第六讲: 方差分析(三)

析因设计的方差分析

Factorial design

ANOVA

两因素析因设计资料的方差分析

前面内容 回顾

1. 完全随机设计的ANOVA
2. 随机区组设计的ANOVA

所关心的问题：

一个处理因素不同处理水平间的均数有无差异？

在第2个设计中，设立单位组（区组）的目的是控制混杂因素。使混杂因素在各处理水平间达到均衡，提高检验效率。

析因设计（factorial design）ANOVA所关心的问题

1. 两个或两个以上处理因素 的各处理水平间的均数有无差异？即主效应有无统计学意义？
2. 两个或两个以上处理因素之间有无交互作用？

一、析因设计

析因设计的实例

例1：甲乙两药治疗高胆固醇血症的疗效(胆固醇降低值mg%），问①甲乙两药是否有降低胆固醇的作用？②两种药间有无交互作用

甲药	乙药	
	用	不用
用	64	56
	78	44
	80	42
不用	28	16
	31	25
	23	18

完全随机的两因素2×2析因设计

例2：白血病患儿的淋巴细胞转化率(%)，问①不同缓解程度、不同化疗期淋转率是否相同？②两者间有无交互作用

缓解程度	时期	
	化疗期	化疗间隙
完全缓解	46 51 41	56 36 46
	32 45 52	47 63 56
	41 34	54 39
未缓解	39 28 26	53 58 66
	33 31 35	51 57 64
	37 50	45 45

完全随机的两因素2×2析因设计

例3：小鼠种别A、体重B和性别C对皮内移植SRS瘤细胞生长特征影响的结果（肿瘤体积cm^3）问①A, B, C各自的主效应如何？②三者间有无交互作用？

种别A	体重（g）	性别	
		雄性	雌性
昆明种	24～25	0.7069	0.1885
		0.7854	0.3403
		0.3581	0.2503
	13～15	1.0838	0.9550
		0.9425	0.9215
		0.3335	0.8514
泸白种	24～25	0.0628	0.4712
		0.0942	0.0880
		0.0471	0.1759
	13～15	0.0126	0.2513
		0.0094	0.3676
		0.0125	0.1327

完全随机三因素2×2×2析因设计

例4：研究小鼠在不同注射剂量和不同注射次数下药剂ACTH对尿总酸度的影响。问①A、B各自的主效应如何？②二者间有无交互作用？

促肾上腺皮质激素

配伍组编号	日注射量A	注射次数B	
		B1（少）	B2（多）
1	A1	33.6	33.0
2		37.1	30.5
3		34.1	33.3
4		34.6	34.4
1	A2	33.0	28.5
2		29.5	31.8
3		29.2	29.9
4		30.7	28.3
1	A3	31.4	30.7
2		28.3	28.2
3		28.9	28.4
4		28.6	30.6

随机配伍的两因素3×2析因设计

例5：两因素：疾病种类（A）与护士年龄（B）

a=4（心脏病、肿瘤、脑血管意外、结核病）

b=3（20～、30～、40～）；

n=5；Y_{ijk}为访视时间

问：

(1) 护士年龄的主效应？

(2) 疾病病种的主效应？

(3) 护士年龄与疾病病种间是否存在交互作用？

析因设计的特点

- 2个或以上（处理）因素（factor）（分类变量）
- 2个或以上水平（level）
- 2个或以上重复（repeat）（样本数）
- 每次试验涉及全部因素，即因素同时施加
- 观察指标（观测值）为计量资料（独立、正态、等方差）

- 析因实验可分析多种交互作用；
- 二个因素间的交互作用称为一级交互作用，三个因素间的交互作用称为二级交互作用，四个因素间则称为三级交互作用，乃至更高级的交互作用。
- 如，观察三个因素的效应，其一级交互作用为：A×B，A×C与B×C，二级交互作用为A×B×C。
- 当析因实验设计因素与水平过多时，使交互作用分析内容繁多，计算复杂，带来专业解释困难，一般多用简单的析因实验。

析因设计--有关术语

- 单独效应（simple effects）：其它因素（factor）的水平（level）固定为某一值时，某一因素的效应
- 主效应（main effects）：某因素各单独效应的平均效应
- 交互作用（Interaction）：某一因素效应随着另一因素变化而变化的情况。（如一级交互作用AB、二级交互作用ABC…

析因设计的优点

- 可同时观察多个因素的效应，提高了实验效率；
- 能够分析因素间的交互作用；
- 允许一个因素在其他各因素的几个水平上来估计其效应，所得结论在实验条件的范围内是有效的

析因设计的缺点

当研究因素较多，且每个因素的水平数也较多时，析因设计要求的试验可能太多，以至到了无法承受的地步。

如2因素，各3水平5次重复需要试验为45次；

如有6个因素，每个因素都有3个水平，析因设计至少需要做 $3^6 = 729$次试验，如果每个因素的水平数增加到5个，则析因设计至少需要做 $5^6 = 15625$次试验，这是不能接受的

析因实验设计的其他特点

- 要求实验时全部因素同时施加,即每次做实验都涉及到每个因素一个特定水平(若实验因素施加有先后顺序之分， 称为分割或裂区设计);
- 因素对定量观测结果的影响是平等的， 即在专业上没有充分证据认为哪些因素对定量观测结果影响大、另一些影响小(若实验因素对观测结果影响在专业上能排出主、次顺序, 称为系统分组或嵌套设计;
- 可准确估计各因素及其各级交互作用效应大小(若某些交互作用的效应不能准确估计，就属于非正规的析因设计，如分式析因设计、正交设计、均匀设计 等)

二、析因设计的方差分析

（一）两因素两水平
（二）两因素三水平
（三）三因素多水平

（一）两因素两水平完全随机析因设计的方差分析

两因素析因设计的ANOVA

符号

两个处理因素：A、B

A、B因素各有a、b个水平，共有$a\times b$种组合

每一组合下有n个受试对象

全部实验受试对象总数为$a\times b\times n$

i (i=1, 2…,a)表示因素A的水平号，

j (j=1, 2, …,b)表示因素B的水平号，

k (k=1, 2 ,…,n)表示在每一组合下的受试对象号

例6： 研究不同缝合方法及缝合后时间对家兔轴突通过率（%）的影响，问①两种缝合方法间有无差别？缝合后时间长短间有无差别？②两者间有无交互作用

缝合方法	缝合后时间B	
A	1月（b_1）	2月（b_2）
外膜缝合（a_1）	10	30
	10	30
	40	70
	50	60
	10	30
束膜缝合（a_2）	10	50
	20	50
	30	70
	50	60
	30	30

完全随机的两因素2×2析因设计

单独效应

A因素	B因素 b_1	B因素 b_2	平均	b_2-b_1 B的效应
a_1	24	44	34	20
a_2	28	52	40	24
平均	26	48		22
a_2-a_1 A的效应	4	8	6	

主效应

A因素	B因素 b_1	B因素 b_2	平均	b_2-b_1 B的效应
a_1	24	44	34	20
a_2	28	52	40	24
平均	26	48		22
a_2-a_1 A的效应	4	8	6	

A因素主效应解释为： 束膜缝合与外膜缝合相比(不考虑缝合时间)，神经轴突通过率提高了6%。

B因素主效应解释为： 缝合后2月与1月相比(不考虑缝合方法)，神经轴突通过率提高了22%。

交互作用

$$AB=[(a_2b_2-a_1b_2)-(a_2b_1-a_1b_1)]/2=(8-4)/2=2$$

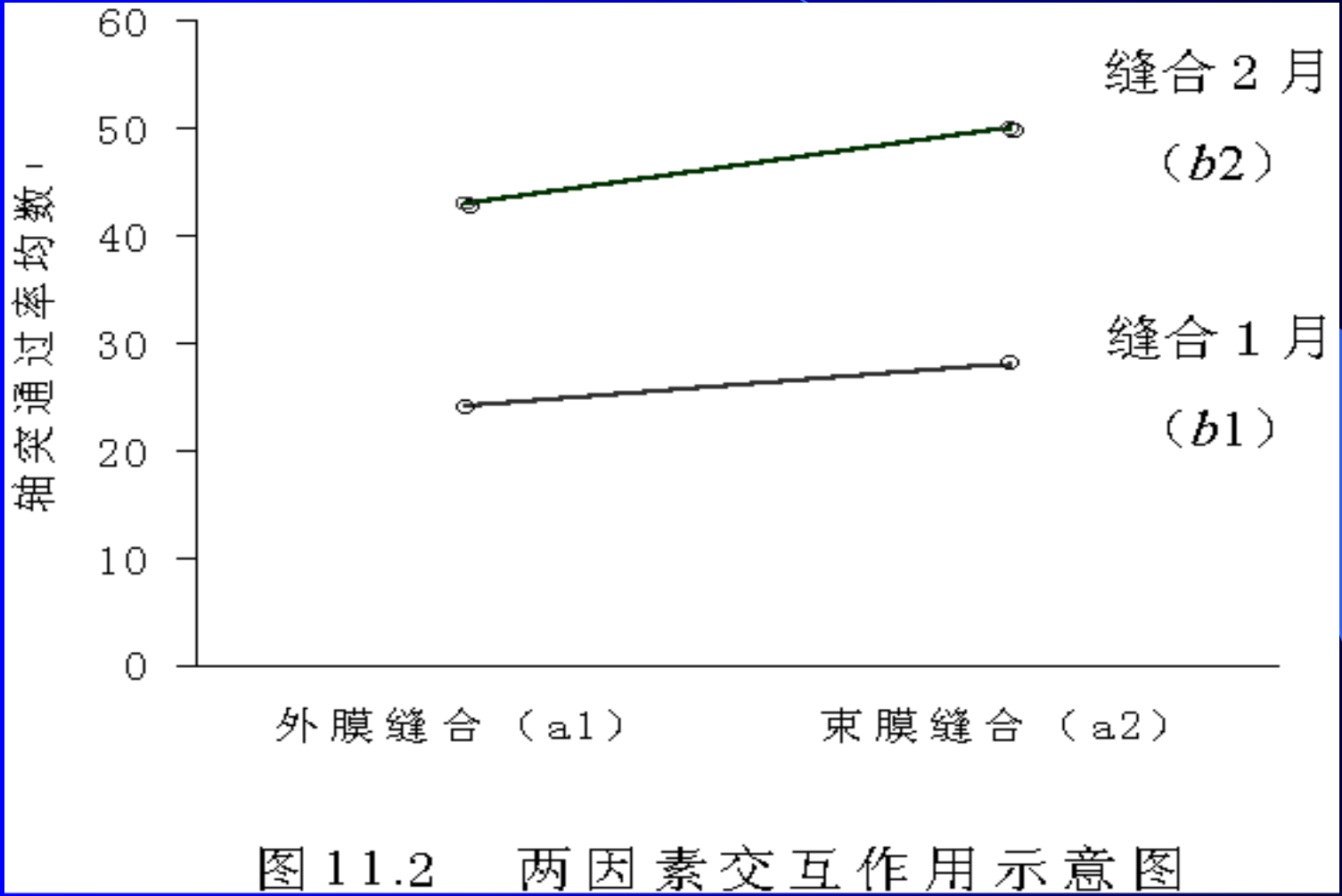


图11.2 两因素交互作用示意图

两条直线相互平行，表示两因素交互作用很小

ANOVA分析的必要性

A因素（缝合方法）的主效应为6%，

B因素（缝合时间）的主效应为22%，

AB的交互作用表示为2%。

以上是样本均数比较结果，要推论总体均数是否有同样的特征，需要对试验结果进行方差分析后，才能下结论。

	a1b1	a1b2	a2b1	a2b2	合计
均数	24	44	28	52	148
例数	5	5	5	5	20
$\sum X$	120	220	140	260	740
$\sum X^2$	4400	11200	4800	14400	34800

完全随机的方差分析

变异来源		SS	df	MS	F	P-value
总		7420	19			
组间	处理组	2620	3	873.333	2.91111	0.06657
组内	误差	4800	16	300		

处理组间变异的分解

析因设计的 ANOVA 将 $SS_{处理}$ 进一步分解为：

A 因素（缝合方法）主效应的离均差平方和 SS_A

B 因素（缝合时间）主效应的离均差平方和 SS_B

AB 交互作用的离均差平方和 SS_{AB} 三部分。

相应自由度也作相应分解。

$$SS_{处理}=\sum n\ (\bar{x}_i-\bar{x})^2=\frac{\sum(T_i)^2}{n}-C$$

$$SS_A=\frac{(A_1-A_2)^2}{2na_B}=\frac{\sum(A_i)^2}{na_B}-C$$

$$SS_B=\frac{(B_1-B_2)^2}{2na_A}=\frac{\sum(B_i)^2}{na_A}-C$$

$$SS_{A\times B}=\frac{[(A_1B_1+A_2B_2)-(A_1B_2+A_2B_1)]^2}{na_Aa_B}$$

$$=SS_{处理}-SS_A-SS_B$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/935034010312011034