

湖南省湘潭市 2023-2024 学年九年级上学期期末数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

A. $2x-1=9$

B. $x^2+\frac{1}{x}=1$

C. $x^2-1=0$

D. $2x+3y-5=0$

2. 已知反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$, 则下列各点中, 在这个反比例图象上的是 ()

A. (1,5)

B. (-1,5)

C. (5,0)

D. (-5,-1)

3. 随着芯片技术的飞速发展, 电子元器件产业也随之蓬勃发展, 质检部门从 3000 件电子元件中随机抽取 100 件进行检测, 其中有 2 件是次品, 试据此估计这批电子元件中次品数量大约为 ()

A. 2

B. 6

C. 20

D. 60

4. 解一元二次方程 $x^2-2x-3=0$, 可用配方法将其变形为 ()

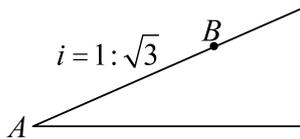
A. $(x+1)^2=4$

B. $(x-1)^2=4$

C. $(x-2)^2=4$

D. $(x-1)^2=-2$

5. 如图, 坡度 $i=1:\sqrt{3}$, 小明从山坡脚下点 A 上坡走了 50 米到达点 B , 则他升高的高度为 ()



A. 25 米

B. $25\sqrt{3}$ 米

C. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ 米

D. $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ 米

6. 大自然巧夺天工, 一片小枫叶也蕴含着“黄金分割”, 如图, P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > PB$, $AB=10\text{cm}$, 则 AP 的长约为 () cm



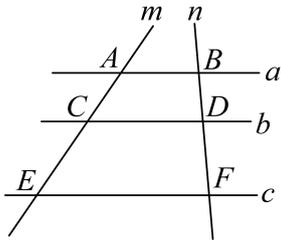
A. 0.618

B. 6.18

C. 3.82

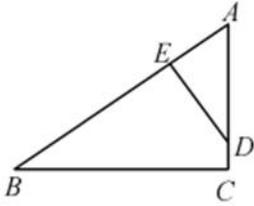
D. 0.382

7. 如图, 已知直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m 、 n 与 a 、 b 、 c 分别交于点 A 、 C 、 E 、 B 、 D 、 F , 若 $AC=8$, $CE=12$, $BD=6$, 则 DF 的值是 ()



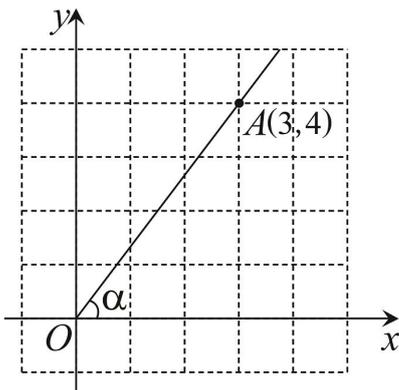
- A. 16 B. 15 C. 9 D. 6

8. 如图，点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上，且 DE 与 BC 不平行，添加一个条件，可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，不正确的是（ ）



- A. $\angle AED = \angle C$ B. $\angle ADE = \angle B$ C. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

9. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为 $(3,4)$ ，那么 $\cos \alpha$ 的值是（ ）



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 《九章算术》是我国古代数学名著，有题译文如下：今有门，不知其高宽；有竿，不知其长短，横放，竿比门宽长出 4 尺；竖放，竿比门高长出 2 尺；斜放，竿与门对角线长恰好相等。问门高、宽和对角线的长各是多少？设门对角线的长为 x 尺，下列方程符合题意的是（ ）

- A. $(x-2)^2 + (x-4)^2 = x^2$ B. $(x+2)^2 + (x-4)^2 = x^2$
 C. $x^2 + (x-2)^2 = (x-4)^2$ D. $(x-2)^2 + x^2 = (x+4)^2$

二、填空题

11. 已知 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ，则 $\frac{x+y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知点 $(2, y_1)$, $(3, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (填“>”或“<”或“=”)

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是_____.

14. 2023年11月10日—12日, 由湘潭市教育局、湘潭市文旅广电体育局主办的“奔跑吧·少年”湘潭市中小学生田径运动会在湘潭市体育中心举行. 为备战此次比赛, 甲、乙、丙、丁四位运动员在“100米短跑”训练中, 每人各跑5次, 据统计, 平均成绩都是13.8秒, 方差分别是 $S_{甲}^2 = 0.11$, $S_{乙}^2 = 0.03$, $S_{丙}^2 = 0.05$, $S_{丁}^2 = 1.88$, 要从中选择一名发挥最稳定的运动员参加比赛, 应选_____去参赛.

15. 若 m 、 n 是一元二次方程 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 的两个实数根, 则 $m + n$ 的值_____.

16. 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle OEF$ 的顶点分别为 $O(0,0)$, $E(-4,2)$, $F(-2,2)$, 若 $\triangle OE'F'$ 与 $\triangle OEF$ 是以原点 O 为位似中心, 且点 E 的对应点 E' 的坐标是 $E'(-2,1)$, 则点 F 的对应点 F' 的坐标是_____.

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 均为锐角, 且满足 $(\sin A - \frac{1}{2})^2 + |\cos B - \frac{1}{2}| = 0$, 则 $\angle C =$ _____.

18. 对于两个不相等的实数 a 、 b , 我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a 、 b 中的较大值, 如: $\max\{2, 5\} = 5$, 按照这个规定, 方程 $\max\{1, x\} = x^2 - 3$ 的解为_____.

三、解答题

19. 计算: $\tan 60^\circ - 2\cos 30^\circ + (2023 - \pi)^0$.

20. 2001年竣工通车的湘潭三大桥是湘江上已建大桥中规模最大的双塔垂直双索面三跨连续体系斜拉桥(如图1), 图2是从图1抽象出来的平面图, 已知: 拉索 AB 、 BD 与桥面 AC 所成角度分别为 37° 、 45° , 若 $AD = 210$ 米, 求立柱 BC 的高度. (参考数据: $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, 结果精确到1米)



图1

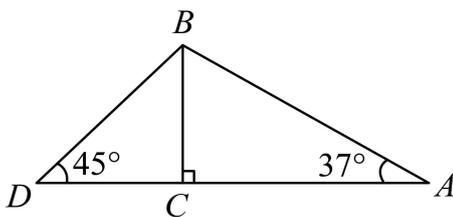
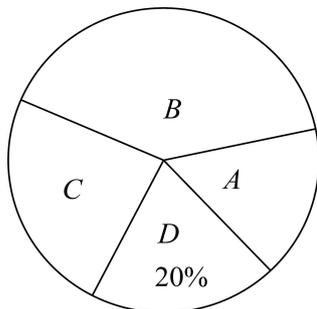


图2

21. 为了解某校九年级男生投掷实心球水平, 随机抽取了若干名男生进行检测, 测试成绩 (单位: 米) 频数分布表和扇形图 (部分) 如下:

学生投掷实心球成绩的扇形图



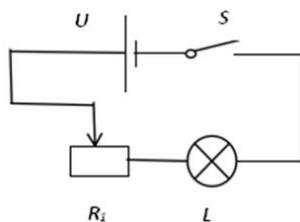
学生投掷实心球成绩的频数分布表

类别	分组	频数
<i>A</i>	$7 \leq x < 8$	8
<i>B</i>	$8 \leq x < 9$	<i>m</i>
<i>C</i>	$9 \leq x < 10$	12
<i>D</i>	$10 \leq x < 11$	10

- (1) 被调查的男生共有 _____ 人;
- (2) $m =$ _____ ; *B* 类的频率 _____ ;
- (3) 若全校共有 1000 名男生参加了此次投掷实心球的检测, 请你估计该校男生投掷实心球成绩达到 9 米以上的人数.

22. 已知某电路的电源电压 $U(V)$, 电流 $I(A)$, 电阻 $R(\Omega)$ 三者之间有如下的关系式:

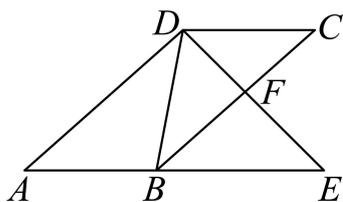
$U = IR$, 且该电路的电源电压 U 为恒值.



- (1) 该电路中, 电流 I 与电阻 R 成 _____ 关系 (填“反比例函数”或“正比例函数”);
- (2) 当该电路的电阻为 100Ω 时, 测得该电路中的电流为 $2.2A$, 写出该电路中电流 I 关于电阻 R 的函数表达式;
- (3) 若 (2) 中的电路如图所示, 调节滑动变阻器 R_1 , 使通过灯泡的电流比 (2) 中测得的值减少 $0.2A$, 那么 R_1 连入电路的阻值将会发生怎样的变化? (提示: 设定灯泡电阻

恒定)

23. 如图, 平行四边形 $ABCD$, DE 交 BC 于 F , 交 AB 的延长线于 E , 且 $\angle EDB = \angle C$.



(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle DBE$

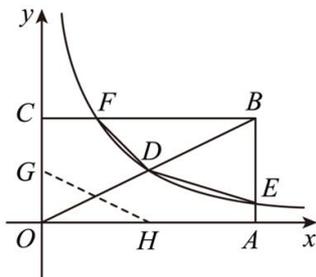
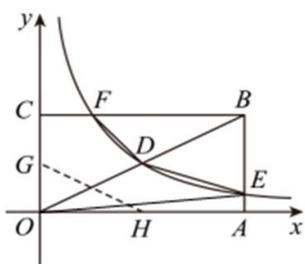
(2) 若 $DC = 9\text{cm}$, $BE = 16\text{cm}$, 求 DE 的长.

24. 杭州亚运会于 2023 年 9 月 23 日开幕, 某商店以 2 元/张的价格批发了一批具有纪念意义的书签进行销售. 经调查发现, 若每个定价 3 元, 每天可以卖出 500 件, 而且定价每上涨 0.1 元, 其销售量将减少 10 件, 假定纪念品售价不低于 3 元且不能超过批发价的 3 倍.

(1) 当每张书签定价为 5 元时, 商店每天能卖出多少件?

(2) 如果商店要实现每天 675 元的销售利润, 该如何定价?

25. 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 、 y 轴的正半轴上, 点 D 为对角线 OB 的中点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象经过点 D , 与 AB 相交于点 E , 且点 $B(4, 2)$.



备用图.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的关系式;

(2) 求 $\triangle ODE$ 的面积;

(3) 若反比例函数的图象与矩形的边 BC 交于点 F , 将矩形折叠, 使点 O 与点 F 重合, 折痕分别与 x 、 y 轴正半轴交于点 H 、 G , 求直线 GH 的函数关系式.

26. 【特例感知】如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 D . 求证: $\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$.

【性质探究】如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D . 求证: $\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$.

【应用迁移】如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , $AE \perp BC$, 垂足为点 E . 若 $AC = 1$, $CD:BD = 1:3$, 点 F 在 BA 的延长线上, 当 AF 为何

值时, $\triangle CAF$ 与 $\triangle AED$ 相似.

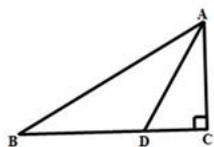


图1

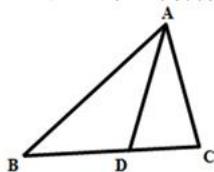


图2



图3

参考答案:

1. C

【分析】本题主要考查了一元二次方程的定义，解题的关键是根据一元二次方程必须满足四个条件：(1) 未知数的最高次数是 2；(2) 二次项系数不为 0；(3) 是整式方程；(4) 含有一个未知数. 由这四个条件对四个选项进行验证，满足这四个条件者为正确答案.

【详解】解：A、该方程中未知数的次数为 1，故本选项不符合题意；

B、该方程是分式方程，不是整式方程，故本选项不符合题意；

C、符合一元二次方程的定义，故本选项符合题意；

D、该方程中含有两个未知数，故本选项不符合题意.

故选：C.

2. B

【分析】本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是根据 $y = -\frac{5}{x}$ ，得 $k = xy = -5$ ，所以只要点的横坐标与纵坐标的积等于 -5，就在函数图象上.

【详解】解：A、 $1 \times 5 = 5 \neq -5$ ，故不在函数图象上，不合题意；

B、 $-1 \times 5 = -5$ ，故在函数图象上，符合题意；

C、 $5 \times 0 = 0 \neq -5$ ，故不在函数图象上，不合题意；

D、 $(-5) \times (-1) = 5 \neq -5$ ，故不在函数图象上，不合题意；

故选：B.

3. D

【分析】本题考查用样本估计总体，解答本题的关键是根据随机抽取 100 件进行检测，其中有 2 件是次品，可以计算出这批电子元件中大约有多少件次品.

【详解】解： $3000 \times \frac{2}{100} = 60$ (件)，

即这批电子元件中大约有 60 件次品，

故选：D.

4. B

【分析】本题考查了一元二次方程的解法，熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键. 根据配方法可直接进行排除选项.

【详解】解：由一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 配方后可变形为： $(x - 1)^2 = 4$.

故选：B.

5. A

【分析】本题考查的是解直角三角形的应用—坡度坡角问题，解题的关键是根据坡度与坡角的关系、特殊角的三角函数值求出 $\angle A$ ，再根据含 30° 角的直角三角形的性质计算即可。

【详解】解：过点 B 作 $BC \perp$ 水平面于点 C ，

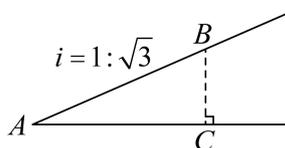
\because 斜坡 AB 的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}，$$

$\therefore \angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 50 = 25 \text{ (米)}，$$

故选：A.



6. B

【分析】根据黄金分割的定义解答，即可得出答案.

【详解】解： $\because P$ 为 AB 的黄金分割点($AP > PB$)，

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 10 \approx 6.18(\text{cm})，$$

故选：B.

【点睛】此题考查了黄金分割：点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$)，且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项(即 $AB:AC = AC:BC$)，叫做把线段 AB 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点.

7. C

【分析】本题考查的是平行线分线段成比例定理，解题的关键是直接根据平行线分线段成比例定理即可得出结论.

【详解】解： \because 直线 $a \parallel b \parallel c$ ， $AC=8$ ， $CE=12$ ， $BD=6$ ，

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}，$$

$$\therefore \frac{8}{12} = \frac{6}{DF}，$$

$$\therefore DF = 9.$$

故选：C.

8. D

【分析】本题考查相似三角形的判定，关键是由相似三角形的判定定理，即可判断.

【详解】解：A、B 中的条件，又 $\angle DAE = \angle BAC$ ，由有两组角对应相等的两个三角形相似，判定 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，故不符合题意；

C、 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ，又 $\angle DAE = \angle BAC$ ，由两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，判定 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，故不符合题意；

D、 $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ，两边对应成比例，但夹角 $\angle AED$ 和 $\angle C$ 不一定相等，不能判定 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，故符合题意.

故选：D.

9. C

【分析】作 $AB \perp x$ 轴于 B ，先利用勾股定理计算出 $OA=5$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中利用余弦的定义求解即可.

【详解】解：作 $AB \perp x$ 轴于 B ，如图，

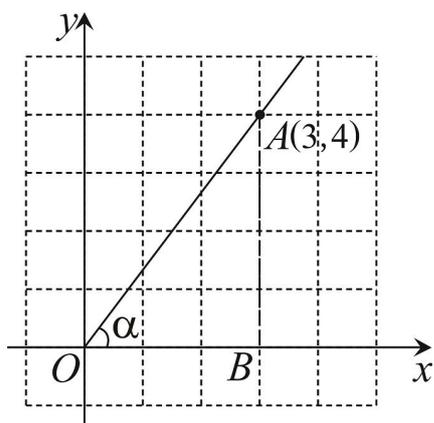
\because 点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，

$\therefore OB=3, AB=4$ ，

$\therefore OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $\cos\alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{5}$.

故选：C.



【点睛】本题考查了解直角三角形的应用、坐标与图形性质、勾股定理等知识；熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

10. A

【分析】此题考查由实际问题抽象出一元二次方程，利用勾股定理列方程，解题关键是正确

理解题意，找出题目中的等量关系.

【详解】解：设门对角线的长为 x 尺，由题意得：

$$(x-2)^2 + (x-4)^2 = x^2,$$

故选：A.

11. $\frac{7}{4}$

【分析】由 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ 可知 $\frac{x}{y}$ 值，再将 $\frac{x+y}{y}$ 化为 $\frac{x}{y} + 1$ 的形式进行求解即可.

【详解】解：∵ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{x}{y} + 1 = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}.$$

【点睛】本题考查了分式的化简求值.

12. $>$

【分析】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，解题的关键是先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限，再根据 $0 < 2 < 3$ ，判断出两点所在的象限，根据该函数在此象限内的增减性即可得出结论.

【详解】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 中， $k = 3 > 0$,

∴ 此函数图象的两个分支分别第一、三象限，且在每一象限内 y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore 0 < 2 < 3,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为： $>$.

13. $k < \frac{1}{4}$

【分析】本题考查了根的判别式，解题的关键是利用根的判别式的意义得到 $\Delta = (-1)^2 - 4k > 0$ ，然后解不等式即可.

【详解】解：根据题意得 $\Delta = (-1)^2 - 4k > 0$,

$$\text{解得 } k < \frac{1}{4},$$

即实数 k 的取值范围为 $k < \frac{1}{4}$.

故答案为： $k < \frac{1}{4}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/935031041211011112>