2024 届内蒙古翁牛特旗乌丹第一中学高三第三次大联考数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{3}{4}x$，且其右焦点为 $(5,0)$，则双曲线 C 的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$　　B．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　C．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

2．抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 F，则经过点 F 与点 $M(2,2)$ 且与抛物线的准线相切的圆的个数有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．0 个　　D．无数个

3．如图，这是某校高三年级甲、乙两班在上学期的 5 次数学测试的班级平均分的茎叶图，则下列说法不正确的是（　　）

甲班		乙班	
	9	5	8
7 3 1	10	1	3
2	11	3	

A．甲班的数学成绩平均分的平均水平高于乙班

B．甲班的数学成绩的平均分比乙班稳定

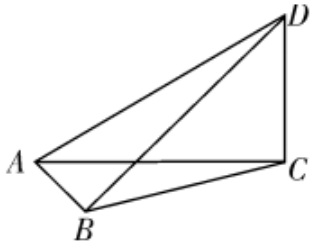
C．甲班的数学成绩平均分的中位数高于乙班

D．甲、乙两班这 5 次数学测试的总平均分是 103

4．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\log_3 a_n+1=\log_3 a_{n+1}\left(n\in N^*\right)$，且 $a_2+a_4+a_6=9$，则 $\log_{\frac{1}{3}}(a_3+a_5+a_7)$ 的值是(　　)

A．5　　B．-3　　C．4　　D．$\frac{9}{91}$

5．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$BC=3$，$\angle ABC=120°$，$\angle ACD=90°$，$\angle CDA=60°$，则 BD 的长度为（　　）



A．$\frac{5\sqrt{3}}{3}$　　B．$2\sqrt{3}$

C．$3\sqrt{3}$　　D．$\frac{7\sqrt{3}}{3}$

6．已知抛物线C：$x^2=4y$的焦点为F，过点F的直线l交抛物线C于A，B两点，其中点A在第一象限，若弦AB的长为$\frac{25}{4}$，则$\frac{|AF|}{|BF|}=$（　）

A．2或$\frac{1}{2}$　　B．3或$\frac{1}{3}$　　C．4或$\frac{1}{4}$　　D．5或$\frac{1}{5}$

7．已知$f(x)$是定义在$[-2,2]$上的奇函数，当$x\in(0,2]$时，$f(x)=2^x-1$，则$f(-2)+f(0)=$（　）

A．-3　　B．2　　C．3　　D．-2

8．已知$0<a<b<1$，则（　）

A．$(1-a)^{\frac{1}{b}}>(1-a)^b$　B．$(1-a)^b>(1-a)^{\frac{b}{2}}$　C．$(1+a)^a>(1+b)^b$　D．$(1-a)^a>(1-b)^b$

9．已知$\cos(2019\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，则$\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=$（　）

A．$\frac{7}{9}$　　B．$\frac{5}{9}$　　C．$-\frac{5}{9}$　　D．$-\frac{7}{9}$

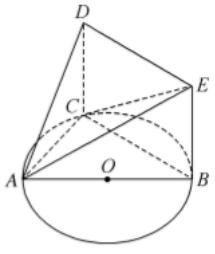
10．在复平面内，复数$z=\frac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i为虚数单位）对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

11．我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水.天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸.若盆中积水深九寸，则平地降雨量是（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸；③台体的体积公式$V=\frac{1}{3}(S_{上}+\sqrt{S_{上}S_{下}}+S_{下})\cdot h$）.

A．2寸　　B．3寸　　C．4寸　　D．5寸

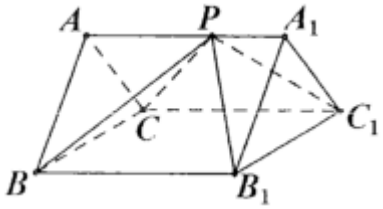
12．如图，ΔABC内接于圆O，AB是圆O的直径，$DC=BE, DC//BE, DC\perp CB, DC\perp CA, AB=2EB=2$，则三棱锥$E-ABC$体积的最大值为（　）



A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均为 2,点 P 为侧棱 AA_1 上任意一点,则四棱锥 $P-BCC_1B_1$ 的体积为_____.



14．在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，S 为 ΔABC 的面积，若 $c=2a\cos B$，$S=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{4}c^2$，则 ΔABC 的形状为_____，C 的大小为_____.

15．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 AA_1 的中点，F 是棱 A_1B_1 上的点，且 $A_1F=\frac{1}{3}FB_1$，则异面直线 EF 与 BC_1 所成角的余弦值为_____.

16．设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^3>8$”是“$x>2$”的_____条件.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\frac{x^2}{e^x}$，

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）当 $0<m<\frac{4}{e^2}$ 时，判断函数 $g\left(x\right)=\frac{x^2}{e^x}-m$，（$x\geq 0$）有几个零点，并证明你的结论；

（3）设函数 $h\left(x\right)=\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{x}+f\left(x\right)\right]-\frac{1}{2}\left|x-\frac{1}{x}-f\left(x\right)\right|-cx^2$，若函数 $h\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 为增函数，求实数 c 的取值范围.

18．（12 分）以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases}x=1+\sqrt{5-a}\cos\theta\\ y=2+\sqrt{5-a}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数，常数 $a<5$），曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho\sin^2\theta+4\sin\theta=\rho$.

（1）写出 C_1 的普通方程及 C_2 的直角坐标方程，并指出是什么曲线；

（2）若直线 l 与曲线 C_1，C_2 均相切且相切于同一点 P，求直线 l 的极坐标方程.

19．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^{2x}-\lambda e^x\cos x-1\left(\lambda\in R\right)$，直线 l 是曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $x=0$ 处的切线.

（1）求证：无论实数λ取何值，直线l恒过定点，并求出该定点的坐标；

（2）若直线l经过点$(1,6)$，试判断函数$f(x)$的零点个数并证明.

20.（12分）已知ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知向量$\vec{m}=(\cos B,2\cos^2\frac{C}{2}-1)$，$\vec{n}=(c,b-2a)$且$\vec{m}\cdot\vec{n}=0$.

（1）求角C的大小；

（2）若ΔABC的面积为$2\sqrt{3}$，$a+b=6$，求c.

21.（12分）已知ΔABC的三个内角$A,\ B,\ C$所对的边分别为$a,\ b,\ c$，向量$\vec{m}=(1,2)$，$\vec{n}=\left(\cos 2A,\cos^2\frac{A}{2}\right)$，且$\vec{m}\cdot\vec{n}=1$.

（1）求角A的大小；

（2）若$b+c=2a=2\sqrt{3}$，求$\sin\left(B-\frac{\pi}{4}\right)$的值

22.（10分）已知函数$f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

(Ⅰ)求函数$f(x)$的极值；

(Ⅱ)若$m>n>0$,且$m^n=n^m$,求证：$mn>e^2$.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

试题分析：由题意得$\frac{b}{a}=\frac{3}{4}$，$c^2=a^2+b^2=25$，所以$a=4$，$b=3$，所求双曲线方程为$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

考点：双曲线方程.

2、B

【解析】

圆心在FM的中垂线上，经过点F，M且与l相切的圆的圆心到准线的距离与到焦点F的距离相等，圆心在抛物线上，直线与抛物线交于2个点，得到2个圆.

【详解】

因为点$M(2,2)$在抛物线$y^2=2x$上，

又焦点$F(\frac{1}{2},\ 0)$，

由抛物线的定义知，过点F、M且与l相切的圆的圆心即为线段FM的垂直平分线与抛物线的交点，

这样的交点共有2个，

故过点F、M且与l相切的圆的不同情况种数是2种.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查抛物线的简单性质，本题解题的关键是求出圆心的位置，看出圆心必须在抛物线上，且在垂直平分线上.

3、D

【解析】

计算两班的平均值，中位数，方差得到ABC正确，两班人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，D错误，得到答案.

【详解】

由题意可得甲班的平均分是104，中位数是103，方差是26.4；

乙班的平均分是102，中位数是101，方差是37.6，则*A*，*B*，*C*正确.

因为甲、乙两班的人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，故*D*错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了茎叶图，平均值，中位数，方差，意在考查学生的计算能力和应用能力.

4、B

【解析】

由$\log_3 a_n+1=\log_3 a_{n+1}$，可得$a_{n+1}=3a_n$，所以数列$\{a_n\}$是公比为3的等比数列，

所以$a_2+a_4+a_6=a_2+9a_2+81a_2=91a_2=9$，则$a_2=\frac{9}{91}$，

则$\log_{\frac{1}{3}}(a_3+a_5+a_7)=\log_{\frac{1}{3}}(3a_2+27a_2+243a_2)=\log_{\frac{1}{3}}3^3=-3$，故选B.

点睛：本题考查了等比数列的概念，等比数列的通项公式及等比数列的性质的应用，试题有一定的技巧，属于中档试题，解决这类问题的关键在于熟练掌握等比数列的有关公式并能灵活运用，尤其需要注意的是，等比数列的性质和在使用等比数列的前 *n* 项和公式时，应该要分类讨论，有时还应善于运用整体代换思想简化运算过程.

5、D

【解析】

设$\angle ACB=\alpha$，在ΔABC中，由余弦定理得$AC^2=10-6\cos 120^\circ=13$，从而求得$CD$，再由由正弦定理得$\frac{AB}{\sin\alpha}=\frac{AC}{\sin 120^\circ}$，求得$\sin\alpha$，然后在$\Delta BCD$中，用余弦定理求解.

【详解】

设$\angle ACB=\alpha$，在ΔABC中，由余弦定理得$AC^2=10-6\cos 120^\circ=13$，

则$AC=\sqrt{13}$，从而$CD=\sqrt{\frac{13}{3}}$，

由正弦定理得$\frac{AB}{\sin\alpha}=\frac{AC}{\sin 120^\circ}$，即$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$，

从而$\cos\angle BCD=\cos\left(90^\circ+\alpha\right)=-\sin\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$，

在ΔBCD中，由余弦定理得：$BD^2=9+\frac{13}{3}+2\times 3\times\sqrt{\frac{13}{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}=\frac{49}{3}$，

则$BD=\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.

6、C

【解析】

先根据弦长求出直线的斜率，再利用抛物线定义可求出$|AF|,|BF|$.

【详解】

设直线的倾斜角为θ，则$|AB|=\frac{2p}{\cos^2\theta}=\frac{4}{\cos^2\theta}=\frac{25}{4}$，

所以$\cos^2\theta=\frac{16}{25}$，$\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}-1=\frac{9}{16}$，即$\tan\theta=\pm\frac{3}{4}$，

所以直线l的方程为$y=\pm\frac{3}{4}x+1$.当直线l的方程为$y=\frac{3}{4}x+1$，

联立$\begin{cases} x^2=4y \\ y=\dfrac{3}{4}x+1 \end{cases}$，解得$x_1=-1$和$x_2=4$，所以$\dfrac{|AF|}{|BF|}=\left|\dfrac{4-0}{0-(-1)}\right|=4$；

同理，当直线l的方程为$y=-\dfrac{3}{4}x+1$.$\dfrac{|AF|}{|BF|}=\dfrac{1}{4}$，综上，$\dfrac{|AF|}{|BF|}=4$或$\dfrac{1}{4}$.选 C.

【点睛】

本题主要考查直线和抛物线的位置关系，弦长问题一般是利用弦长公式来处理.出现了到焦点的距离时，一般考虑抛物线的定义.

7、A

【解析】

由奇函数定义求出$f(0)$和$f(-2)$.

【详解】

因为$f(x)$是定义在$[-2,2]$上的奇函数，$\therefore f(0)=0$.又当$x\in(0,2]$时，

$f(x)=2^x-1,\therefore f(-2)=-f(2)=-(2^2-1)=-3$，$\therefore f(-2)+f(0)=-3$.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性，掌握奇函数的定义是解题关键.

8、D

【解析】

根据指数函数的单调性，即当底数大于 1 时单调递增，当底数大于零小于 1 时单调递减，对选项逐一验证即可得到正确答案.

【详解】

因为$0<a<1$，所以$0<1-a<1$，所以$y=(1-a)^x$是减函数，

又因为$0<b<1$，所以$\dfrac{1}{b}>b$，$b>\dfrac{b}{2}$，

所以$(1-a)^{\frac{1}{b}}<(1-a)^b$，$(1-a)^b<(1-a)^{\frac{b}{2}}$，所以 A,B 两项均错；

又$1<1+a<1+b$，所以$(1+a)^a<(1+b)^a<(1+b)^b$，所以 C 错；

对于 D，$(1-a)^a>(1-a)^b>(1-b)^b$，所以$(1-a)^a>(1-b)^b$，

故选 D.

【点睛】

这个题目考查的是应用不等式的性质和指对函数的单调性比较大小，两个式子比较大小的常用方法有：做差和 0 比，作商和 1 比，或者直接利用不等式的性质得到大小关系，有时可以代入一些特殊的数据得到具体值，进而得到大小关系.

9、C

【解析】

利用诱导公式得$\cos(2019\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，$\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha$，再利用倍角公式，即可得答案.

【详解】

由$\cos(2019\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$可得$\cos(\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\frac{2}{9}-1=-\frac{5}{9}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查诱导公式、倍角公式，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意三角函数的符号.

10、C

【解析】

化简复数为$a+bi$ (a、$b\in R$)的形式，可以确定z对应的点位于的象限.

【详解】

解：复数$z=\frac{2-i}{i}=\frac{(2-i)i}{i^2}=-(2i-i^2)=-1-2i$

故复数z对应的坐标为$(-1,-2)$位于第三象限

故选：C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的运算，复数和复平面内点的对应关系，属于基础题.

11、B

【解析】

试题分析：根据题意可得平地降雨量$=\frac{\frac{1}{3}\times 9\times(10^2\pi+\sqrt{10^2\pi\times 6^2\pi}+6^2\pi)}{14^2\pi}=3$，故选 B.

考点：1.实际应用问题；2.圆台的体积.

12、B

【解析】

根据已知证明 $BE\perp$ 平面 ABC，只要设 $AC=x$，则 $BC=\sqrt{4-x^2}\left(0<x<2\right)$，从而可得体积

$V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2\left(4-x^2\right)}$，利用基本不等式可得最大值.

【详解】

因为 $DC=BE,DC//BE$，所以四边形 $DCBE$ 为平行四边形.又因为 $DC\perp CB,DC\perp CA,CB\cap CA=C,CB\subset$ 平面 ABC，$CA\subset$ 平面 ABC，

所以 $DC\perp$ 平面 ABC，所以 $BE\perp$ 平面 ABC.在直角三角形 ABE 中，$AB=2EB=2$，

设 $AC=x$，则 $BC=\sqrt{4-x^2}\left(0<x<2\right)$，

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}x\cdot\sqrt{4-x^2}$，所

以 $V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2\left(4-x^2\right)}$.又因为 $x^2\left(4-x^2\right)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，当且仅当

$x^2\left(4-x^2\right)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，即 $x=\sqrt{2}$ 时等号成立，

所以 $\left(V_{E-ABC}\right)_{\max}=\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查求棱锥体积的最大值．解题方法是：首先证明线面垂直同，得棱锥的高，然后设出底面三角形一边长为 x，用建立体积 V 与边长 x 的函数关系，由基本不等式得最值，或由函数的性质得最值.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】

依题意得 $S_{\text{矩形}BB_1C_1C}=2\times2=4$,再求点 P 到平面的距离为点 A 到直线 BC 的距离 h_p,用公式

所以 $V_{P-BB_1C_1C}=\frac{1}{3}S_{\text{矩形}BB_1C_1C}\times h_P$ 即可得出答案.

【详解】

解：正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均为 2,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/928020037131006116