

## 2024 年山东省济南市中考数学模拟试卷（四）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1.（4 分）-2023 的相反数是（ ）

- A.  $\frac{1}{2023}$       B. -2023      C.  $\frac{1}{2023}$       D. 2023

2.（4 分）光年是天文学上一种距离单位，一光年是指光在一年内走过的路程，约等于 94600 亿 km（ ）

- A.  $9.46 \times 10^{11}$       B.  $94.6 \times 10^{11}$       C.  $94.6 \times 10^{12}$       D.  $9.46 \times 10^{12}$

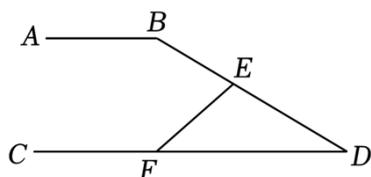
3.（4 分）如图，俯视图是（ ）



4.（4 分）下列计算正确的是（ ）

- A.  $(-2x^3)^2 = 4x^5$       B.  $5x - 2x = 3x$   
 C.  $(x+y)(x-z) = x^2 - yz$       D.  $x^2y \cdot 2x^3 = 2x^6y$

5.（4 分）如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABE = 145^\circ$ ，则  $\angle BEF$  的度数为（ ）



- A.  $40^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $75^\circ$       D.  $70^\circ$

6.（4 分）若点  $A(2, m)$  在  $x$  轴上，则点  $B(m-1, m-4)$  在（ ）

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

7.（4 分）小敏购买了一套“龙行龘龘”艺术书签（外包装完全相同），分别为“招财祥龙”“瑞狮福龙”“龙凤呈祥”“锦鲤旺龙”四种不同的主题．小敏从中拿两个送给同学，先随机抽取一个（不放回），则恰好抽到书签“招财祥龙”和“龙凤呈祥”的概率为（ ）

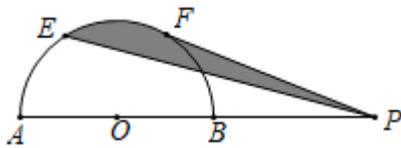


- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{8}$       D.  $\frac{1}{6}$

8. (4分) 已知点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  都在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上, 且  $x_3 < x_2 < 0 < x_1$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 ( )

- A.  $y_1 < y_3 < y_2$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_2 < y_3 < y_1$       D.  $y_3 < y_2 < y_1$

9. (4分) 如图所示,  $E, F$  是半圆弧的三等分点,  $P$  点是直径  $AB$  所在直线上任意一点, 那么图中阴影部分的面积为 ( )



- A.  $\frac{8}{3}\pi$       B.  $\frac{4}{3}\pi$       C.  $2\pi$       D.  $\frac{2}{3}\pi$

10. (4分) 定义: 在平面直角坐标系中, 若点  $A$  满足横, 纵坐标都为整数, 如:  $B(5, 0)$ ,  $C(-2, 3)$  都是“整点”. 抛物线  $y = mx^2 - 4mx + 4m + 3$  ( $m$  是常数, 且  $m < 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $P, Q$  两点,  $Q$  之间的部分与线段  $PQ$  所围成的区域 (包括边界) 恰有 6 个“整点” ( )

- A.  $-3 < m \leq -\frac{3}{4}$       B.  $-3 < m \leq -2$       C.  $-3 \leq m < -\frac{3}{4}$       D.  $-3 \leq m < -2$

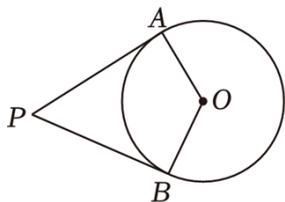
二、填空题 (本大题共 6 个小题. 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在答题卡的横线上.)

11. (4分) 分解因式:  $x^2y - 4y^3 =$  \_\_\_\_\_.

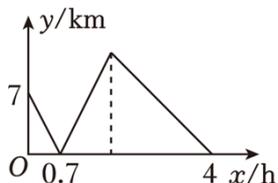
12. (4分) 一个多边形的内角和是  $2880^\circ$ , 则这个多边形是 \_\_\_\_\_ 边形.

13. (4分) 化简:  $\frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2} =$  \_\_\_\_\_.

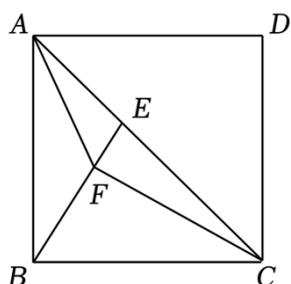
14. (4分) 如图,  $PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A, B$ , 且  $\angle APB = 56^\circ$ , 若点  $C$  是  $\odot O$  上异于点  $A$ , 则  $\angle ACB$  的大小为 \_\_\_\_\_.



15. (4分) 某游船在水流速度为  $2.5\text{km/h}$  的航段内, 先顺流从  $A$  地到  $B$  地, 再逆流从  $B$  地到  $C$  地 ( $C$  在  $A, B$  之间) ( $\text{km}$ ) 和游船航行的时间  $x$  ( $\text{h}$ ) 之间的函数关系如图所示,  $B$  两地的距离为  $\text{km}$ .



16. (4分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB=4$ , 连接  $BE$ , 点  $F$  在  $BE$  上运动, 连接  $AF$ , 则  $AF$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

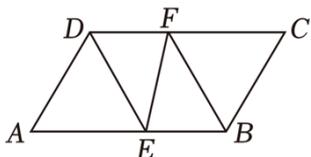


三、解答题 (本大题共 10 个小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (6分) 计算:  $\sqrt{12} - 3\tan 60^\circ + |1 - \sqrt{3}| + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ .

18. (6分) 解不等式组  $\begin{cases} 2(x-1) < 7-x \\ 3+2x \geq \frac{2x+1}{3} \end{cases}$ , 并写出不等式组的最小整数解.

19. (6分) 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $DE$  平分  $\angle ADC$  交  $AB$  于点  $E$ , 求证:  $DE=BF$ .



20. (8分) 为弘扬向善、为善优秀品质, 助力爱心公益事业, 某校组织开展“人间自有真情在, 八年级全体同学参加了此次活动. 随机抽查了部分同学捐款的情况, 统计结果如图 1 和图 2 所示.

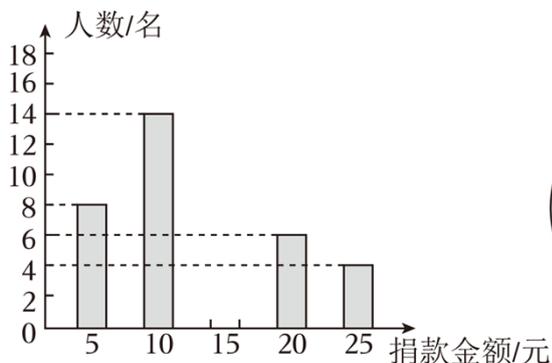


图 1

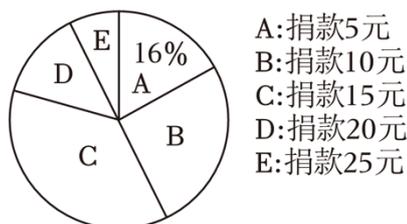
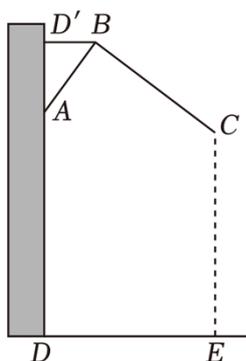


图 2

- (1) 本次抽查的学生人数是 \_\_\_\_\_，并补全条形统计图；
- (2) 本次捐款金额的众数为 \_\_\_\_\_元，中位数为 \_\_\_\_\_元；
- (3) 若该校八年级学生为 600 名，请你估算捐款总金额约有多少元？

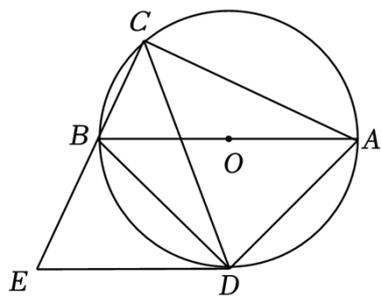
21. (8 分) 为优化社区风貌，提升“夜长沙”气质，某小区购进一款新型路灯，支撑臂  $AB=50\text{cm}$ ， $\angle ABC=72^\circ$ 。(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ )

- (1) 求  $B$  点与支撑柱  $DD'$  的距离；
- (2) 若  $AD=280\text{cm}$ ，支撑臂  $BC=70\text{cm}$ ，求路灯  $C$  离地面的距离。



22. (8 分) 如图， $AB$  为  $\odot O$  的直径，点  $C$  在  $\odot O$  上，过点  $D$  作  $DE \parallel AB$ ，交  $CB$  的延长线于点  $E$ 。

- (1) 求证： $ED$  是  $\odot O$  的切线；
- (2) 若  $AC=9\sqrt{2}$ ， $BC=3\sqrt{2}$ ，求  $CD$  的长。

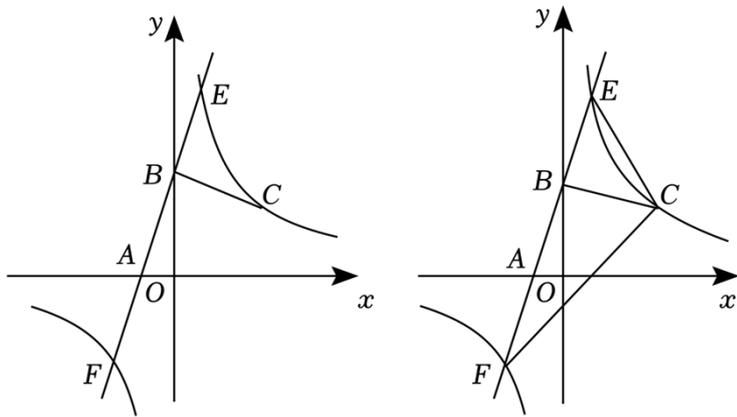


23. (10 分) 为满足顾客的购物需求，某水果店计划购进甲、乙两种水果进行销售。通过市场调研发现：购进 5 千克甲种水果和 3 千克乙种水果共需 38 元；乙种水果每千克的进价比甲种水果多 2 元。

- (1) 求甲、乙两种水果的进价分别是多少？
- (2) 已知甲、乙两种水果的售价分别为 6 元/千克和 9 元/千克，若水果店购进这两种水果共 300 千克，其中甲种水果的重量不低于乙种水果的 2 倍，最大利润是多少？

24. (10 分) 如图，一次函数  $y_1=3x+3$  的图象与  $x$  轴交于点  $A$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ ，与反比例函数  $y_2=\frac{k}{x}$

- $(m, 6)$  和  $F$ 。且点  $C(3, n)$  在反比例函数图象上。



(1) 求反比例函数的解析式以及点  $F$  的坐标；

(2) 点  $P$  在反比例函数第一象限的图象上，连接  $CE$ ,  $CF$  和  $CP$ ，若  $S_{\triangle ECP} = \frac{4}{15} S_{\triangle ECF}$ ；

(3) 点  $M$  在  $x$  轴上运动，点  $N$  在反比例函数  $y_2 = \frac{k}{x}$  的图象上运动， $F$ ,  $M$  和  $N$  为顶点的四边形是平行四边形，直接写出点  $M$  的坐标.

25. (12分) 在  $\triangle ABC$  中， $CA=CB$ ,  $\angle ACB=\alpha$ ,  $C$  重合的任意一点，连接  $AP$ , 连接  $AD$ ,  $BD$

(1) 观察证明.

如图 1, 当  $\alpha=60^\circ$  时

①猜想  $BD$  与  $CP$  的数量关系为 \_\_\_\_\_, 并说明理由.

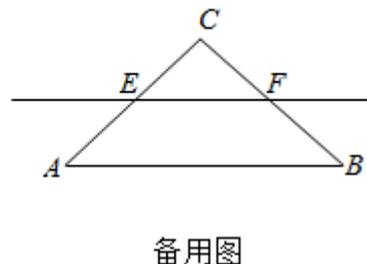
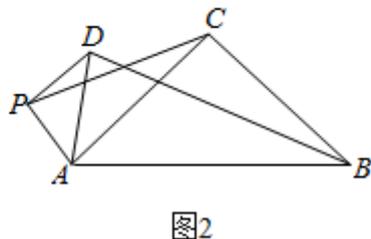
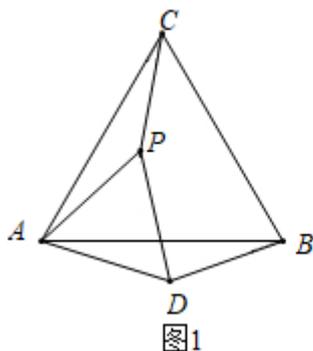
②直线  $BD$  与直线  $CP$  相交所成的较小角的度数是 \_\_\_\_\_.

(2) 类比猜想

如图 2, 当  $\alpha=90^\circ$  时, 请直接写出  $\frac{BD}{CP}$

(3) 解决问题

当  $\alpha=90^\circ$  时, 若点  $E, F$  分别是  $CA, CB$  的中点, 点  $P$  在直线  $EF$  上, 请直接写出点  $C, P$  的  $\frac{AD}{CP}$  的值.

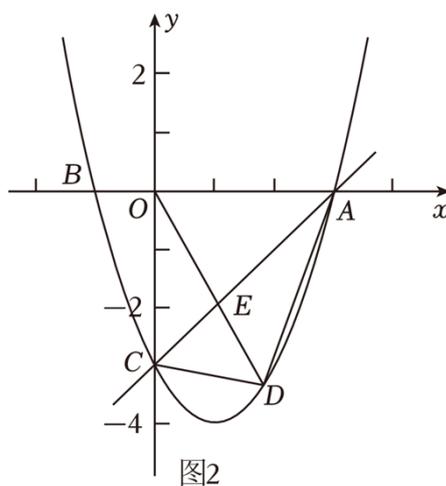
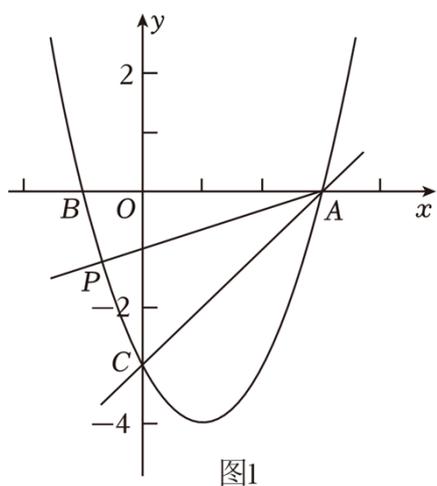


26. (12分) 如图, 抛物线与  $x$  轴相交于点  $A(3, 0)$ 、点  $B(-1, 0)$  ( $0, -3$ ).

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 若点  $P$  为抛物线在第三象限图象上的点, 且  $\angle PAB = \angle OCB$ ;

(3) 如图 2, 点  $D$  是抛物线上一动点, 连接  $OD$  交线段  $AC$  于点  $E$  当  $\triangle AOE$  与  $\triangle ABC$  相似时



# 2024年山东省济南市中考数学模拟试卷（四）

## 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1.（4分）-2023 的相反数是（ ）

- A.  $\frac{1}{2023}$       B. -2023      C.  $\frac{1}{2023}$       D. 2023

【解答】解：-2023 的相反数为 2023.

故选：D.

2.（4分）光年是天文学上一种距离单位，一光年是指光在一年内走过的路程，约等于 94600 亿 km（ ）

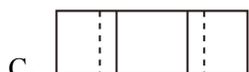
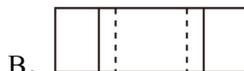
- A.  $9.46 \times 10^{11}$       B.  $94.6 \times 10^{11}$       C.  $94.6 \times 10^{12}$       D.  $9.46 \times 10^{12}$

【解答】解：因为 94600 亿 = 9460000000000，

所以 94600 亿用科学记数法表示为  $9.46 \times 10^{12}$ .

故选：D.

3.（4分）如图，俯视图是（ ）



【解答】解：从上边看，可得选项 C 的图形.

故选：C.

4.（4分）下列计算正确的是（ ）

- A.  $(-2x^3)^2 = 4x^5$       B.  $5x - 2x = 3x$   
C.  $(x+y)(x-z) = x^2 - yz$       D.  $x^2y \cdot 2x^3 = 2x^6y$

【解答】解： $(-2x^3)^2 = 4x^6$ ，故 A 不符合题意；

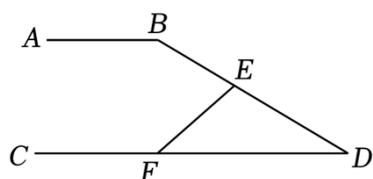
$5x - 2x = 3x$ ，故 B 符合题意；

$(x+y)(x-z) = x^2 - xz + xy - yz$ ，故 C 不符合题意；

$x^2y \cdot 2x^3 = 2x^5y$ ，故 D 不符合题意；

故选：B.

5. (4分) 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABE = 145^\circ$ , 则  $\angle BEF$  的度数为 ( )



- A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $75^\circ$                       D.  $70^\circ$

**【解答】**解:  $\because AB \parallel CD$ ,  
 $\therefore \angle ABE + \angle D = 180^\circ$ ,  
 $\because \angle ABE = 145^\circ$ ,  
 $\therefore \angle D = 35^\circ$ ,  
 $\because \angle DFE = 40^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BEF = \angle D + \angle DFE = 75^\circ$ .

故选: C.

6. (4分) 若点  $A(2, m)$  在  $x$  轴上, 则点  $B(m-1, m-4)$  在 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

**【解答】**解:  $\because$  点  $A(2, m)$  在  $x$  轴上,  
 $\therefore m = 0$ ,  
 $\therefore m - 1 = -1, m - 4 = -4$ ,

故  $B(-1, -4)$ .

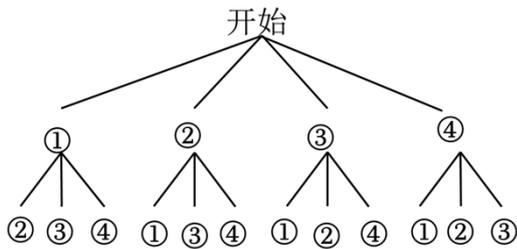
故选: C.

7. (4分) 小敏购买了一套“龙行龘龘”艺术书签(外包装完全相同), 分别为“招财祥龙”“瑞狮福龙”“龙凤呈祥”“锦鲤旺龙”四种不同的主题. 小敏从中拿两个送给同学, 先随机抽取一个(不放回), 则恰好抽到书签“招财祥龙”和“龙凤呈祥”的概率为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D.  $\frac{1}{6}$

**【解答】**解: 设“招财祥龙”为①, “瑞狮福龙”为②, “锦鲤旺龙”为④



共有 12 种等可能结果，其中同时抽到①③的结果有 2 次  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ,

故选: D.

8. (4 分) 已知点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  都在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上, 且  $x_3 < x_2 < 0 < x_1$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 ( )
- A.  $y_1 < y_3 < y_2$       B.  $y_1 < y_2 < y_3$       C.  $y_2 < y_3 < y_1$       D.  $y_3 < y_2 < y_1$

**【解答】**解:  $\because k = -2 < 0$ ,

$\therefore$  反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象分布在第二, 在每一象限  $y$  随  $x$  的增大而增大,

$\therefore$  点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  都在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上  $x_3 < x_2 < 0 < x_1$ ,

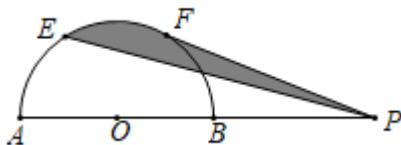
$\therefore$  点  $A(x_1, y_1)$  在第四象限,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  在第二象限,

$\therefore y_3 < 0 < y_2 < y_1$ .

$\therefore y_1 < y_2 < y_3$ .

故选: A.

9. (4 分) 如图所示,  $E, F$  是半圆弧的三等分点,  $P$  点是直径  $AB$  所在直线上任意一点, 那么图中阴影部分的面积为 ( )



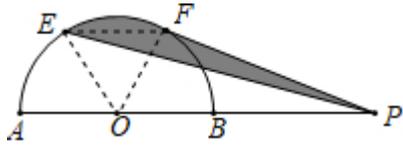
- A.  $\frac{8}{3}\pi$       B.  $\frac{4}{3}\pi$       C.  $2\pi$       D.  $\frac{2}{3}\pi$

**【解答】**解: 连接  $OE, EF$ , 则  $EF \parallel AP$ .

则  $S_{\triangle EPF} = S_{\triangle OEF}$ ;

因此  $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } OEF} = \frac{1}{2} \times \pi \times 8^2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{3}\pi$ .

故选: D.



10. (4分) 定义：在平面直角坐标系中，若点  $A$  满足横、纵坐标都为整数，如： $B(5, 0)$ ， $C(-2, 3)$  都是“整点”。抛物线  $y = mx^2 - 4mx + 4m + 3$  ( $m$  是常数，且  $m < 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $P$ ， $Q$  两点， $Q$  之间的部分与线段  $PQ$  所围成的区域（包括边界）恰有 6 个“整点” ( )
- A.  $-3 < m \leq -\frac{3}{4}$     B.  $-3 < m \leq -2$     C.  $-3 \leq m < -\frac{3}{4}$     D.  $-3 \leq m < -2$

【解答】解：由题意得， $y = mx^2 - 4mx + 6m + 3 = m(x - 2)^2 + 3$ ，

∴ 顶点是  $(2, 5)$ 。

∴ 点  $(2, 3)$ ， $(4, 4)$  必在抛物线上。

又∵ 在此区域内有 6 个整点，

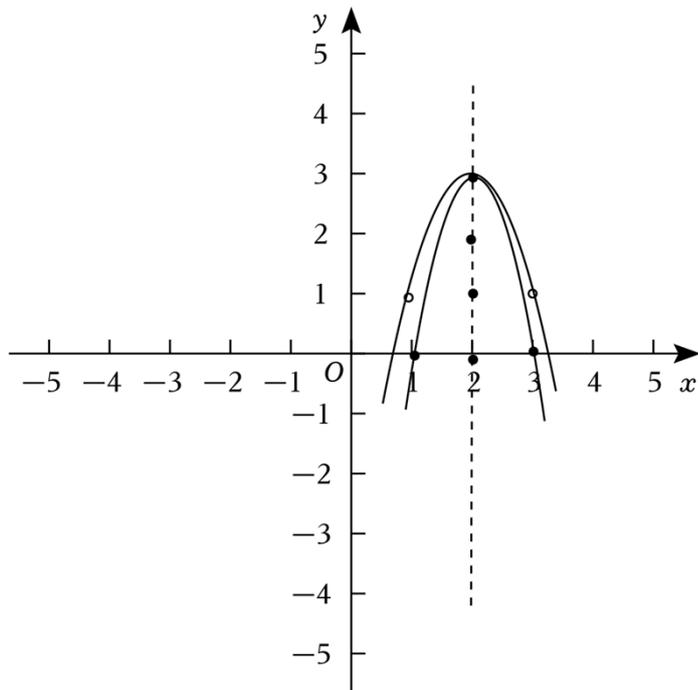
∴ 必有点  $(2, 8)$ ， $(2, 2)$ 。

又由题意，结合图象，1) 在边界上时；

当点  $(4, 0)$  在边界上时，

∴  $-3 \leq m < -5$ 。

故选：D。



二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分。把答案填在答题卡的横线上。）

11. (4分) 分解因式： $x^2y - 4y^3 = y(x+2y)(x-2y)$ 。

【解答】解：原式= $y(x^2 - 4y^2)$

$$=y(x+2y)(x-2y).$$

故答案为： $y(x+2y)(x-2y)$ .

12. (4分) 一个多边形的内角和是  $2880^\circ$ ，则这个多边形是 18 边形.

【解答】解：设这个多边形是  $n$  边形，根据题意，得

$$(n-2) \times 180^\circ = 2880^\circ,$$

$$\therefore n=18.$$

故答案为：18.

13. (4分) 化简： $\frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2} = \underline{a+2}$ .

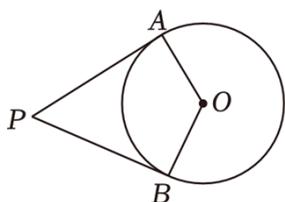
【解答】解：原式= $\frac{a^2-4}{a-2}$ ,

$$= \frac{(a-2)(a+2)}{a-2},$$

$$=a+2.$$

故答案为： $a+2$

14. (4分) 如图， $PA$ ， $PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A$ ，且  $\angle APB=56^\circ$ ，若点  $C$  是  $\odot O$  上异于点  $A$ ，则  $\angle ACB$  的大小为  $62^\circ$  或  $118^\circ$ .



【解答】解：如图，连接  $CA$ ，

$\because PA$ 、 $PB$  切  $\odot O$  于点  $A$ 、 $B$ ，

$$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle PAO + \angle PBO + \angle APB = 360^\circ,$$

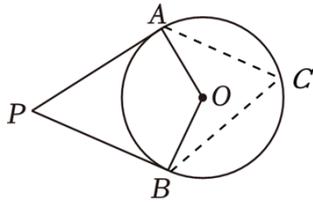
$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - \angle PAO - \angle PBO - \angle APB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 124^\circ,$$

由圆周角定理知， $\angle ACB = \frac{1}{2}$ .

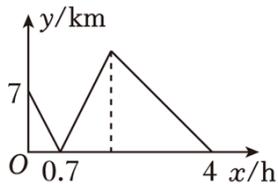
当点  $C$  在劣弧  $AB$  上时，

由圆内接四边形的性质得  $\angle ACB = 118^\circ$ ，

故答案为： $62^\circ$  或  $118^\circ$ .



15. (4分) 某游船在水流速度为  $2.5\text{km/h}$  的航段内, 先顺流从  $A$  地到  $B$  地, 再逆流从  $B$  地到  $C$  地 ( $C$  在  $A, B$  之间) ( $\text{km}$ ) 和游船航行的时间  $x$  ( $\text{h}$ ) 之间的函数关系如图所示,  $B$  两地的距离为 18  $\text{km}$ .



**【解答】**解: 由图可知, 游船顺流从  $A$  地到  $C$  地行驶  $7\text{km}$   $t' = \frac{s'}{v} = \frac{70\text{km}}{100\text{km/h}} = 0.4\text{h}$ , 所以游船在顺水中的速度为  $\frac{7}{0.2} = 10$  ( $\text{km/h}$ ),

则游船在静水中的速度为  $10 - 2.5 = 3.5$  ( $\text{km/h}$ ),

设  $B, C$  两地的距离为  $s\text{km}$ ,

$$\text{则 } \frac{s}{10} + \frac{s}{5} = 4 - 0.7,$$

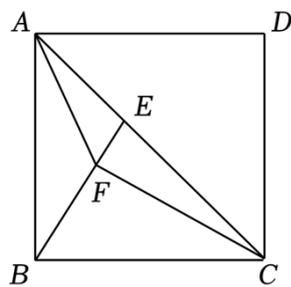
解得  $s = 11$ ,

即  $B, C$  两地的距离为  $5\text{km}$ ,

所以  $A, B$  两地的距离为  $7 + 11 = 18$  ( $\text{km}$ ).

故答案为: 18.

16. (4分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ , 连接  $BE$ , 点  $F$  在  $BE$  上运动, 连接  $AF$ , 则  $AF$  的最小值为  $2\sqrt{5} - 2$ .



**【解答】**解:  $\because \angle BCF = \angle ABE, \angle CBF = 90^\circ - \angle ABE = 90^\circ - \angle BCF$ ,

即  $\angle FBC + \angle FCB = 90^\circ$

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$

$\therefore F$  在  $BC$  为直径的一段弧上运动,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/928026112067006077>