）^{2}-1，把点 B 坐标代入求出 a 即可．

（2）由题意 P（m，$\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}$），求出 d^2，PF^2（用 m 表示）即可解决问题．

（3）如图，过点 Q 作 $QH\perp$直线 l 于 H，过点 D 作 $DN\perp$直线 l 于 N．因为$\triangle DFQ$ 的周长$=DF+DQ+FQ$，DF 是定值$=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，推出 $DQ+QF$ 的值最小时，$\triangle DFQ$ 的周长最小，再根据垂线段最短解决问题即可．

【详解】解：（1）设抛物线的函数解析式为 $y=a(x-h)^2+k$,

由题意,抛物线的顶点为 $A(2,-1)$,

$\therefore y=a(x-2)^2-1.$

又∵抛物线与 y 轴交于点 $B\left(0,-\frac{1}{2}\right)$

$\therefore -\frac{1}{2}=a(0-2)^2-1$

$\therefore a=\frac{1}{8}$

∴抛物线的函数解析式为 $y=\frac{1}{8}(x-2)^2-1$

（2）证明：∵P（m，n），

$\therefore n=\frac{1}{8}(m-2)^2-1=\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}$，

∴P（m，$\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}$），

$\therefore d=\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}-(-3)=\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m+\frac{5}{2}$，

∵F（2，1），

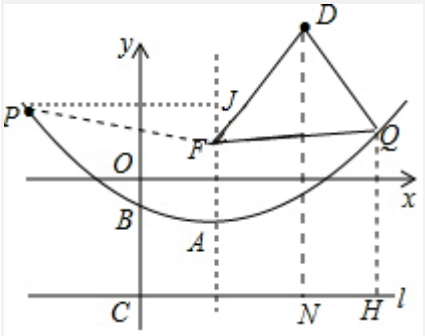
$\therefore PF=\sqrt{(m-2)^2+\left(\frac{1}{8}m^2-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}-1\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{64}m^4-\frac{1}{8}m^3+\frac{7}{8}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{25}{4}}$，

$\because d^2=\frac{1}{64}m^4-\frac{1}{8}m^3+\frac{7}{8}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{25}{4}$，$PF^2=\frac{1}{64}m^4-\frac{1}{8}m^3+\frac{7}{8}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{25}{4}$，

$\therefore d^2=PF^2$，

$\therefore PF=d$.

（3）如图，过点 Q 作 $QH\perp$直线 l 于 H，过点 D 作 $DN\perp$直线 l 于 N.



$\because\triangle DFQ$ 的周长=$DF+DQ+FQ$，DF 是定值=$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore DQ+QF$ 的值最小时，$\triangle DFQ$ 的周长最小，

$\because QF=QH$，

$\therefore DQ+DF=DQ+QH$，

根据垂线段最短可知，当 D，Q，H 共线时，$DQ+QH$ 的值最小，此时点 H 与 N 重合，点 Q 在线段 DN 上，

$\therefore DQ+QH$ 的最小值为 6，

$\therefore\triangle DFQ$ 的周长的最小值为 $2\sqrt{2}+6$，此时 Q（4，$-\frac{1}{2}$）.

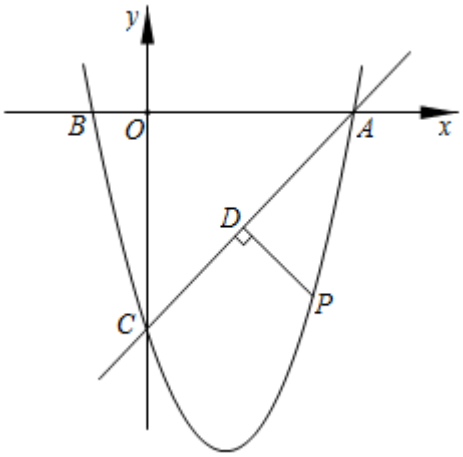
【点睛】本题属于二次函数综合题，考查了待定系数法，两点间距离公式，垂线段最短等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题，学会用转化的思想思考问题.

4.（2019·广西贺州·中考真题）如图，在平面直角坐标系中，已知点 B 的坐标为$(-1,0)$，且 $OA=OC=4OB$，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 图象经过 A,B,C 三点.

（1）求 A,C 两点的坐标；

（2）求抛物线的解析式；

（3）若点 P 是直线 AC 下方的抛物线上的一个动点，作 $PD\perp AC$ 于点 D，当 PD 的值最大时，求此时点 P 的坐标及 PD 的最大值.



【答案】（1）A（4，0），C（0，﹣4）；（2）$y=x^2-3x-4$；（3）PD 的最大值为$2\sqrt{2}$，此时点 P（2，﹣6）.

【分析】（1）$OA=OC=4OB=4$，即可求解；

（2）抛物线的表达式为：$y=a(x+1)(x-4)=a(x^2-3x-4)$，即可求解；

（3）$PD=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-4-x^2+3x+4)$，即可求解.

【详解】解：（1）$OA=OC=4OB=4$，

故点 A、C 的坐标分别为（4，0）、（0，﹣4）；

（2）抛物线的表达式为：$y=a(x+1)(x-4)=a(x^2-3x-4)$，

即﹣$4a$=﹣4，解得：$a=1$，

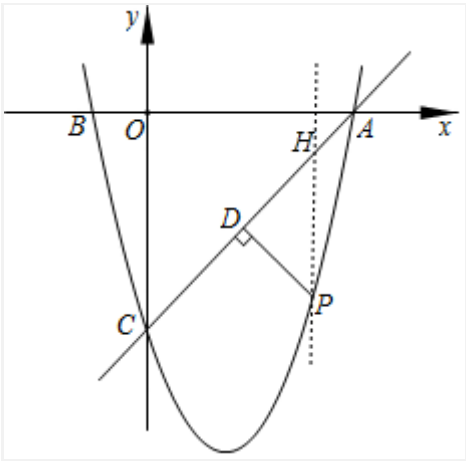
故抛物线的表达式为：$y=x^2-3x-4$；

（3）直线 CA 过点 C，设其函数表达式为：$y=kx-4$，

将点 A 坐标代入上式并解得：$k=1$，

故直线 CA 的表达式为：$y=x$﹣4，

过点 P 作 y 轴的平行线交 AC 于点 H，



∵$OA=OC=4$，

∴$\angle OAC=\angle OCA=45°$ ，

∵ $PH//y$轴，

∴$\angle PHD=\angle OCA=45°$，

设点 $P(x，x^2-3x-4)$ ，则点 H（x，$x-4$），

$PD=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-4-x^2+3x+4)$

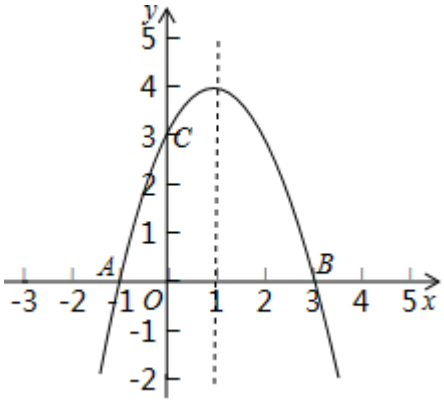
$=-\frac{\sqrt{2}}{2}x^2+2\sqrt{2}x$

∵$-\frac{\sqrt{2}}{2}<0$，∴PD 有最大值，当 $x=2$ 时，其最大值为 $2\sqrt{2}$，

此时点 P（2，－6）.

【点睛】本题考查的是二次函数综合运用，涉及到一次函数、解直角三角形、图象的面积计算等，其中（3），用函数关系表示 PD，是本题解题的关键

5．（2019·四川凉山·中考真题）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $A(-1,0)$、$B(3,0)$、$C(0,3)$.



（1）求抛物线的解析式；

（2）在抛物线的对称轴上是否存在一点 P，使得△PAC 的周长最小，若存在，请求出点 P 的坐标及△PAC

的周长；若不存在，请说明理由；

（3）在（2）的条件下，在 x 轴上方的抛物线上是否存在点 M（不与 C 点重合），使得 $S_{\Delta PAM}=S_{\Delta PAC}$？若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$y=-x^2+2x+3$；（2）存在，点 $P(1,2)$，周长为：$\sqrt{10}+3\sqrt{2}$；（3）存在，点 M 坐标为 $(1,4)$

【分析】（1）由于条件给出抛物线与 x 轴的交点 $A(-1,0)$、$B(3,0)$，故可设交点式 $y=a(x+1)(x-3)$，把点 C 代入即求得 a 的值，减小计算量.

（2）由于点 A、B 关于对称轴：直线 $x=1$ 对称，故有 $PA=PB$，则 $C_{\Delta PAC}=AC+PC+PA=AC+PC+PB$，所以当 C、P、B 在同一直线上时，$C_{\Delta PAC}=AC+CB$ 最小．利用点 A、B、C 的坐标求 AC、CB 的长，求直线 BC 解析式，把 $x=1$ 代入即求得点 P 纵坐标.

（3）由 $S_{\Delta PAM}=S_{\Delta PAC}$ 可得，当两三角形以 PA 为底时，高相等，即点 C 和点 M 到直线 PA 距离相等．又因为 M 在 x 轴上方，故有 $CM//PA$．由点 A、P 坐标求直线 AP 解析式，即得到直线 CM 解析式．把直线 CM 解析式与抛物线解析式联立方程组即求得点 M 坐标.

【详解】解：（1）∵抛物线与 x 轴交于点 $A(-1,0)$、$B(3,0)$

∴可设交点式 $y=a(x+1)(x-3)$

把点 $C(0,3)$ 代入得：$-3a=3$

$\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$

∴抛物线解析式为 $y=-x^2+2x+3$

（2）在抛物线的对称轴上存在一点 P，使得 ΔPAC 的周长最小.

如图 1，连接 PB、BC

∵点 P 在抛物线对称轴直线 $x=1$ 上，点 A、B 关于对称轴对称

$\therefore PA=PB$

$\therefore C_{\Delta PAC}=AC+PC+PA=AC+PC+PB$

∵当 C、P、B 在同一直线上时，$PC+PB=CB$ 最小

∵ $A(-1,0)$、$B(3,0)$、$C(0,3)$

$\therefore AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}, BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore C_{\Delta PAC}=AC+CB=\sqrt{10}+3\sqrt{2}$ 最小

设直线 BC 解析式为 $y=kx+3$

把点 B 代入得：$3k+3=0$，解得：$k=-1$

∴直线 BC：$y=-x+3$

$\therefore y_P=-1+3=2$

∴点 $P(1,2)$ 使 ΔPAC 的周长最小，最小值为 $\sqrt{10}+3\sqrt{2}$.

（3）存在满足条件的点 M，使得 $S_{\Delta PAM}=S_{\Delta PAC}$.

$\because S_{\Delta PAM}=S_{\Delta PAC}$

∴当以 PA 为底时，两三角形等高

∴点 C 和点 M 到直线 PA 距离相等

∵M 在 x 轴上方

$\therefore CM//PA$

$\because A(-1,0)$，$P(1,2)$，设直线 AP 解析式为 $y=px+d$

$\therefore \begin{cases} -p+d=0 \\ p+d=2 \end{cases}$ 解得：$\begin{cases} p=1 \\ d=1 \end{cases}$

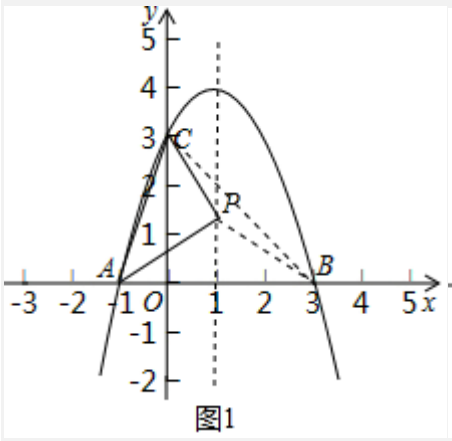
∴直线 AP：$y=x+1$

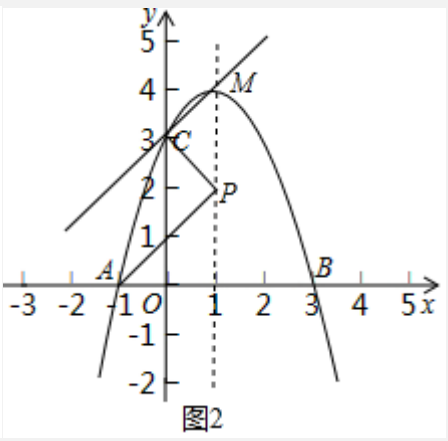
∴直线 CM 解析式为：$y=x+3$

$\because \begin{cases} y=x+3 \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=3 \end{cases}$（即点 C），$\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=4 \end{cases}$

∴点 M 坐标为 $(1,4)$





【点睛】考查了待定系数法求二次函数解析式、一次函数解析式，轴对称的最短路径问题，勾股定理，平行线间距离处处相等，一元二次方程的解法．其中第（3）题条件给出点 M 在 x 轴上方，无需分类讨论，解法较常规而简单．

二：【面积最值问题】

【技巧】一般会出现三角形的面积最值，利用“水平宽，铅垂高”将面积最值转化为线段最值。有时候会出现四边形的最值，只需将四边形分割为规则的图形即可，一般分为两个三角形，一个是定值，一个是最值，只需求出最值即可。

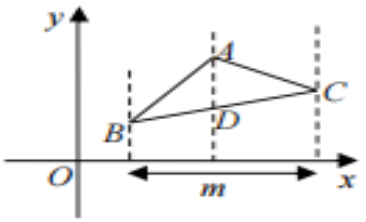
宽高法（铅锤法）：$S=$（宽×高）÷2

※重点：什么是宽？什么是高？如何确定？（横平竖直：改斜归正）

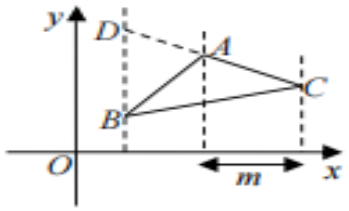
定义：过三角形的一个顶点做 y 轴的平行线（x 轴的垂线）与这个顶点的对边（或延长线）相交，交点到这点的距离（纵坐标的差的绝对值）叫做该三角形的“高”（铅锤高）；另外两个顶点的水平距离（横坐标的差的绝对值）叫做该三角形的“宽”（水平宽）。

注：一般来讲：过动点（设横表纵）做 y 轴的平行线与其对边或延长线相交！

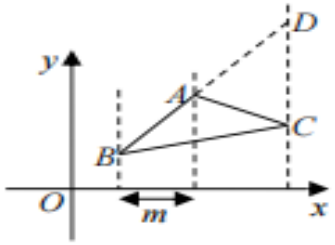
具体操作时有如图所示的三种情形：



$S=(m\times AD)\div 2$



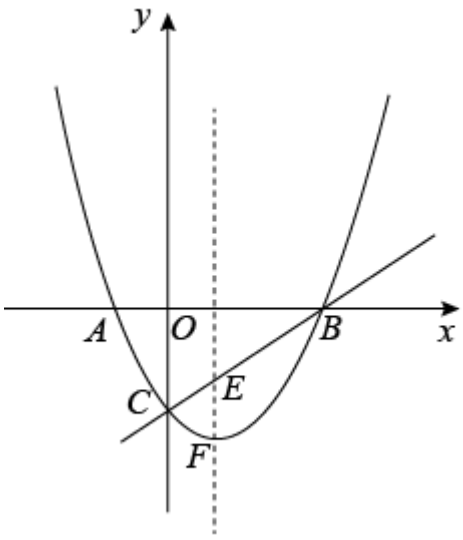
$S=(m\times BD)\div 2$



$S=(m\times CD)\div 2$

类型 1：面积定值问题

1.（2022·青海·中考真题）如图 1，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1,0)$，$B(3,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C.



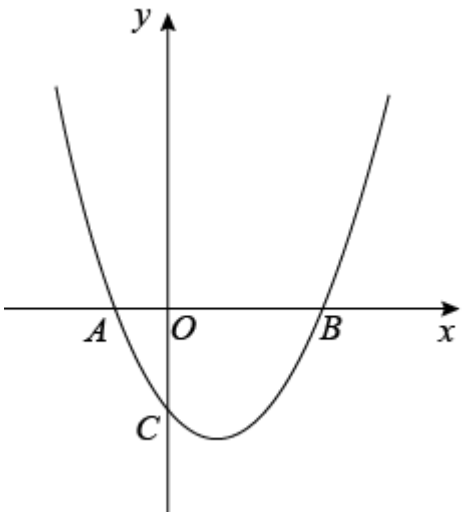


图 1　　图 2

(1)求该抛物线的解析式；

(2)若点 E 是抛物线的对称轴与直线 BC 的交点，点 F 是抛物线的顶点，求 EF 的长；

(3)设点 P 是（1）中抛物线上的一个动点，是否存在满足 $S_{\triangle PAB}=6$ 的点 P？如果存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.（请在图 2 中探讨）

【答案】(1) $y=x^2-2x-3$

(2)2

(3)当点 P 的坐标分别为 $P_1(0,-3)$，$P_2(2,-3)$，$P_3(1-\sqrt{7},3)$，$P_4(1+\sqrt{7},3)$ 时，$S_{\triangle PAB}=6$，理由见解析.

【分析】（1）把点 A、B 的坐标分别代入函数解析式，列出关于系数 b、c 的方程组，通过解方程组求得它们的值即可；

（2）结合抛物线的解析式得到点 C、F 的坐标，利用 B、C 的坐标可以求得直线 BC 的解析式，由一次函数图像上点的坐标特征和点的坐标与图形的性质进行解答即可；

（3）根据 P 点在抛物线上设出 P 点，然后再由 $S\triangle PAB=8$，从而求出 P 点坐标.

（1）

解：∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴的两个交点分别为 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，

$\therefore \begin{cases} 1-b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$.

∴所求抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

（2）

解：由（1）知，抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$，则 $C(0,-3)$，

又 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

$\therefore F(1,-4)$.

设直线 BC 的解析式为 $y=kx-3(k\neq 0)$，

把 $B(3,0)$ 代入，得 $0=3k-3$，

解得 $k=1$，则该直线的解析式为 $y=x-3$.

故当 $x=1$ 时，$y=-2$，即 $E(1,-2)$，

$\therefore EF=|-4|-|-2|=2$，

即 $EF=2$.

（3）

解：设点 $P(x,y)$，由题意，得 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\times 4|y|=6$，

$\therefore |y|=3$，$\therefore y=\pm 3$，

当 $y=-3$ 时，$x^2-2x-3=-3$，

$\therefore x_1=0$，$x_2=2$，

当 $y=3$ 时，$x^2-2x-3=3$，

$\therefore x_3=1-\sqrt{7}$，$x_4=1+\sqrt{7}$，

∴当点 P 的坐标分别为 $P_1(0,-3)$，$P_2(2,-3)$，$P_3(1-\sqrt{7},3)$，$P_4(1+\sqrt{7},3)$ 时，$S_{\triangle PAB}=6$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/928001011112006112