

2010-2023 历年浙江省温州市高三第一次适应性测试理科数学试卷（带解析）

第 1 卷

一. 参考题库(共 25 题)

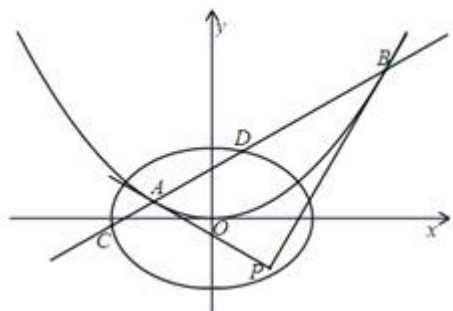
1. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=(-1)^n(a_n+1)$, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 前 n 项的和, 则 S_{2013} = _____;

2. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$, 则 $x+y$ 的最大值是()

A. 3
B. 3.5
C. 4
D. 4.5

3. 抛物线 $C_1: x^2=4y$ 在点 A, B 处的切线垂直相交于点 P , 直线 AB 与椭圆

$C_2: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 相交于 C, D 两点.



(1) 求抛物线 C_1 的焦点 F 与椭圆 C_2 的左焦点 F_1 的距离;

(2) 设点 P 到直线 AB 的距离为 d ，试问：是否存在直线 AB ，使得 $|AB|$ ， d ， $|CD|$ 成等比数列？若存在，求直线 AB 的方程；若不存在，请说明理由。

4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ，则 $(C_U A) \cup B =$ ()

- A. $\{3, 4\}$
- B. $\{3, 4, 5\}$
- C. $\{2, 3, 4, 5\}$
- D. $\{1, 2, 3, 4\}$

5. 将函数 $y = \sin 2x + \cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，所得图象的解析式是 ()

- A. $y = \cos 2x + \sin 2x$
- B. $y = \sin 2x - \cos 2x$
- C. $y = \cos 2x - \sin 2x$
- D. $y = \sin x \cos x$

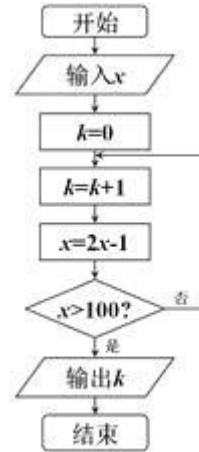
6. 在 5×5 的棋盘中，放入 3 颗黑子和 2 颗白子，它们均不在同一行且不在同一列，则不同的排列方法种数为 ()

- A. 150
- B. 200
- C. 600
- D. 1200

7. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = x^2 e^{1-x} - a(x-1)$ 。

(1) 当 $a = 1$ 时，求 $f(x)$ 在 $(\frac{3}{4}, 2)$ 内的极大值；

(2) 设函数 $g(x) = f(x) + a(x-1 - e^{-x})$ ，当 $g(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 时，总有 $x_2 g(x_1) \leq \lambda f'(x_1)$ ，求实数 λ 的值。(其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数。)



8.按所示的程序框图运算，若输入 $x=20$ ，则输出的 $k=$ _____。

9.现有三个小球全部随机放入三个盒子中，设随机变量 ξ 为三个盒子中含球最多的盒子里的球数，则 ξ 的数学期望 $E\xi$ 为_____。

10.已知 $\{x_1, x_2, x_3, x_4\} \subseteq \{x > 0 \mid (x-3) \cdot \sin \pi x = 1\}$ ，则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 的最小值为_____；

11. $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。若 $b=1, c = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(1) 求角 C 的取值范围；

(2) 求 $4 \sin C \cos(C + \frac{\pi}{6})$ 的最小值。

12.在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 120^\circ, \overline{AB} \cdot \overline{AC} = -1$ ，则 $|\overline{BC}|$ 的最小值是_____。

13.正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， CC_1 与平面 A_1BD 所成角的余弦值为 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

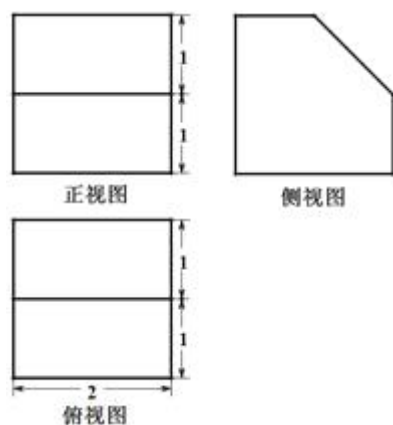
C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

14. 甲、乙两人计划从 A 、 B 、 C 三个景点中各选择两个游玩，则两人所选景点不全相同的选法共有 ()

- A. 3 种
- B. 6 种
- C. 9 种
- D. 12 种

15. 已知某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则此几何体的体积是 ()



- A. 1 cm^3
- B. 3 cm^3
- C. 5 cm^3
- D. 7 cm^3

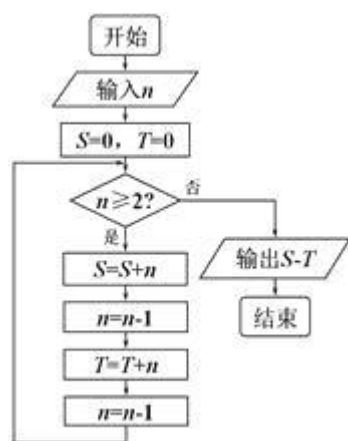
16. 对于函数 $f(x) = 4^x - m \cdot 2^{x+1}$, 若存在实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = -f(x_0)$ 成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq \frac{1}{2}$
- B. $m \geq \frac{1}{2}$
- C. $m \leq 1$
- D. $m \geq 1$

17. 设 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 则“ $a-b > 1$ ”是“ $a^2 - b^2 > 1$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

18. 某程序框图如图所示, 若输入的 $n = 10$, 则输出的结果是_____.



19. (本题满分 14 分)

已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, $\frac{2b-c}{a} = \frac{\cos C}{\cos A}$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 求函数 $y = \sqrt{3} \sin B + \sin(C - \frac{\pi}{6})$ 的值域.

20. 设点 $A(1, -1)$, $B(0, 1)$, 若直线 $ax + by = 1$ 与线段 AB (包括端点) 有公共点, 则

$a^2 + b^2$ 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

21. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = 2x$ ，则其离心率为__。

22. (本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 - e^x (a \in \mathbb{R})$ 。

(I) 当 $a = 1$ 时，试判断 $f(x)$ 的单调性并给予证明；

(II) 若 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 。

(i) 求实数 a 的取值范围；

(ii) 证明： $-\frac{e}{2} < f(x_1) < -1$ 。(注： e 是自然对数的底数)

23. 已知函数 $f(x) = \log_3 x$ ，则 $f(\sqrt{3}) =$ __。

24. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， $a_1 \in (0, 1)$ ， $a_2 \in (1, 2)$ ， $a_3 \in (2, 3)$ ，则 a_4 的取值范围是()

A. (3, 4)

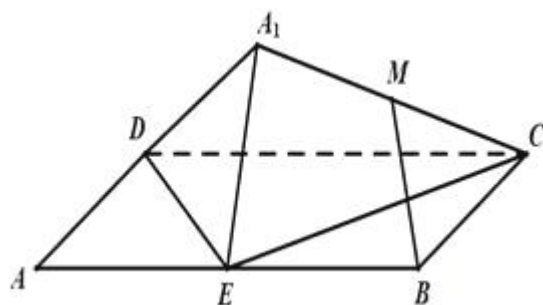
B. $(2\sqrt{2}, 4)$

C. (3, 9)

D. $(2\sqrt{2}, 9)$

25. 如图，矩形 ABCD 中，E 为边 AB 的中点，将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻转成 $\triangle A_1DE$

。若 M 为线段 A_1C 的中点，则在 $\triangle ADE$ 翻转过程中，正确的命题是_____。



① $|BM|$ 是定值；

- ② 点 M 在圆上运动；
 ③ 一定存在某个位置，使 $DE \perp A_1C$ ；
 ④ 一定存在某个位置，使 $MB \parallel$ 平面 A_1DE .

第 1 卷参考答案

一. 参考题库

1. 参考答案：-1005 试题分析：由于已知中给定 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = (-1)^n(a_n + 1)$ ，那么可知后面的项依次为 -2, -1, 0, 1，可知该数列是周期为 4 的数列，第五项与第一项相同，因此可知一个周期内各项和为 -1，因此那么前 2013 项的和就是有 1005 个周期再加上前 3 项的和得到，因此为 $-1005 + 0 = -1005$. 故答案为 -1005.

考点：本试题考查了数列的通项公式与前 n 项和的关系的运用。

点评：解决该试题的关键是根据递推关系来得到数列的求和的规律，有周期性，然后结合周期性得到结论。

2. 参考答案：C

3. 参考答案：(1) $\sqrt{3}$ ；(2) 不存在. 试题分析：(1) 分别求出抛物线与椭圆的焦点，利用两点间距离公式求解；(2) 设直线 $AB: y = kx + m$ 与抛物线相交于

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 与椭圆相交于 $C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ ，所以直线与抛物线方程联立

，得到 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 \cdot x_2$ 然后利用 $y' = \frac{x}{2}$ ，求出切线 PA, PB 的斜率，利用切线垂直

， $k_{PA} \cdot k_{PB} = -1$ ，解出 m，然后分别设出过 A, B 点的切线方程，求出交点 P 的坐标，

利用点到直线的距离公式求 d，直线与曲线相交的弦长公式求 $|AB|, |CD|$ ，若 $|AB|$ ，

d， $|CD|$ 成等比数列，则 $d^2 = |AB| \cdot |CD|$ ，化简等式，通过 Δ 看方程实根情况.

试题解析：(I) 抛物线 C_1 的焦点 $F(0,1)$, 1分

椭圆 C_2 的左焦点 $F_1(-\sqrt{2},0)$, 2分

则 $|FF_1| = \sqrt{3}$. 3分

(II) 设直线 $AB: y = kx + m$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$,

由 $\begin{cases} y = kx + m, \\ x^2 = 4y \end{cases}$, 得 $x^2 - 4kx - 4m = 0$, 4分

故 $x_1 + x_2 = 4k$, $x_1 x_2 = -4m$.

由 $x^2 = 4y$, 得 $y' = \frac{x}{2}$,

故切线 PA , PB 的斜率分别为 $k_{PA} = \frac{x_1}{2}$, $k_{PB} = \frac{x_2}{2}$,

再由 $PA \perp PB$, 得 $k_{PA} k_{PB} = -1$,

即 $\frac{x_1}{2} \cdot \frac{x_2}{2} = \frac{x_1 x_2}{4} = \frac{-4m}{4} = -m = -1$,

故 $m = 1$, 这说明直线 AB 过抛物线 C_1 的焦点 F . 7分

由 $\begin{cases} y = \frac{x_1}{2}x - \frac{x_1^2}{4}, \\ y = \frac{x_2}{2}x - \frac{x_2^2}{4} \end{cases}$, 得 $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2k$,

$y = \frac{x_1}{2} \cdot 2k - \frac{x_1^2}{4} = kx_1 - \frac{x_1^2}{4} = \frac{x_1 + x_2}{4} \cdot x_1 - \frac{x_1^2}{4} = \frac{x_1 x_2}{4} = -1$, 即 $P(2k, -1)$. 8分

于是点 $P(2k, -1)$ 到直线 $AB: kx - y + 1 = 0$ 的距离 $d = \frac{2k^2 + 2}{\sqrt{1+k^2}} = 2\sqrt{1+k^2}$. 9分

由 $\begin{cases} y = kx + 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$, 得 $(1+2k^2)x^2 + 4kx - 2 = 0$, 10分

从而 $|CD| = \sqrt{1+k^2} \frac{\sqrt{(4k)^2 - 4(1+2k^2) \cdot (-2)}}{1+2k^2} = \sqrt{1+k^2} \frac{\sqrt{8(1+4k^2)}}{1+2k^2}$, 11分

同理, $|AB| = 4(1+k^2)$. 12分

若 $|AB|$, d , $|CD|$ 成等比数列, 则 $d^2 = |AB| \cdot |CD|$, 13分

$$\text{即 } (2\sqrt{1+k^2})^2 = 4(1+k^2) \cdot \sqrt{1+k^2} \frac{\sqrt{8(1+4k^2)}}{1+2k^2},$$

化简整理, 得 $28k^4 + 36k^2 + 7 = 0$, 此方程无实根,

所以不存在直线 AB , 使得 $|AB|$, d ,

[src="https://tikupic.21cnjy.com//8e/](https://tikupic.21cnjy.com//8e/)

4. 参考答案: C 试题分析: 根据题意可知, 由于全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, 则 $C_U A = \{3, 4, 5\}$, 而对于

集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 可知 $C_U A \cup B = \{3, 4, 5\} \cup \{2, 3, 4\} = \{2, 3, 4, 5\}$, 故选 C.

考点: 本试题考查了集合的并集和补集的运算。

点评: 解决该试题的关键是能利用补集的概念, 求解除去该集合中元素的全集中的其余元素的集合。同时利用并集的概念, 找出所有既属于集合 B, 又属于集合 A 的元素, 得到并集的结论, 属于基础题。

5. 参考答案: C 试题分析: 根据题意可知, 将函数利用两角和差的公式化为单一形式, 即可知为

$$y = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}), \text{ 而函数 } y = \sin 2x + \cos 2x \text{ 的图象向左平移 } \frac{\pi}{4}$$

个单位, 可知得到为

$$y = \sqrt{2} \sin(2(x + \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{3\pi}{4})$$
$$\therefore \sqrt{2} \sin(2x + \frac{3\pi}{4}) = \sin 2x - \cos 2x$$

, 符合左加右减的原则, 故选 C

考点: 本试题考查了三角函数的图像的变换的运用。

点评:对于图像的变换主要涉及到平移变换和周期变换和振幅变换,而对于平移变化的理解要准确,表示的对于自变量 x 而言的,那么先化简表达式,然后结合平移可知所求的解析式,属于基础题。

6.参考答案: D 试题分析:如图 5×5 的棋盘中,
黑

黑

白

黑

白

首先放入三颗黑子,在 5×5 的棋盘中,选出三行三列,共 $C_5^3 C_5^3$ 种方法,然后放入三颗黑子,每一行放一颗黑子,共 $3 \times 2 \times 1$ 种方法,然后在剩下的两行两列放两颗白子,共 2×1 种方法,所以不同的方法种数为 $C_5^3 C_5^3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 1200$ 种方法.故选 D.

考点：1.分步计数原理；2.排列组合的综合应用.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/928072023073007027>