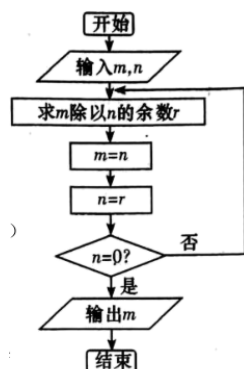


**B.**  $x \pm 2y = 0$

C.  $\sqrt{2}x \pm y = 0$

D.  $2x \pm y = 0$

7. 执行下面的程序框图，如果输入  $m = 1995$ ， $n = 228$ ，则计算机输出的数是（ ）



A. 58

B. 57

C. 56

D. 55

8. 盒子中有编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的 7 个相同的球，从中任取 3 个编号不同的球，则取的 3 个球的编号的中位数恰好为 5 的概率是（ ）

A.  $\frac{2}{35}$

B.  $\frac{8}{35}$

C.  $\frac{6}{35}$

D.  $\frac{3}{7}$

9. 已知三棱锥  $P-ABC$  的四个顶点都在球  $O$  的球面上， $PA \perp$  平面  $ABC$ ， $\triangle ABC$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的等边三角形，若球  $O$  的表面积为  $20\pi$ ，则直线  $PC$  与平面  $PAB$  所成角的正切值为（ ）

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{\sqrt{7}}{3}$

C.  $\frac{3}{7}\sqrt{7}$

D.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$

10. 已知函数  $f(x)$  满足：当  $x \in [-2, 2)$  时， $f(x) = \begin{cases} x(x+2), & -2 \leq x \leq 0 \\ \log_2 x, & 0 < x < 2 \end{cases}$ ，且对任意  $x \in \mathbf{R}$ ，都有

$f(x+4) = f(x)$ ，则  $f(2019) =$ （ ）

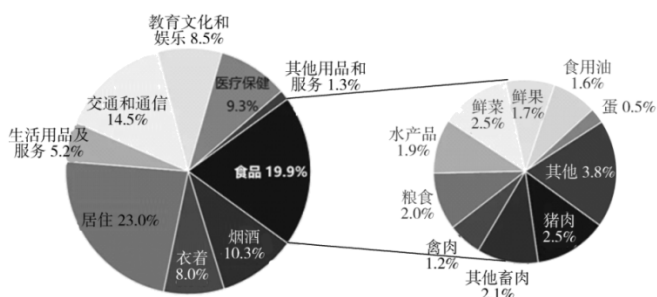
A. 0

B. 1

C. -1

D.  $\log_2 3$

11. 据国家统计局发布的数据，2019 年 11 月全国  $CPI$ （居民消费价格指数），同比上涨 4.5%， $CPI$  上涨的主要因素是猪肉价格的上涨，猪肉加上其他畜肉影响  $CPI$  上涨 3.27 个百分点。下图是 2019 年 11 月  $CPI$  一篮子商品权重，根据该图，下列结论错误的是（ ）



- A. *CPI* 一篮子商品中所占权重最大的是居住
- B. *CPI* 一篮子商品中吃穿住所占权重超过 50%
- C. 猪肉在 *CPI* 一篮子商品中所占权重约为 2.5%
- D. 猪肉与其他畜肉在 *CPI* 一篮子商品中所占权重约为 0.18%

12. 已知斜率为 2 的直线  $l$  过抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$ , 且与抛物线交于  $A, B$  两点, 若线段  $AB$  的中点  $M$  的纵坐标为 1, 则  $p =$  ( )

- A. 1
- B.  $\sqrt{2}$
- C. 2
- D. 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $x^{-3}(x+2)^6$  的展开式中的常数项为\_\_\_\_\_.

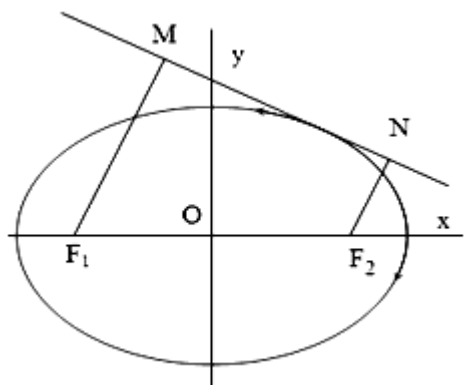
14. 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \geq 2x \\ x + y \geq 3 \end{cases}$ , 则  $x + 2y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, a = 2\sqrt{3}, b = 4, \triangle ABC$  外接圆的面积为  $4\pi$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直角三角形  $ABC$  的三个顶点都在椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$  上, 其中  $A(0, 1)$  为直角顶点. 若该三角形的面积的最大值为  $\frac{27}{8}$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

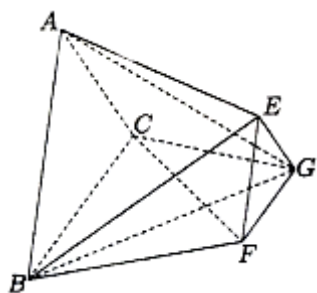
17. (12 分) 设点  $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$  的左、右焦点,  $P$  为椭圆  $C$  上任意一点, 且  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$  的最小值为 1.



(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 如图, 动直线  $l: y = kx + m$  与椭圆  $C$  有且仅有一个公共点, 点  $M$ ,  $N$  是直线  $l$  上的两点, 且  $F_1M \perp l$ ,  $F_2N \perp l$ , 求四边形  $F_1MNF_2$  面积  $S$  的最大值.

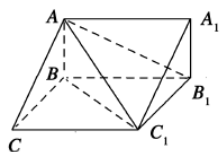
18. (12 分) 如图, 三棱台  $ABC - EFG$  的底面是正三角形, 平面  $ABC \perp$  平面  $BCGF$ ,  $CB = 2GF$ ,  $BF = CF$ .



(1) 求证:  $AB \perp CG$ ;

(2) 若  $BC = CF$ , 求直线  $AE$  与平面  $BEG$  所成角的正弦值.

19. (12 分) 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = 2$ ,  $BC = BB_1 = 4$ ,  $AC = AB_1 = 2\sqrt{5}$ , 且  $\angle BCC_1 = 60^\circ$ .



(1) 求证: 平面  $ABC_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ;

(2) 设二面角  $C - AC_1 - B$  的大小为  $\theta$ , 求  $\sin \theta$  的值.

20. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $c = 4\sqrt{2}$ ,  $\sin \frac{C}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求  $\sin A$ ;

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积  $S$  的最大值.

21. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ ,  $b \sin A = 3c \sin B$ ,  $a = 3$ ,  $\cos B = \frac{2}{3}$ .

(I) 求  $b$  的值;

(II) 求  $\cos(2B - \frac{\pi}{6})$  的值.

22. (10 分) 已知曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数). 以直角坐标系的原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴

为极轴建立坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho \sin^2 \theta = 4 \cos \theta$ .

(1) 求  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若过点  $F(1, 0)$  的直线  $l$  与  $C_1$  交于  $A, B$  两点, 与  $C_2$  交于  $M, N$  两点, 求  $\frac{|FA||FB|}{|FM||FN|}$  的取值范围.

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

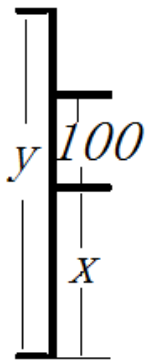
1、B

【解析】

根据题意, 画出几何关系, 结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离, 进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为  $x$  米, 塔的实际高度为  $y$  米, 几何关系如下图所示:



由题意可得  $\frac{100+x}{x} = \sqrt{2}$ , 解得  $x = 100(\sqrt{2} + 1)$ ;

且满足  $\frac{y}{x+100} = \sqrt{2}$ ,

故解得塔高  $y = (x+100)\sqrt{2} = 200(\sqrt{2}+1) \approx 480$  米，即塔高约为 480 米.

故选：B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用，属于基础题.

2、B

【解析】

根据指数函数的单调性，结合特殊值进行辨析.

【详解】

若  $2^m > 2^n > 1 = 2^0$ ， $\therefore m > n > 0$ ， $\therefore \pi^{m-n} > \pi^0 = 1$ ，故 B 正确；

而当  $m = \frac{1}{2}$ ， $n = \frac{1}{4}$  时，检验可得，A、C、D 都不正确，

故选：B.

【点睛】

此题考查根据指数幂的大小关系判断参数的大小，根据参数的大小判定指数幂或对数的大小关系，需要熟练掌握指数函数和对数函数的性质，结合特值法得出选项.

3、C

【解析】

由每个函数的单调区间，即可得到本题答案.

【详解】

因为函数  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ， $y = 2^x$  和  $y = -\frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  递增，而  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  在  $(0, +\infty)$  递减.

故选：C

【点睛】

本题主要考查常见简单函数的单调区间，属基础题.

4、C

【解析】

命题  $P$  为全称命题，它的否定为特称命题，将全称量词改为存在量词，并将结论否定，可知命题  $P$  的否定为

$\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a < 0 (a \in \mathbf{R})$ ，故选 C.

5、B

【解析】

对  $x_0$  分类讨论，代入解析式求出  $f(x_0)$ ，解不等式，即可求解.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ \sqrt{x+4}, & x > 0 \end{cases}, \text{ 由 } f(x_0) < 2$$

$$\text{得 } \begin{cases} 2^{-x_0} < 2 \\ x_0 \leq 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} \sqrt{x_0+4} < 2 \\ x_0 > 0 \end{cases}$$

解得  $-1 < x_0 \leq 0$ .

故选:B.

【点睛】

本题考查利用分段函数性质解不等式, 属于基础题.

6、A

【解析】

将双曲线方程化为标准方程为  $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$ , 其渐近线方程为  $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 0$ , 化简整理即得渐近线方程.

【详解】

双曲线  $C: x^2 - 2y^2 = 1$  得  $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$ , 则其渐近线方程为  $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 0$ ,

整理得  $x \pm \sqrt{2}y = 0$ .

故选: A

【点睛】

本题主要考查了双曲线的标准方程, 双曲线的简单性质的应用.

7、B

【解析】

先明确该程序框图的功能是计算两个数的最大公约数, 再利用辗转相除法计算即可.

【详解】

本程序框图的功能是计算  $m$ ,  $n$  中的最大公约数, 所以  $1995 = 228 \times 8 + 171$ ,

$228 = 171 \times 1 + 57$ ,  $171 = 3 \times 57 + 0$ , 故当输入  $m = 1995$ ,  $n = 228$ , 则计算机输出的数是 57.

故选: B.

【点睛】



$$Q PA \perp \text{平面 } ABC \quad \therefore PA = 2OF = 2$$

$$\therefore PD = \sqrt{PA^2 + AD^2} = \sqrt{7}$$

$$\therefore \tan \angle CPD = \frac{CD}{PD} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

本题正确选项：C

【点睛】

本题考查了棱锥与外接球的位置关系问题，关键是能够通过垂直关系得到直线与平面所求角，再利用球心位置来求解出线段长，属于中档题.

10、C

【解析】

由题意可知  $f(2019) = f(-1)$ ，代入函数表达式即可得解.

【详解】

由  $f(x+4) = f(x)$  可知函数  $f(x)$  是周期为 4 的函数，

$$\therefore f(2019) = f(-1+4 \times 505) = f(-1) = -1 \times (-1+2) = -1.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了分段函数和函数周期的应用，属于基础题.

11、D

【解析】

A.从第一个图观察居住占 23%，与其他比较即可.B.  $CPI$  一篮子商品中吃穿住所占  $23\%+8\%+19.9\%=50.9\%$ ，再判断.C.食品占 19.9%，再看第二个图，分清 2.5%是在  $CPI$  一篮子商品中，还是在食品中即可.D. 易知猪肉与其他畜肉在  $CPI$  一篮子商品中所占权重约为  $2.1\%+2.5\%=4.6\%$ .

【详解】

A.  $CPI$  一篮子商品中居住占 23%，所占权重最大的，故正确.

B.  $CPI$  一篮子商品中吃穿住所占  $23\%+8\%+19.9\%=50.9\%$ ，权重超过 50%，故正确.

C.食品占中 19.9%，分解后后可知猪肉是占在  $CPI$  一篮子商品中所占权重约为 2.5%，故正确.

D. 猪肉与其他畜肉在  $CPI$  一篮子商品中所占权重约为  $2.1\%+2.5\%=4.6\%$ ，故错误.

故选：D

【点睛】

本题主要考查统计图的识别与应用，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

12、C

【解析】

设直线  $l$  的方程为  $x = \frac{1}{2}y + \frac{p}{2}$ ，与抛物线联立利用韦达定理可得  $p$ 。

【详解】

由已知得  $F(\frac{p}{2}, 0)$ ，设直线  $l$  的方程为  $x = \frac{1}{2}y + \frac{p}{2}$ ，并与  $y^2 = 2px$  联立得  $y^2 - py - p^2 = 0$ ，

设  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $AB$  的中点  $C(x_0, y_0)$ ，

$\therefore y_1 + y_2 = p$ ，

又线段  $AB$  的中点  $M$  的纵坐标为 1，则  $y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{p}{2} = 1$ ，所以  $p = 2$ ，

故选 C。

【点睛】

本题主要考查了直线与抛物线的相交弦问题，利用韦达定理是解题的关键，属中档题。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、160

【解析】

先求  $(x+2)^6$  的展开式中通项，令  $x$  的指数为 3 即可求解结论。

【详解】

解：因为  $(x+2)^6$  的展开式的通项公式为： $C_6^r \cdot x^{6-r} \cdot 2^r = 2^r \cdot C_6^r \cdot x^{6-r}$ ；

令  $6-r=3$ ，可得  $r=3$ ；

$\therefore x^{-3}(x+2)^6$  的展开式中的常数项为： $2^3 \cdot C_6^3 = 160$ 。

故答案为：160。

【点睛】

本题考查二项式系数的性质，关键是熟记二项展开式的通项，属于基础题。

14、5

【解析】

先作出可行域，再做直线  $l: y = -\frac{1}{2}x$ ，平移  $l$ ，找到使直线在  $y$  轴上截距最小的点，代入即得。

【详解】

作出不等式组表示的平面区域，如图，令  $z = x + 2y$ ，则  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}z$ ，作出直线  $l: y = -\frac{1}{2}x$ ，平移直线  $l$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/928042047126007000>