

## 2019-2020学年广西南宁三中重点班高二 (下)期末数学试卷(文科)

### 选择题

1.(5分)已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 集合  $B = \{x | 2^{x+1} > 1\}$ , 则  $C_B A = (\quad)$

- A.  $[3, +\infty)$     B.  $(3, +\infty)$     C.  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$     D.  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

2.(5分)设  $i$  为虚数单位, 复数  $z$  满足  $z(i-2)=5$ , 则在复平面内, 对应的点位于()

- A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限

3.(5分)某珠宝店丢了一件珍贵珠宝, 以下四人中只有一人说真话, 只有一人偷了珠宝. 甲: 我没有偷; 乙: 丙是小偷; 丙: 丁是小偷; 丁: 我没有偷. 根据以上条件, 可以判断偷珠宝的人是()

- A. 甲    B. 乙    C. 丙    D. 丁

4.(5分)已知函数  $f(x) = x^3 - 2x^2, x \in [-1, 3]$ , 则下列说法不正确的是()

- A. 最大值为9    B. 最小值为-3    C. 函数  $f(x)$  在区间  $[1, 3]$  上单调递增  
D.  $x=0$  是它的极大值点

5. (5分) 函数  $f(x) = \sqrt{2x-1} + x$  的值域是()

- A.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$     B.  $(-\infty, \frac{1}{2}]$     C.  $(0, +\infty)$     D.  $[1, +\infty)$

6.(5分)以下四个命题:

\*若  $p \wedge q$  为假命题, 则  $p, q$  均为假命题;

\*对于命题  $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ , 则  $\neg p$  为:  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \geq 0$ ;

\*“ $a=2$ ”是“函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数”的充分不必要条件;

\* $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  为偶函数的充要条件是  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

其中真命题的个数是()

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

7.(5分)已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 8$ ,且  $f(-2)=10$ ,那么  $f(2)$  等于( )

- A. -10    B. -18    C. -26    D. 10

8. (5分) 已知  $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2$  ( $a>0$ ),若对任意两个不等的正实数  $x_1, x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 2$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是( )

- A. (0,1]    B. (1,+∞)    C. (0,1)    D. [1,+∞)

9.(5分)已知函数  $f(x) = 2x^3 - 3x$ ,若过点  $P(1, t)$  存在3条直线与曲线  $y=f(x)$  相切, 则  $t$  的取值范围为( )

- A. (-∞,-3)    B. (-3,-1)    C. (-1,+∞)    D. (0,1)

10. (5分) 定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f\left(\frac{3}{8} + x\right) = f\left(\frac{3}{8} - x\right)$ , 当  $0 \leq x \leq \frac{3}{8}$  时,  $f(x) = 16x - 1$ , 则  $f(100) = ( )$  A.  $-\frac{1}{2}$     C.  $-\frac{3}{2}$  B. -1    D.

-2

11. (5分) 已知函数  $y=f(x)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 满足  $f(x+2) = 2f(x)$ , 且  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) = -|x| + 1$ , 则当  $x \in [-10, 10]$  时,  $y = f(x)$  与  $g(x) = \log^x |x|$  的图象的交点个数为( )

- A. 13    B. 12    C. 11    D. 10

12. (5分) 已知函数  $f(x) = -x^3 + 1 + a\left(\frac{1}{e} \leq x \leq e\right)$   $e$  是自然对数的底) 与  $g(x) = 3 \ln x$  的图象上存在关于  $x$  轴对称的点, 则实数  $a$  的取值范围是( )

- A.  $[0, e^3 - 4]$     B.  $\left[0, \frac{1}{e^3} + 2\right]$     C.  $\left[\frac{1}{e^3} + 2, e^3 - 4\right]$     D.  $[e^3 - 4, +\infty)$

填空题

1. (5分) 计算:  $2 \log^x 3 + 2 \log^x 1 - 3 \log^x 7 + 3 \ln 1 =$  .

2. (5分) 函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9 \ln x$  的单调减区间为\_\_.

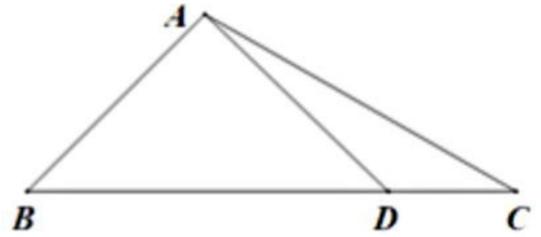
3. (5分) 已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{x^2} - 2k \ln x + kx$ , 若  $x=2$  是函数  $f(x)$  的唯一极值点, 则实数  $k$  的取值集合是\_\_.

解答题

1. (12分) 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $AC = 2, \angle B = \frac{\pi}{4}$ ,  $D$ 是边 $BC$ 上一点.

(1) 若  $\angle BAD = \frac{\pi}{2}, BD = 2$ , 求  $\angle C$ ;

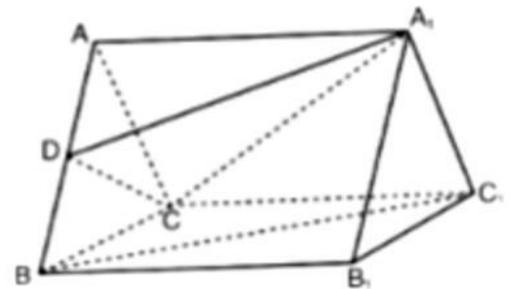
(2) 若  $BD = 3CD$ , 求  $\triangle ACD$ 面积的最大值.



2. (12分) 如图, 三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$ 中,  $D$ 是 $AB$ 的中点.

(1) 证明:  $BC \perp$  平面  $A_1CD$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$ 是边长为2的正三角形, 且  $BC = BB_1, \angle CBB_1 = 60^\circ$ , 平面 $ABC \perp$ 平面 $BB_1C_1C$ , 求三棱锥  $A - DCA_1$ 的体积.



3.(12分)近年来，国资委、党委高度重视扶贫开发工作，坚决贯彻落实中央扶贫工作重大决策部署，在各个贫困县全力推进定点扶贫各项工作，取得了积极成效，某贫困县为了响应国家精准扶贫的号召，特地承包了一块土地，已知土地的使用面积以及相应的管理时间的关系如表所示：

土地使用面积x(单位：亩)	1	2	3	4	5
管理时间y(单位：月)	8	10	13	25	24

并调查了某村300名村民参与管理的意愿，得到的部分数据如下表所示：

	愿意参与管理	不愿意参与管理
男性村民	150	50
女性村民	50	

- 求出相关系数r的大小，并判断管理时间y与土地使用面积x是否线性相关？
- 是否有99.9%的把握认为村民的性别与参与管理的意愿具有相关性？
- 若以该村的村民的性别与参与管理意愿的情况估计贫困县的情况，则从该贫困县中任取3人，记取到不愿意参与管理的男性村民的人数为x，求x的分布列及数学期望。

参考公式：

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}, \text{ 其中 } n = a + b + c + d$$

临界值表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

参考数据:  $\sqrt{635} \approx 25.2$

4. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 上顶点为  $M$ , 直线  $FM$  的斜率为  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且原点到直线  $FM$  的距离为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .
- (1) 求椭圆  $C$  的标准方程;
- (2) 若经过点  $F$  的直线  $l: y = kx + m (k < 0, m > 0)$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 且与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相切. 试探究  $\triangle ABF$  的周长是否为定值, 若是, 求出定值; 若不是, 请说明理由.

5. (12分) 已知函数  $f(x) = x \ln x - 2ax^2 + x, a \in \mathbb{R}$ .

(I) 若  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  内单调递减, 求实数  $a$  的取值范围;

(II) 若函数  $f(x)$  有两个极值点分别为  $x_1, x_2$ , 证明:  $x_1 + x_2 > \frac{1}{2a}$ .

6. (10分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 点  $A$  为曲线  $C_1$  上的动点, 点  $B$  在线段  $OA$  的延长线上, 且满足  $|OA| \cdot |OB| = 8$ , 点  $B$  的轨迹为  $C_2$ .

$\begin{cases} x = 1 + \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 点  $A$  为曲线  $C_1$  上的动点, 点  $B$  在线段  $OA$  的延长线上, 且满足  $|OA| \cdot |OB| = 8$ , 点  $B$  的轨迹为  $C_2$ .

(1) 求曲线  $C_1, C_2$  的极坐标方程;

(II) 设点  $M$  的极坐标为  $(2, \frac{3\pi}{2})$ , 求  $\triangle ABM$  面积的最小值.

7. (12分) 设函数  $f(x) = |2x - 1| + |2x - a|, x \in \mathbb{R}$ .

(1) 当  $a = 4$  时, 求不等式  $f(x) > 9$  的解集;

(2) 对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 恒有  $f(x) \geq 5 - a$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 2019-2020学年广西南宁三中重点班高二(下)期末数学试卷(文科) (答案&解析)

### 选择题

1. A

【解析】解:  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}$ ,

$$B = \{x | 2^{x-1} > 1\} = \{x | x > 1\},$$

$$C \cup B = [3, +\infty).$$

故选A.

根据集合A是二次不等式的解集, 集合B是指数不等式的解集, 因此可求出集合A, B, 根据补集的求法求得CBA.此题是个基础题. 考查对集合的理解和二次函数求值域以及对数函数定义域的求法, 集合的补集及其运算.

2. B

【解析】解:  $z(i-2)=5$ , 则  $z = \frac{5}{2-i} = -\frac{5(2+i)}{(2-i)(2+i)} = -2i$ .

则在复平面内,  $z = -2 + 1$ 对应的点(-2, 1)位于第二象限.

故选:B.

利用复数的运算法则、共轭复数的定义、几何意义即可得出.

本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义、几何意义, 考查了推理能力与计算能力, 属于基础题.

3. A

【解析】解: 假如甲: 我没有偷是真的, 乙: 丙是小偷、丙: 丁是小偷是假的, 丁: 我没有偷就是真的, 与他们四人中只有一人说真话矛盾, 假如甲: 我没有偷是假的, 那么丁: 我没有偷就是真的, 乙: 丙是小偷、丙: 丁是小偷是假的, 成立, 故选:A.

此题可以采用假设法进行讨论推理, 即可得出结论.

本题考查进行简单的合情推理, 考查学生分析解决问题的能力, 比较基础.

4. C

【解析】解:  $f(x) = 3x^2 - 4x$ ,

令  $f(x) = 3x^2 - 4x > 0$ , 解得  $x < 0$  或  $x > \frac{4}{3}$ ,

所以当  $x \in [-1, 0) \cup (\frac{4}{3}, 3]$  时,  $f(x) > 0$ , 函数  $f(x)$  单调递增.

当  $x \in (0, \frac{4}{3})$  时,  $f(x) < 0$ , 函数  $f(x)$  单调递减, O 错误.

所以  $x=0$  是它的极大值点, D 正确,

因为  $f(0)=0, f(3)=27-2 \times 9=9$ ,

所以函数  $f(x)$  的最大值为 9, A 正确,

因为  $f(-1) = -1 - 2 = -3, f(\frac{4}{3}) = \frac{64}{27} - 2 \times \frac{16}{9} = -\frac{32}{27}$  所以函数  $f(x)$  的最小值为 -3, B 正确,

故选: C.

对  $f(x)$  求导, 分析  $f'(x)$  的正负, 进而得  $f(x)$  的单调区间, 极值可判断 C 错误, D 正确, 再计算出极值, 端点处函数值  $f(1), f(3)$ , 可得函数  $f(x)$  的最大值, 最小值, 进而可判断 A 正确, B 正确.

本题考查利用导数去分析函数的最值, 极值, 单调性, 属于中档题.

5. A

【解析】解: 函数  $f(x) = \sqrt{2x-1} + a$  的定义域为  $[\frac{1}{2}, +\infty)$

$\square y = \sqrt{2x-1}$  和  $y=x$  在  $[\frac{1}{2}, +\infty)$  上均为增函数

故  $f(x) = \sqrt{2x-1} + x$  在  $[\frac{1}{2}, +\infty)$  上为增函数

$\square$  当  $x = \frac{1}{2}$  时, 函数取最小值  $\frac{1}{2}$ , 无最大值,

故函数  $f(x) = \sqrt{2x-1} + a$  的值域是  $[\frac{1}{2}, +\infty)$

故选: A.

由  $y = \sqrt{2x-1}$  和  $y=x$  在  $[\frac{1}{2}, +\infty)$  上均为增函数, 可得故  $f(x) = \sqrt{2x-1} + x$  在  $[\frac{1}{2}, +\infty)$  上为增函数, 求出函数的

定义域后, 结合单调性, 求出函数的最值, 可得函数的值域

本题考查的知识点是求函数的值域, 分析出函数的单调性是解答的关键.

6. A

【解析】解:  $\square$  若  $p \vee q$  为假命题, 则命题  $p$  和  $q$  为一真一假和全部为假, 故  $p, q$  均为假命题错误;

$\square$  对于命题  $p: \square x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ , 则  $\square p$  为:  $\square x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \geq 0$ ; 故错误.

$\square$  “ $a=2$ ”是“函数  $f(x) = \log \square x$  在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数; 当函数  $f(x) = \log \square x$  在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数, 则  $a > 1$ .”

故“ $a=2$ ”是“函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数”的充分不必要条件；正确。

$f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  为偶函数则  $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ , 故错误。

故选:A.

直接利用命题的否定的应用, 真值表的应用, 三角函数关系式的恒等变换, 指数函数的性质的应用求出结果.

本题考查的知识要点: 命题的否定的应用, 真值表的应用, 三角函数关系式的恒等变换, 指数函数的性质的应用, 主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力, 属于基础题型.

7. C

【解析】解: 令  $g(x) = x^3 + ax^2 + bx$ , 易得其为奇函数,

则  $f(x) = g(x) - 8$ ,

所以  $f(-2) = g(-2) - 8 = 10$ , 得  $g(-2) = 18$ ,

因为  $g(x)$  是奇函数, 即  $g(2) = -g(-2)$ , 所以  $g(2) = -18$ ,

则  $f(2) = g(2) - 8 = -18 - 8 = -26$ ,

故选: C.

令  $g(x) = x^3 + ax^2 + bx$ , 由函数奇偶性的定义得其为奇函数, 根据题意和奇函数的性质求出  $f(2)$  的值.

本题考查函数奇偶性的应用, 以及整体代换求函数值, 属于基础题.

8. D

【解析】解: 对任意两个不相等的正实数  $x_1, x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{x_1 \cdot x_2} > 2$  恒成立

则当  $x > 0$  时,  $f(x) \geq 2$  恒成立

$f(x) = \frac{a}{x} + x \geq 2$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立

则  $a \geq (2x - x^2)_{\max} = 1$

故选: D.

先将条件“对任意两个不相等的正实数  $x_1, x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{x_1 \cdot x_2} > 2$  恒成立”转换成当  $x > 0$  时,  $f(x) \geq 2$  恒成立, 然后利用参变量分离的方法求出  $a$  的范围即可.

本题主要考查了导数的几何意义, 以及函数恒成立问题, 同时考查了转化与划归的数学思想, 属于基础题.

9. B

【解析】解: 设过点  $P(1, t)$  的直线与曲线  $y = f(x)$  相切于点  $(x_0, 2x_0^3 - 3x_0)$ ,

则  $\frac{2x_0^3 - 3x_0 - t}{x_0 - 1} = 6x_0^2 - 3$ ,

化简得,  $4x_0^3 - 6x_0^2 + 3 + t = 0$ ,

令  $g(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3 + t$ ,

则令  $g'(x) = 12x(x-1) = 0$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/928003067015007005>