

**电工学（电工技术）第八版**

## **第 3 章 电路的暂态分析**

---

---

---

# 第3章 电路的暂态分析

3.1 电路的稳态与暂态

3.2 换路定则和初始值与稳态值的确定

3.3  $RC$ 电路的响应

3.4  $RL$ 电路的响应

3.5 一阶线性电路暂态分析的三要素法

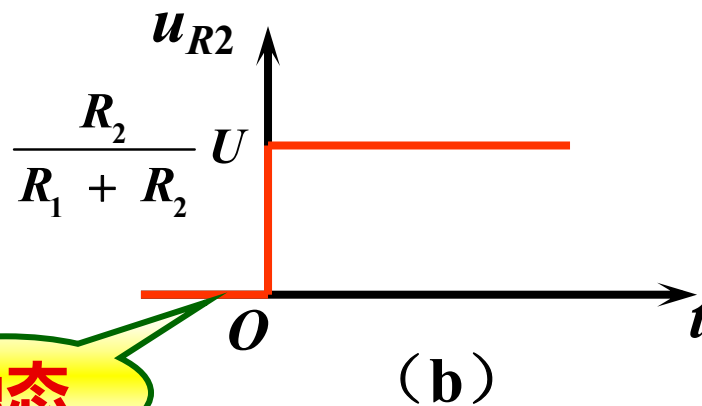
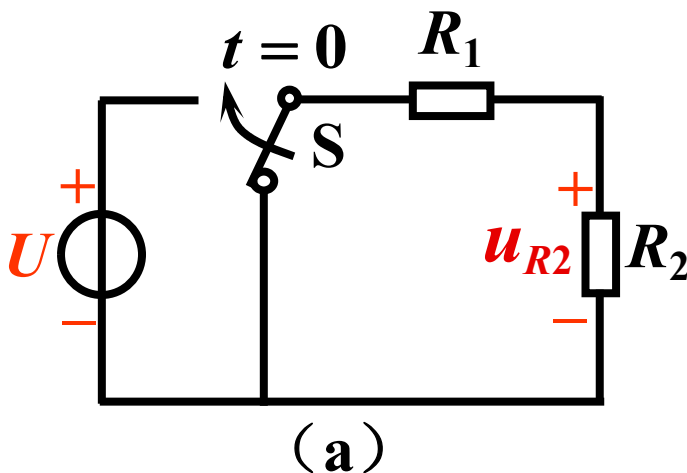
3.6 微分电路和积分电路

## 第3章 电路的暂态分析

### 3.1 电路的稳态与暂态

稳定状态:

在指定条件下电路中电压、电流已达到稳定值。

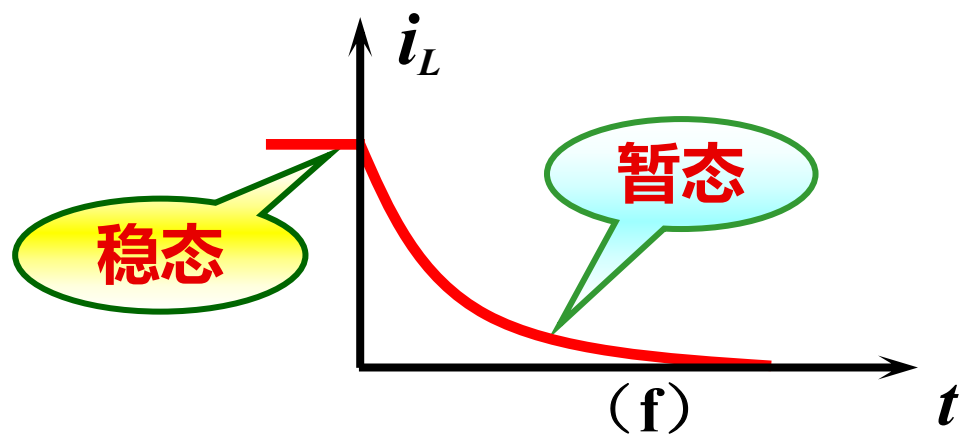
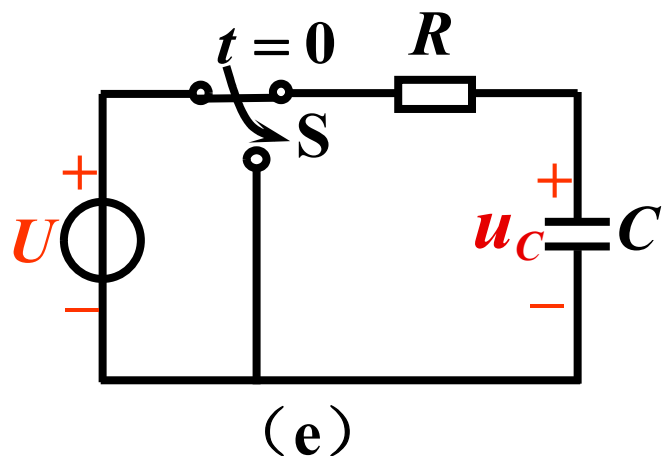
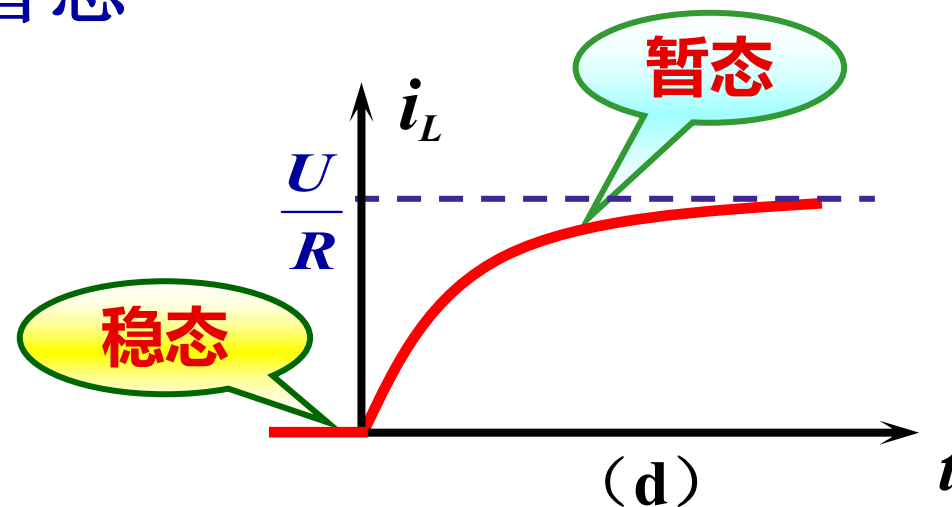
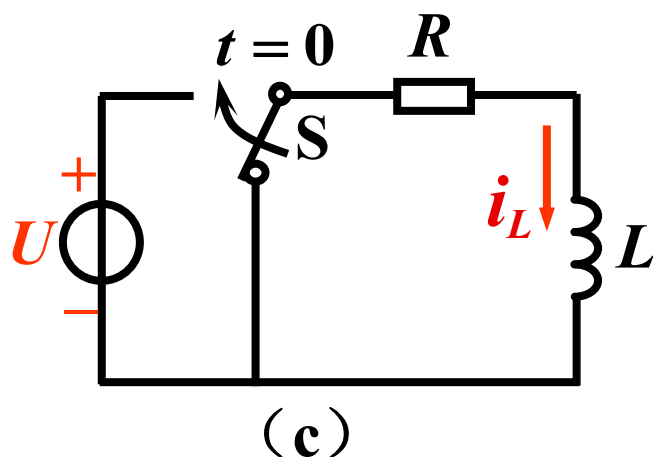


暂态过程:

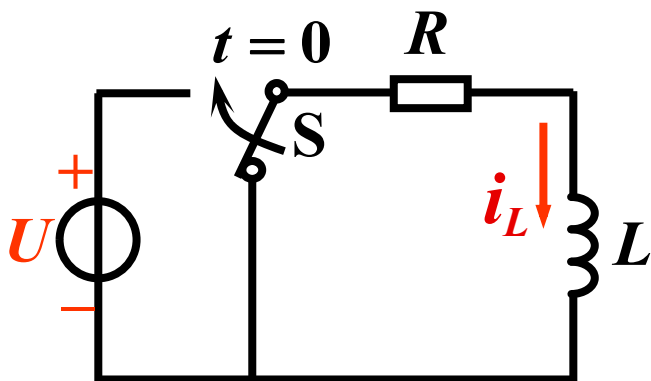
电路从一种稳态变化到另一种稳态的过渡过程。

## 第3章 电路的暂态分析

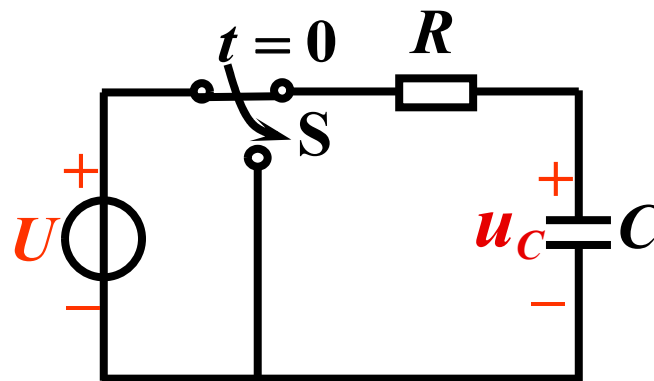
### 3.1 电路的稳态与暂态



### 3.1 电路的稳态与暂态



(b)



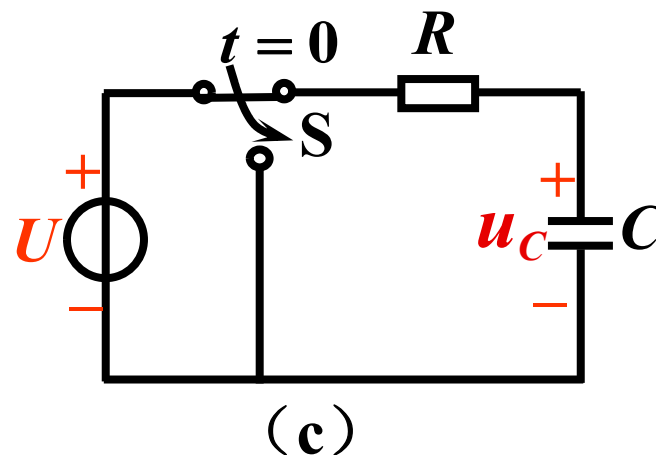
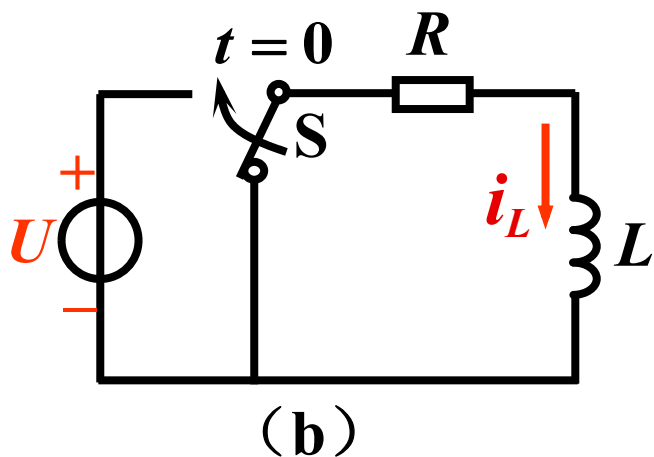
(c)

产生暂态过程的必要条件:

- (1) 电路中含有储能元件 (内因)
- (2) 电路发生换路 (外因)

换路: 电路状态的改变。如:

电路接通、切断、短路、电压改变或参数改变。



## 研究暂态过程的实际意义

(1) 利用电路暂态过程产生特定波形的电信号  
如锯齿波、三角波、尖脉冲等，应用于电子电路。

(2) 控制、预防可能产生的危害

暂态过程开始的瞬间可能产生过电压、过电流使电气设备或元件损坏。

## 3.2 换路定则和初始值与稳态值的确定

### 1. 换路定则

产生暂态过程的原因

由于物体所具有的能量不能跃变而造成  
在换路瞬间储能元件的能量也不能跃变

若  $u_C$  发生突变,  
则  $i_C = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow \infty$   
一般电路不可能!

$$\therefore C \text{ 储能: } W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$$

$\therefore u_C$  不能突变

$$\therefore L \text{ 储能: } W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$$

$\therefore i_L$  不能突变

## 1. 换路定则

设：  $t = 0$  — 表示换路瞬间 (定为计时起点)

$t = 0_-$  — 表示换路前的终了瞬间

$t = 0_+$  — 表示换路后的初始瞬间 (初始值)

电感电路：  $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

电容电路：  $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

注：换路定则仅用于换路瞬间来确定暂态过程中  
 $u_C$ 、 $i_L$  初始值。

## 2. 初始值的确定

初始值：电路中各  $u$ 、 $i$  在  $t=0_+$  时的数值。

求解要点：

(1)  $u_C(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$  的求法。

1) 先由  $t=0_-$  的电路求出  $u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$ ;

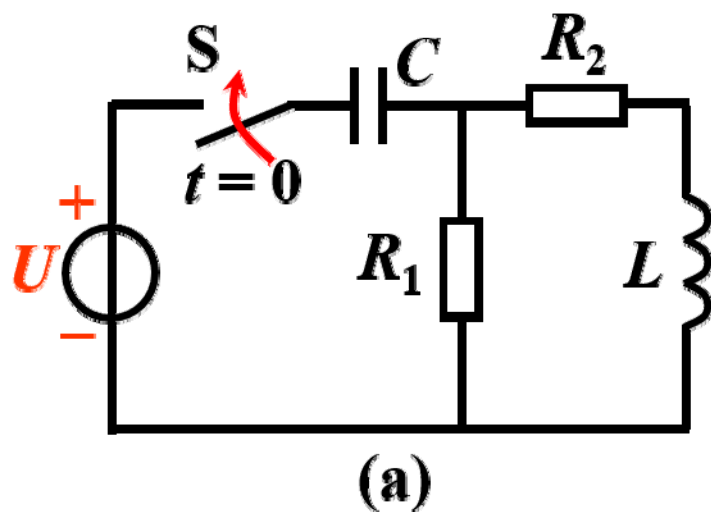
2) 根据换路定律求出  $u_C(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$ 。

(2) 其它电量初始值的求法。

1) 由  $t=0_+$  的电路求其它电量的初始值;

2) 在  $t=0_+$  时的电压方程中  $u_C = u_C(0_+)$ 、  
 $t=0_+$  时的电流方程中  $i_L = i_L(0_+)$ 。

## 例1. 暂态过程初始值的确定



已知：换路前电路处稳态， $C$ 、 $L$  均未储能。

试求：电路中各电压和电流的初始值。

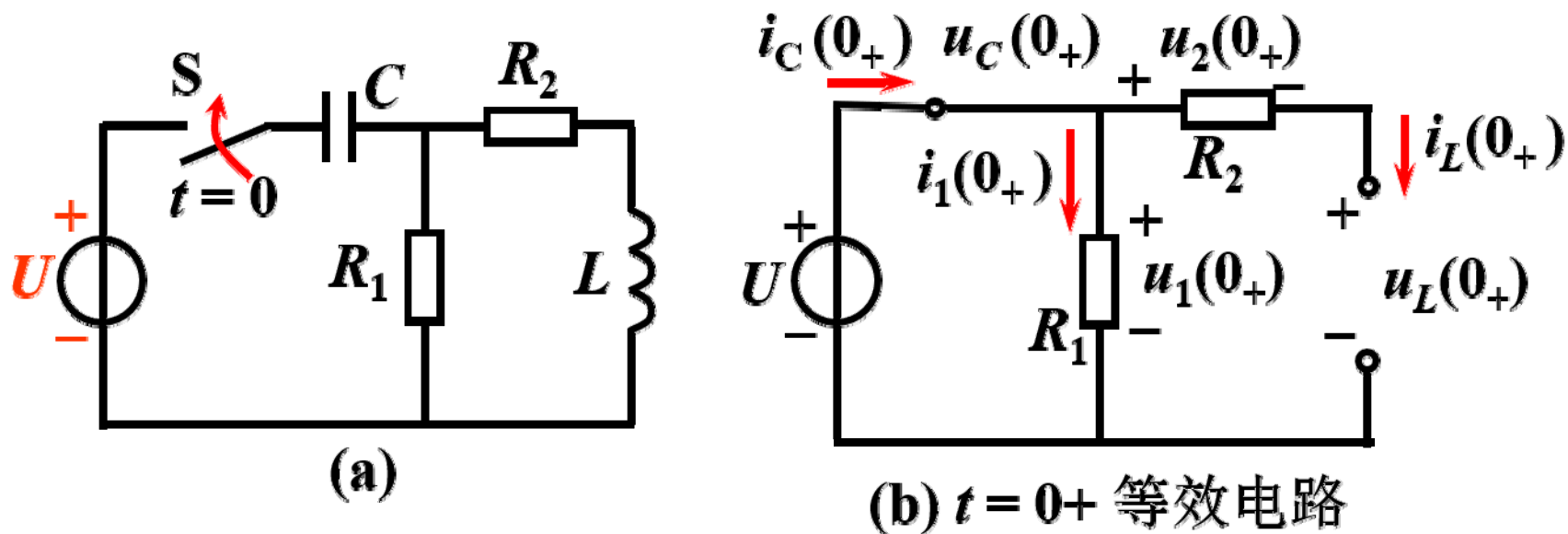
解：(1)由换路前电路求  $u_C(0_-)$ ,  $i_L(0_-)$

由已知条件知  $u_C(0_-) = 0$ ,  $i_L(0_-) = 0$

根据换路定则得：  $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$

## 例1: 暂态过程初始值的确定

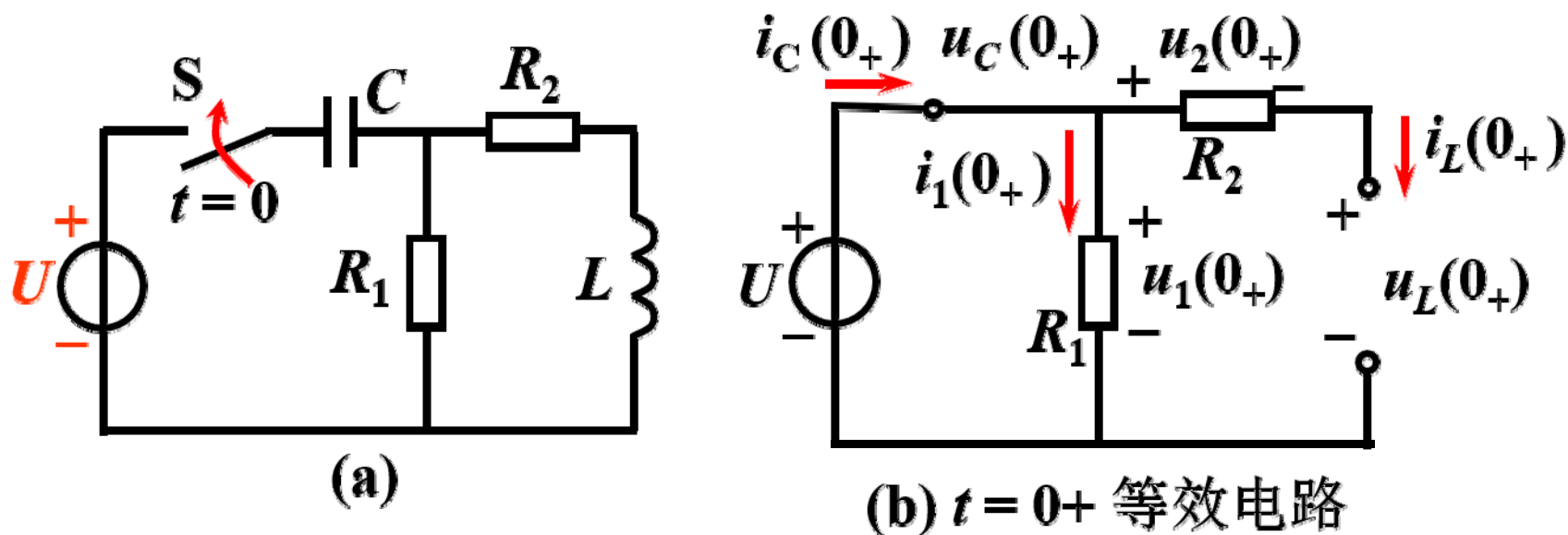


(2) 由  $t=0_+$  电路，求其余各电流、电压的初始值

$u_C(0_-) = 0$ ，换路瞬间，电容元件可视为短路。

$i_L(0_-) = 0$ ，换路瞬间，电感元件可视为开路。

## 例1: 暂态过程初始值的确定



(2) 由  $t = 0_+$  电路, 求其余各电流、电压的初始值

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) = \frac{U}{R} \quad (i_C(0_-) = 0)$$

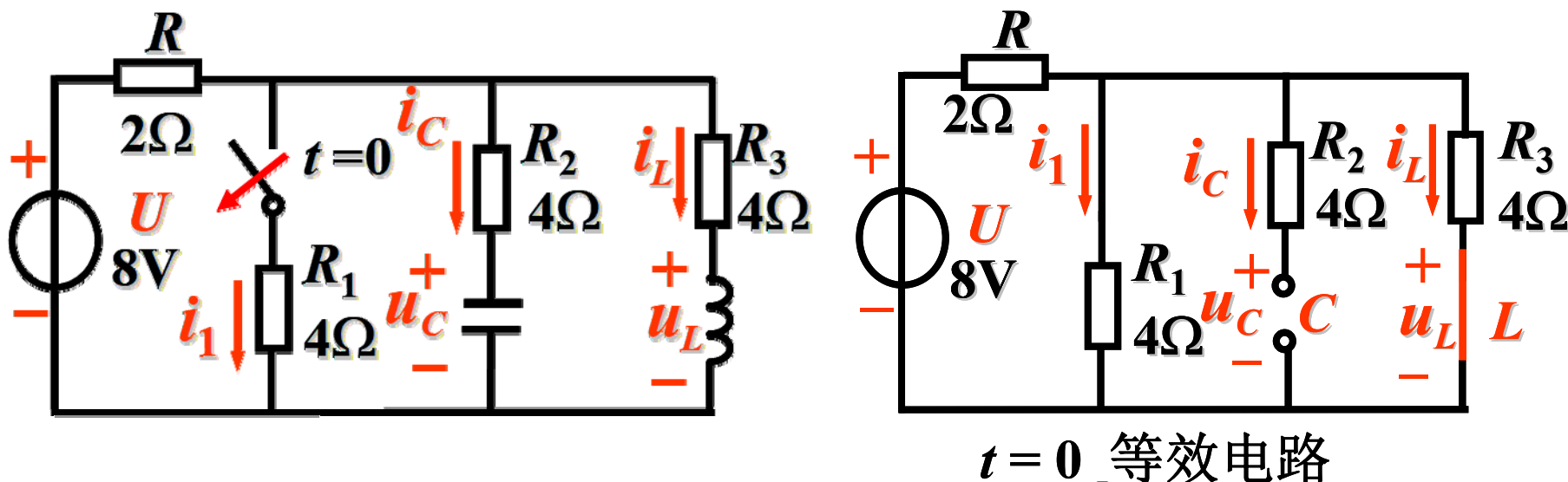
$$u_L(0_+) = u_1(0_+) = U \quad (u_L(0_-) = 0)$$

$$u_2(0_+) = 0$$

*$i_C$ 、 $u_L$  产生突变*

**例2：**换路前电路处于稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。

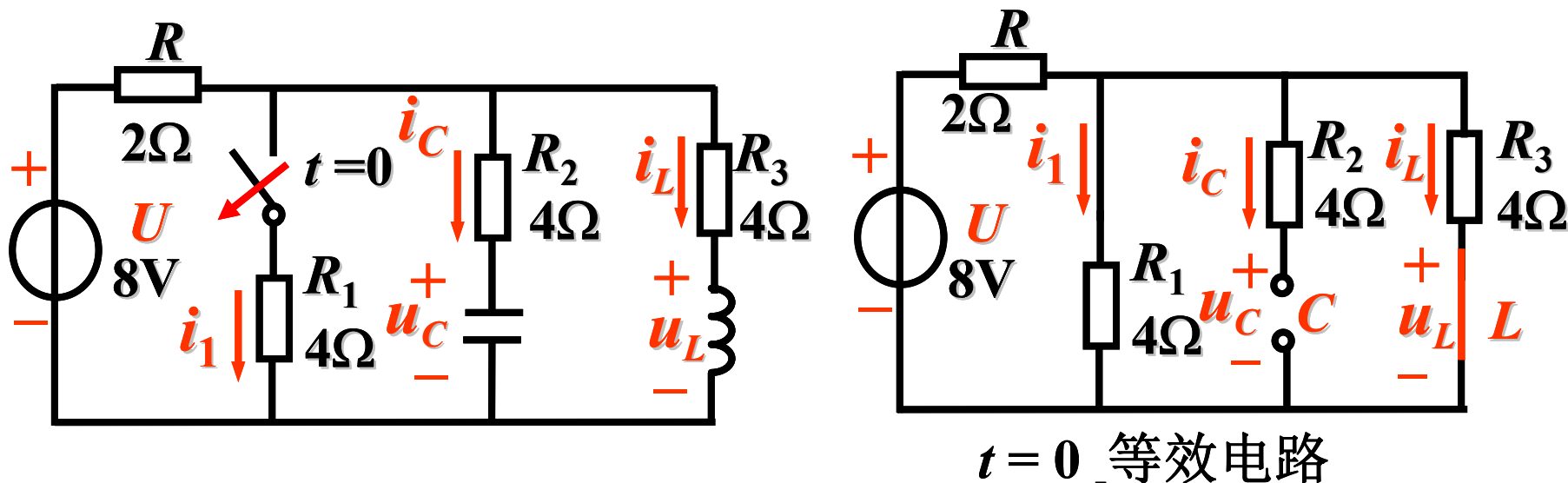


解：(1) 由 $t = 0_-$ 电路求  $u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$

换路前电路已处于稳态： 电容元件视为开路；  
电感元件视为短路。

**例2：**换路前电路处于稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



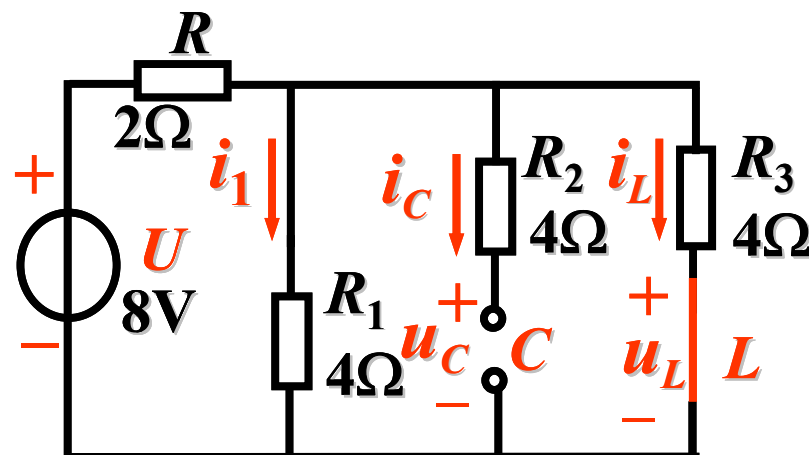
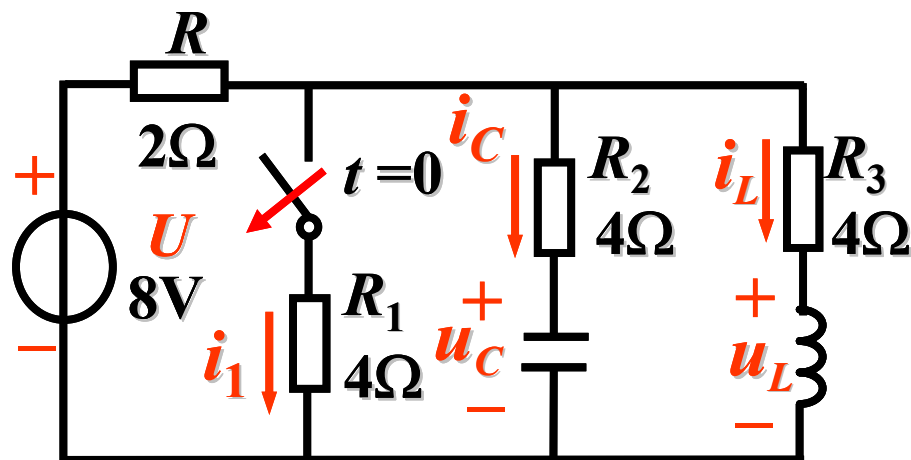
解：(1) 由  $t = 0_-$  电路求  $u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$

由  $t = 0_-$  电路可求得：

$$i_L(0_-) = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \times \frac{U}{R + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{4}{4 + 4} \times \frac{U}{2 + \frac{4 \times 4}{4 + 4}} = 1 \text{ A}$$

**例2：** 换路前电路处于稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



$t=0_+$  等效电路

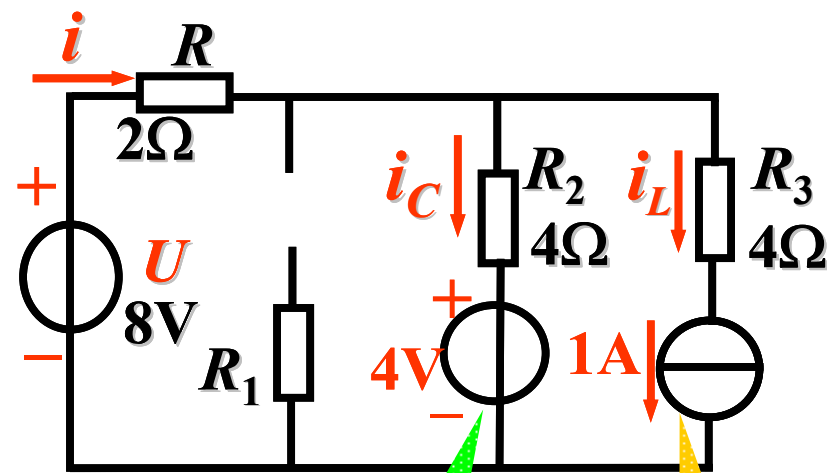
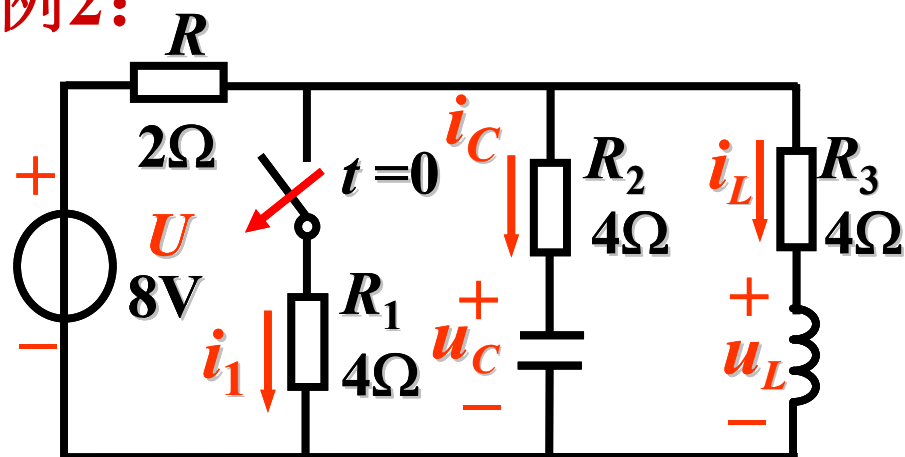
解：(1)  $i_L(0_-) = 1\text{ A}$

$$u_C(0_-) = R_3 i_L(0_-) = 4 \times 1 = 4\text{ V}$$

由换路定则：  $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1\text{ A}$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\text{ V}$$

例2:



$t = 0_+$ 时等效电路

解: (2) 由  $t = 0_+$  电路求  $i_C(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$

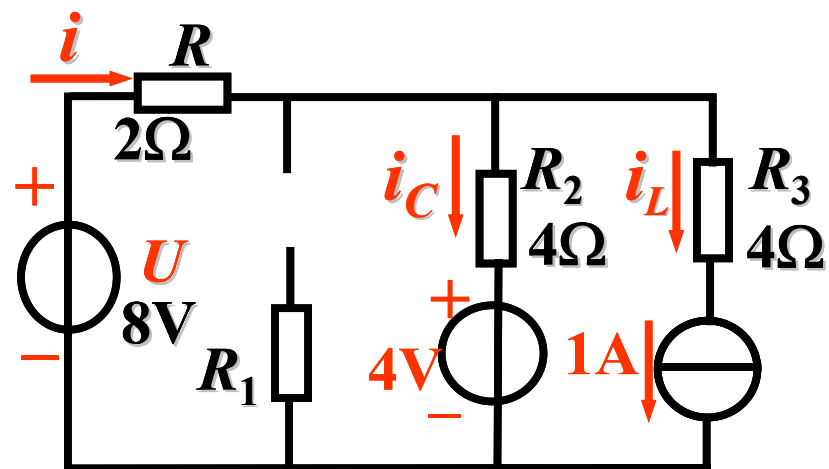
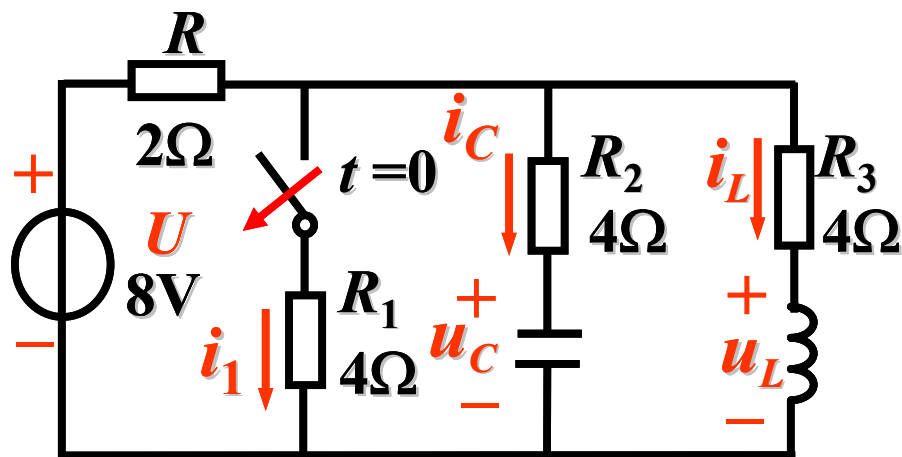
由图可列出  $U = Ri(0_+) + R_2i_C(0_+) + u_C(0_+)$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+)$$

带入数据  $8 = 2i(0_+) + 4i_C(0_+) + 4$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + 1$$

例2:



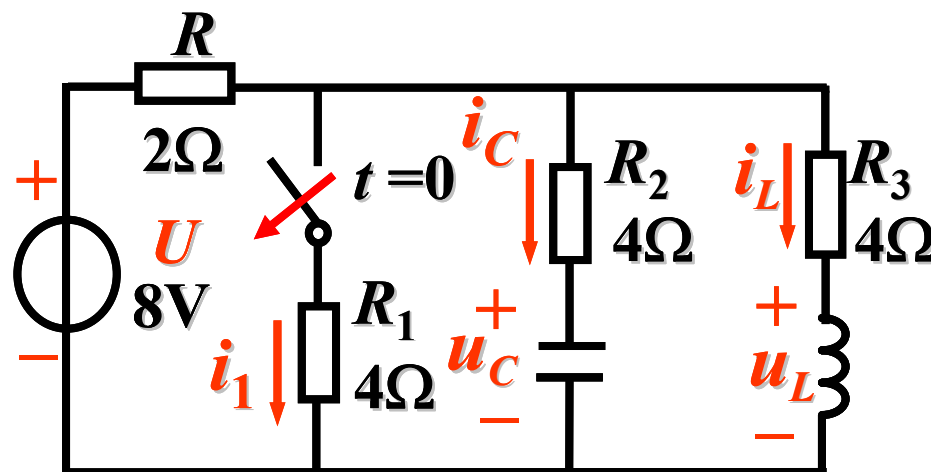
$t = 0+$ 时等效电路

解：解之得  $i_C(0_+) = \frac{1}{3} \text{ A}$

并可求出

$$\begin{aligned} u_L(0_+) &= R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+) - R_3 i_L(0_+) \\ &= 4 \times \frac{1}{3} + 4 - 4 \times 1 = 1\frac{1}{3} \text{ V} \end{aligned}$$

计算结果:



| 电量        | $u_C / \text{V}$ | $i_L / \text{A}$ | $i_C / \text{A}$ | $u_L / \text{V}$ |
|-----------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $t = 0_-$ | 4                | 1                | 0                | 0                |
| $t = 0_+$ | 4                | 1                | $\frac{1}{3}$    | $1\frac{1}{3}$   |

换路瞬间,  $u_C$ 、 $i_L$  不能跃变, 但  $i_C$ 、 $u_L$  可以跃变。

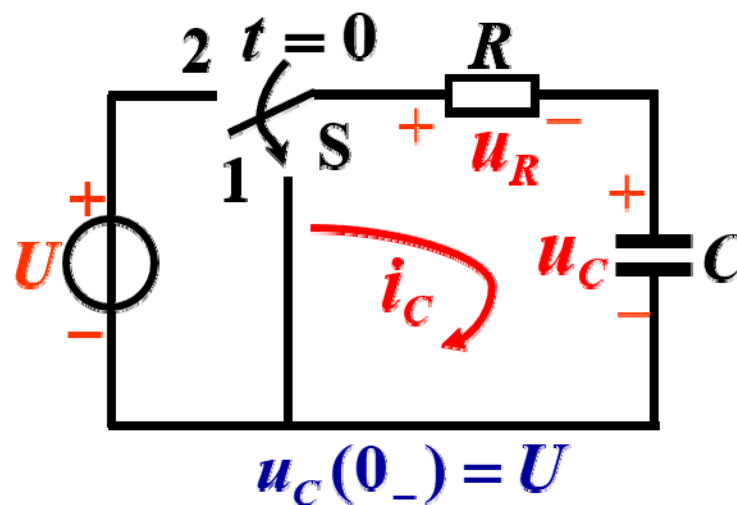
## 结论

1. 换路瞬间,  $u_C$ 、 $i_L$ 不能跃变, 但其它电量均可以跃变。
2. 换路前, 若储能元件没有储能, 换路瞬间( $t=0_+$ 的等效电路中), 可视电容元件短路, 电感元件开路。
3. 换路前若 $u_C(0_-) \neq 0$ , 换路瞬间 ( $t = 0_+$ 等效电路中), 电容元件可用一理想电压源替代, 其电压为 $u_C(0_+)$ ; 换路前若 $i_L(0_-) \neq 0$ , 在  $t = 0_+$ 等效电路中, 电感元件可用一理想电流源替代, 其电流为 $i_L(0_+)$ 。

## 3.3 RC电路的响应

RC 电路求解方法:

1. 经典法: 根据激励 (电源电压或电流), 通过求解电路的微分方程得出电路的响应(电压和电流)。



2. 三要素法: 求 { 初始值  
稳态值 (三要素)  
时间常数

## 3.3 RC电路的响应

### 3.3.1 RC电路的零输入响应

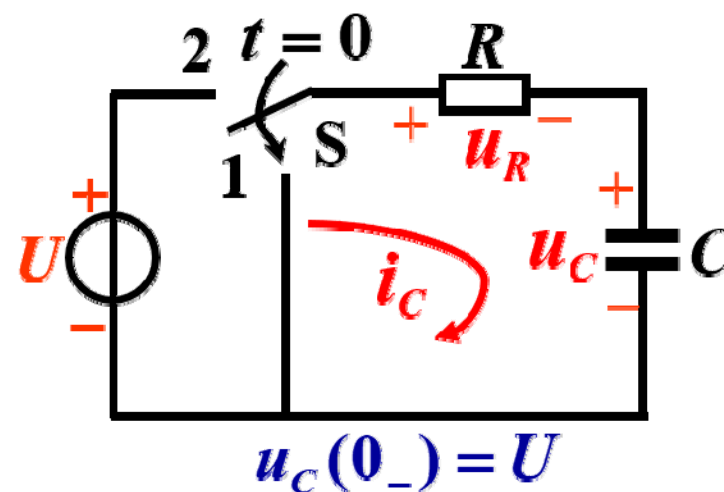
**零输入响应：**无电源激励，输入信号为零，仅由电容元件的初始状态所产生的电路响应。

**实质：**RC电路的放电过程。

图示电路，换路前电路已处稳态。

$$u_C(0_-) = U$$

$t = 0$  时，开关  $S \rightarrow 1$ ，电容  $C$  经电阻  $R$  放电。



### 3.3.1 RC电路的零输入响应

#### 1. 电容电压 $u_C$ 的变化规律( $t \geq 0$ )

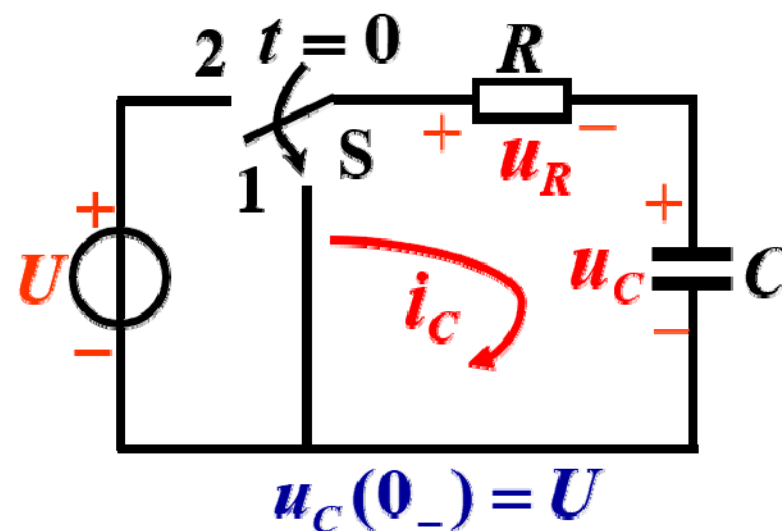
##### (1) 列 KVL 方程

$$u_R + u_C = 0$$

$$u_R = iR$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

代入上式得  $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$



一阶线性常系数  
齐次微分方程

## (2) 解方程

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

通解:  $u_C = A e^{pt}$

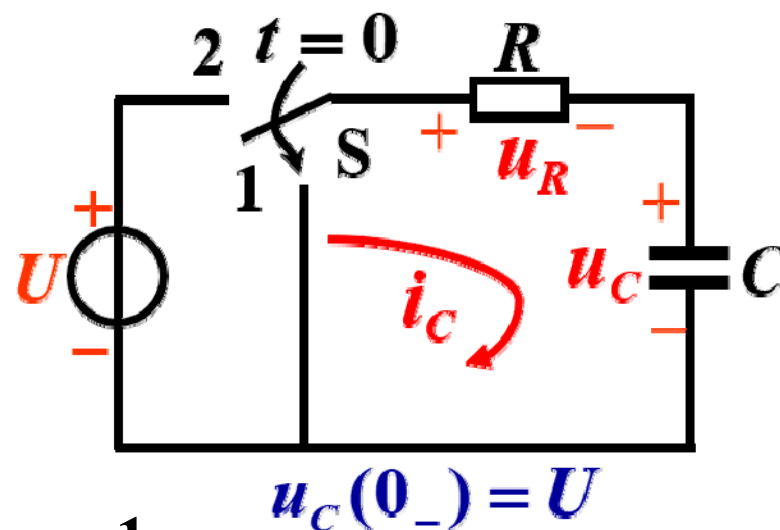
特征方程  $RCp + 1 = 0 \quad \therefore p = -\frac{1}{RC}$

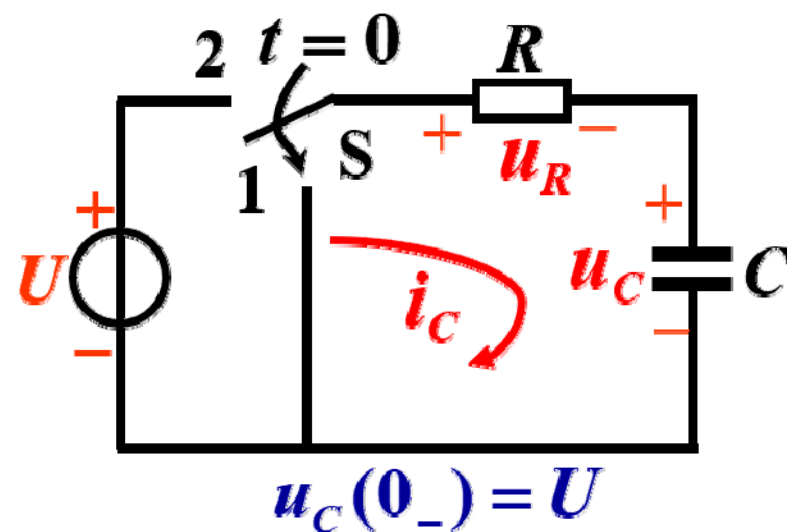
齐次微分方程的通解:  $u_C = A e^{-\frac{t}{RC}}$

由初始值确定积分常数  $A$

根据换路定则， $t = (0_+)$ 时， $u_C(0_+) = U$ ，可得

$$A = U$$





### (3) 电容电压 $u_C$ 的变化规律

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}} = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

电容电压  $u_C$  从初始值按指数规律衰减，衰减的快慢由  $RC$  决定。

## 2. 电流及电阻电压的变化规律

电容电压

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}}$$

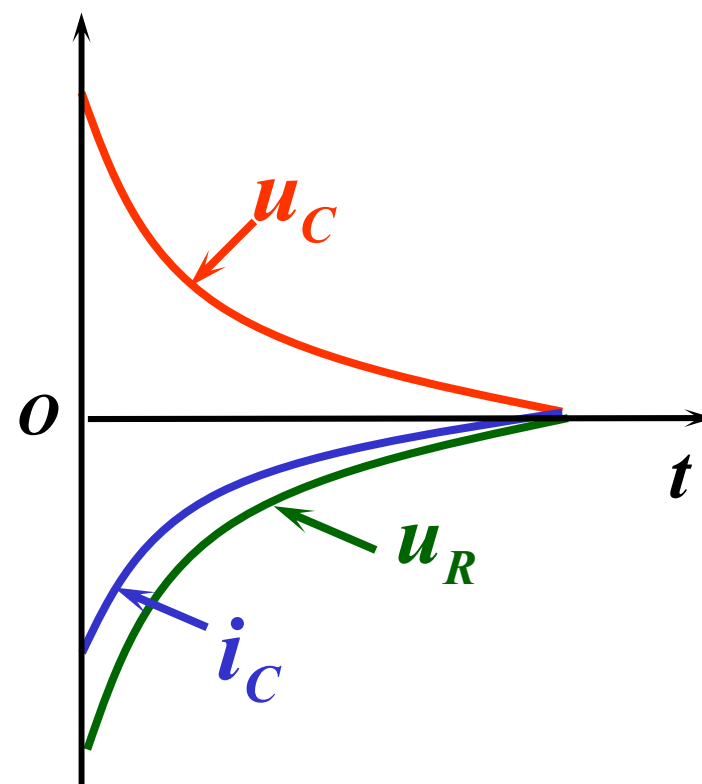
放电电流

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

电阻电压:

$$u_R = i_C R = -U e^{-\frac{t}{RC}}$$

### 3. $u_C$ 、 $i_C$ 、 $u_R$ 变化曲线



## 4. 时间常数

令:  $\tau = RC$  单位: S

(1) 量纲  $\Omega \frac{A \cdot S}{V} = S$

时间常数  $\tau$  决定电路暂态过程变化的快慢

(2) 物理意义

$$u_C(t) = U e^{-\frac{t}{RC}}$$

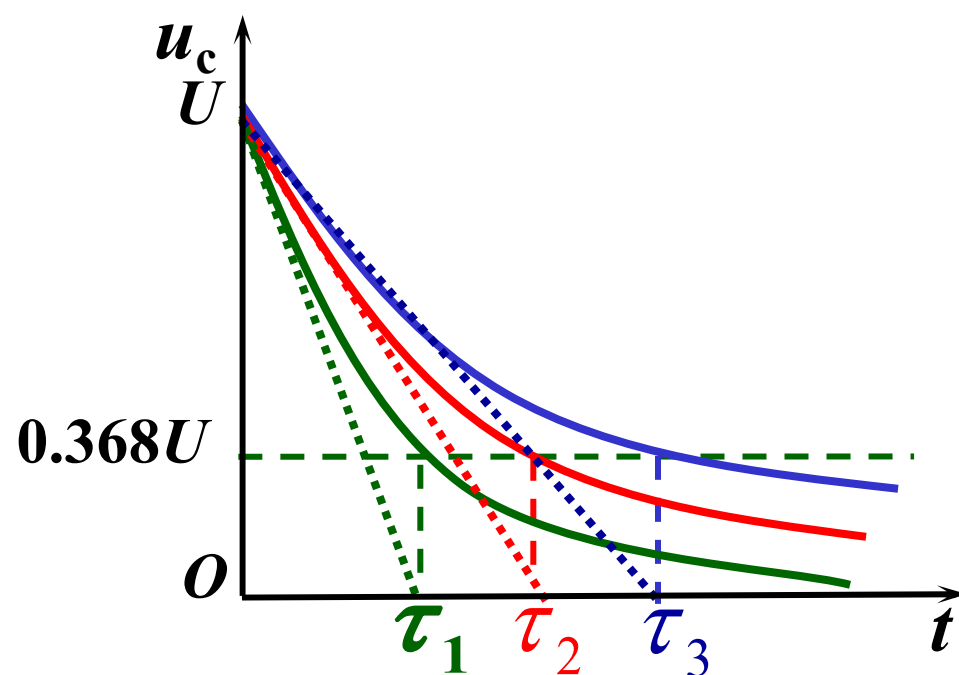
当  $t = \tau$  时  $u_C = U e^{-1} = 36.8 \% U$

$\therefore$  时间常数  $\tau$  等于电压  $u_C$  衰减到初始值  $U_0$  的  $36.8 \%$  所需的时间。

## 时间常数 $\tau$ 的物理意义

$$u_C = Ue^{-\frac{t}{RC}} = Ue^{-t/\tau}$$

$$\tau \uparrow = RC \uparrow$$



$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$$

$\tau$  越大，曲线变化越慢， $u_C$  达到稳态所需要的时间越长。

### (3) 暂态时间

理论上认为  $t \rightarrow \infty$ 、 $u_C \rightarrow 0$  电路达稳态

工程上认为  $t = (3 \sim 5)\tau$ 、 $u_C \rightarrow 0$  电容放电基本结束。

$e^{-\frac{t}{\tau}}$  随时间而衰减

| $t$                   | $\tau$   | $2\tau$  | $3\tau$  | $4\tau$  | $5\tau$  | $6\tau$  |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $e^{-\frac{t}{\tau}}$ | $e^{-1}$ | $e^{-2}$ | $e^{-3}$ | $e^{-4}$ | $e^{-5}$ | $e^{-6}$ |
| $u_C$                 | $0.368U$ | $0.135U$ | $0.050U$ | $0.018U$ | $0.007U$ | $0.002U$ |

当  $t = 5\tau$  时，过渡过程基本结束， $u_C$  达到稳态值。

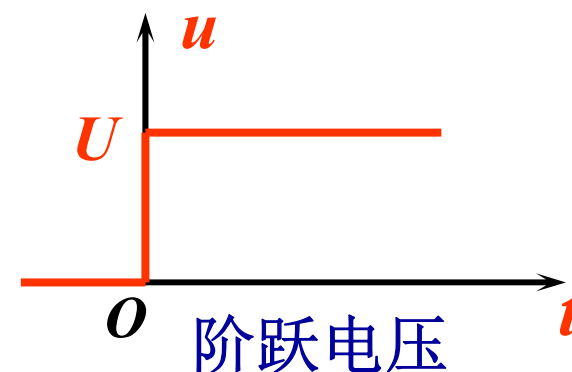
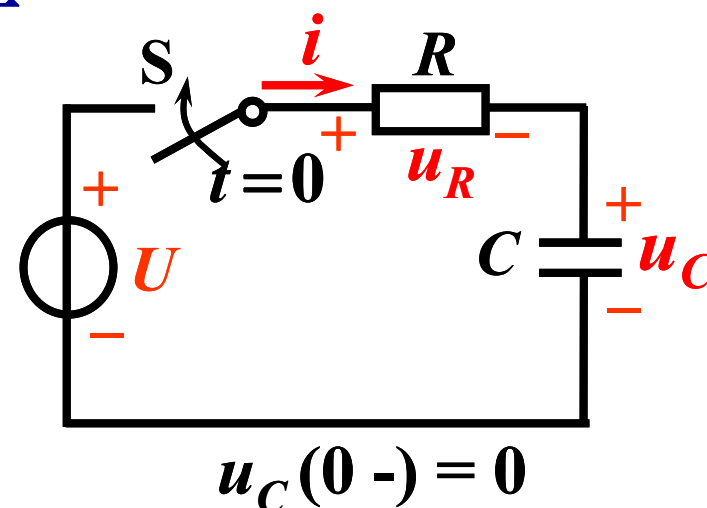
### 3.3.2 RC电路的零状态响应

**零状态响应：** 储能元件的初始能量为零，仅由电源激励所产生的电路的响应。

**实质：** *RC*电路的充电过程

**分析：** 在  $t = 0$  时，合上开关  $S$ ，此时，电路实为输入一个阶跃电压  $u$ ，如图。

电压  $u$  表达式 
$$u = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U & t \geq 0 \end{cases}$$



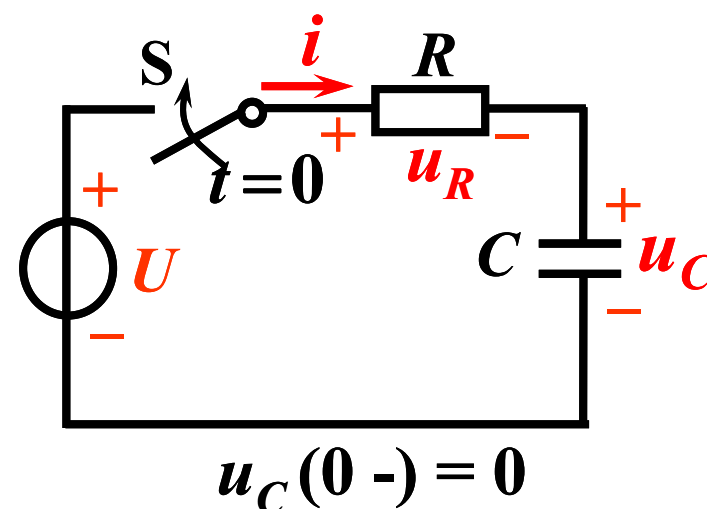
## 3.3.2 RC电路的零状态响应

### 1. $u_C$ 的变化规律

#### (1) 列 KVL 方程

$$u_R + u_C = U$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U$$



方程的通解 = 方程的特解 + 对应齐次方程的通解

即  $u_C(t) = u'_C + u''_C$

一阶线性常系数  
非齐次微分方程

## (2) 解方程

求特解  $u'_C$   $u'_C(t) = u_C(\infty) = U$

求对应齐次微分方程的通解  $u''_C$

即：  $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$  的解

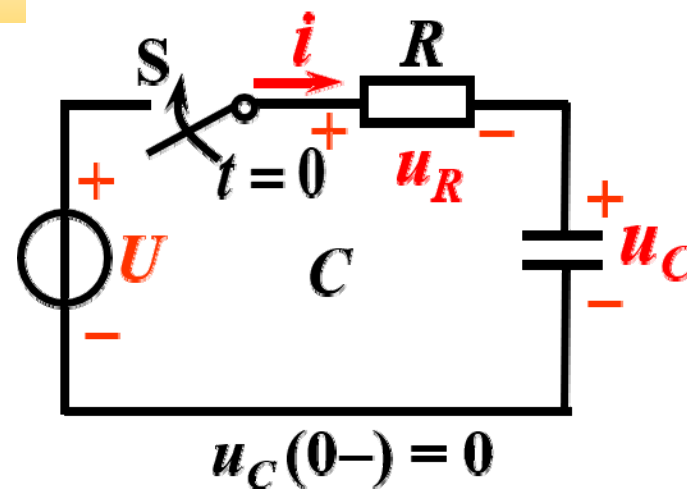
其解：  $u''_C = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

微分方程的通解为

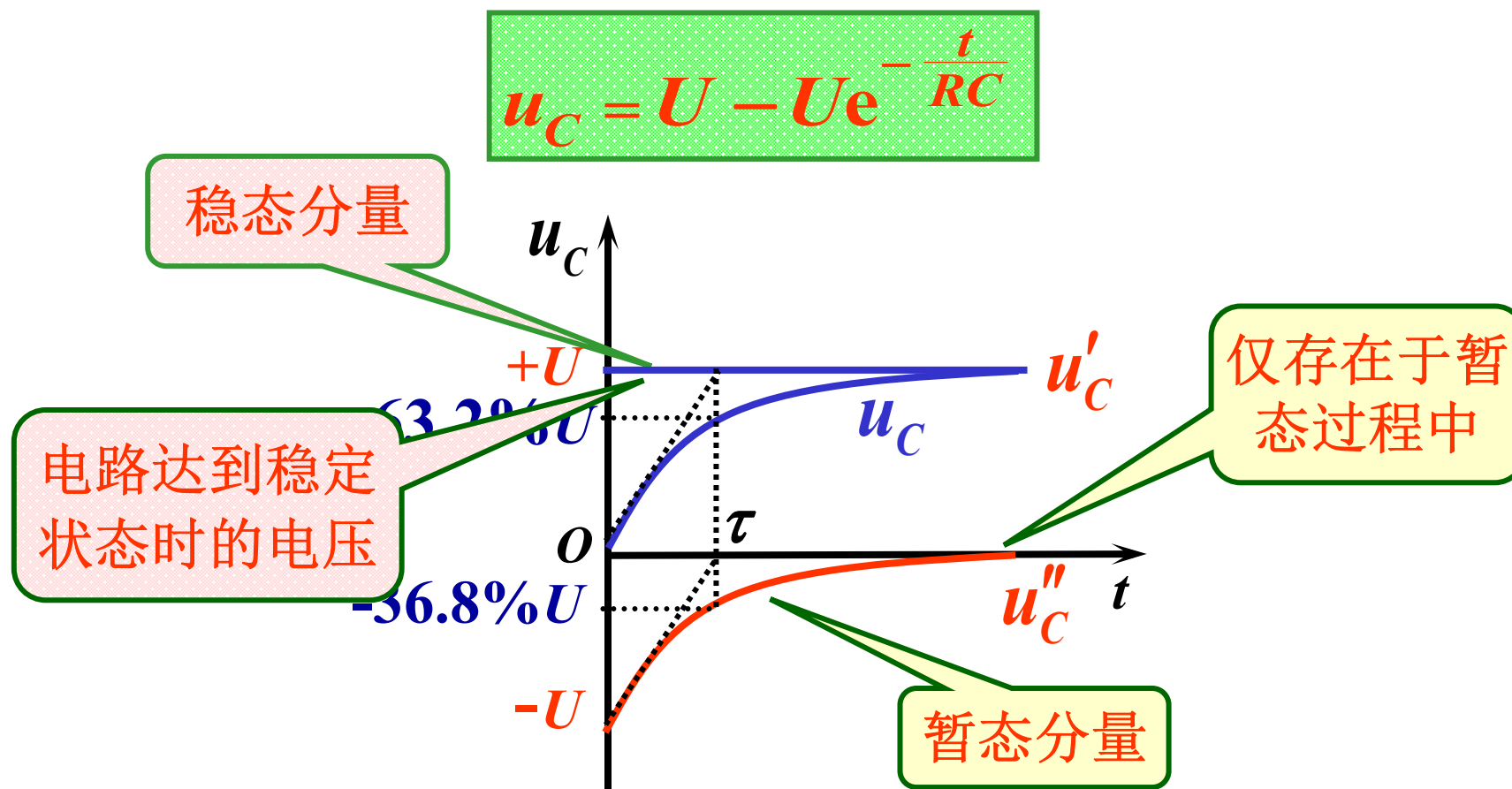
$$u_C = u'_C + u''_C = U + Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{令 } \tau = RC)$$

确定积分常数  $A$

根据换路定则在  $t = 0_+$  时,  $u_C(0_+) = 0$  则  $A = -U$



### (3) 电容电压 $u_C$ 的变化规律



$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (t \geq 0)$$

## 2. 电流 $i_C$ 的变化规律

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

为什么在  $t=0$  时  
电流最大？

## 3. $u_C$ 、 $i_C$ 变化曲线

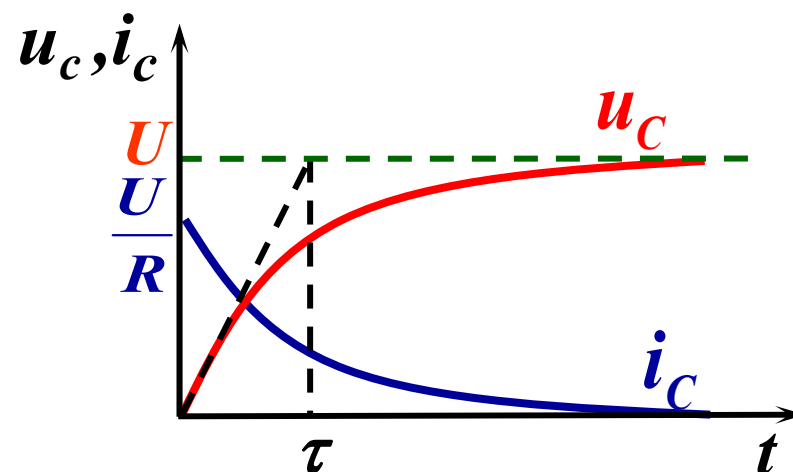
$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

## 4. 时间常数 $\tau$ 的物理意义

当  $t = \tau$  时

$$u_C(\tau) = U(1 - e^{-1}) = 63.2\%U$$

$\tau$  表示电容电压  $u_C$  从初始值上升到 稳态值的 63.2% 时所需的时间。



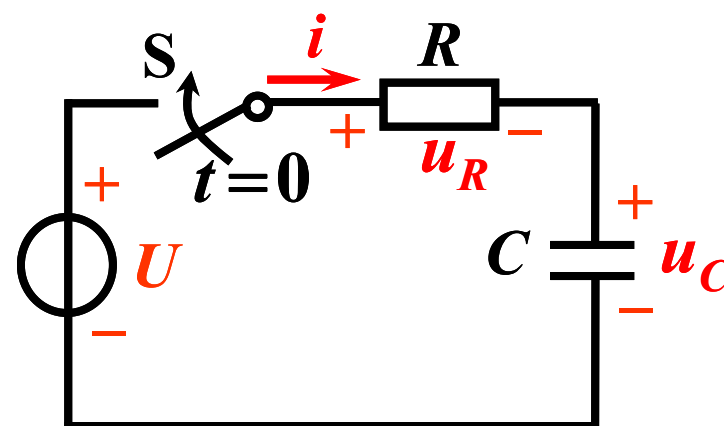
### 3.3.3 RC电路的全响应

**全响应：**电源激励、电容元件的初始状态均不为零时电路的响应。

#### 1. $u_C$ 的变化规律

根据叠加定理

全响应 = 零输入响应 + 零状态响应



$$u_C(0^-) = U_0$$

$$\therefore u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} + U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (t \geq 0)$$

结论1： 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

全响应

$$u_C = \underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{零状态响应}} \quad (t \geq 0)$$

$$= \underbrace{U}_{\text{稳态值}} + \underbrace{(U_0 - U)}_{\text{稳态分量}} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t \geq 0)$$

稳态值
稳态分量
初始值
暂态分量

结论2： 全响应 = 稳态分量 + 暂态分量

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/928067127033006031>