陕西省西安市第一中学2024届高三下学期高考预测数学（文科）试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{R}\,|\,x<a\right\},B=\left\{x\in\mathbf{N}\,|\,tx=6,t\in\mathbf{N}\right\}$，若 $A\cap B=B$，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$[6,+\infty)$　　B．$(6,+\infty)$　　C．$[3,+\infty)$　　D．$(3,+\infty)$

2．已知i为虚数单位，且 $\dfrac{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^2}=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta,\theta\in(0,2\pi)$，则 $\theta=$（　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{5\pi}{6}$　　C．$\dfrac{7\pi}{6}$　　D．$\dfrac{11\pi}{6}$

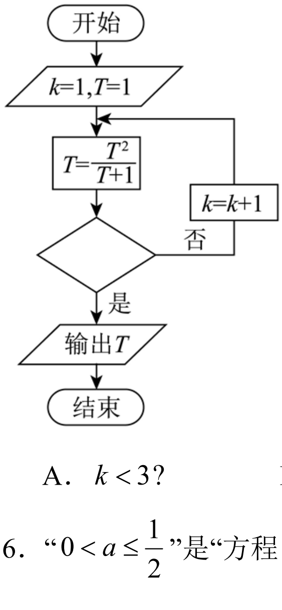
3．若样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的标准差为6，则数据 $3x_1-1,3x_2-1,\cdots,3x_{10}-1$ 的标准差为（　）

A．10　　B．14　　C．18　　D．22

4．已知平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=4,AD=3,\angle BAD=60°,\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda>0),\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=9$，则 λ 的值为（　）

A．$\dfrac{4}{5}$　　B．$\dfrac{3}{4}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

5．执行如图所示的程序框图，若输出 T 的值为 $\dfrac{1}{42}$，则判断框内应填（　）



A．$k<3$?　　B．$k\geq 2$?　　C．$k>3$?　　D．$k\geq 3$?

6．“$0<a\leq\dfrac{1}{2}$”是“方程 $2^{2x}=\log_a x$ 在 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ 上有实数根”的（　）

A．充分不必要条件　　　　　　　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　　　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

7．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n, S_{n+1}=a_{n+1}-na_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$，则$\dfrac{1}{a_{20}}=$（　）

A．190　　　B．210　　　C．380　　　D．420

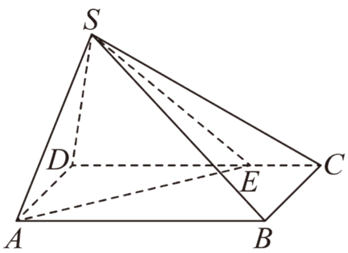
8．已知某地冬季的室内外温度差为30℃，根据调查数据研究知，双层玻璃窗户中每层玻璃厚度d（每层玻璃的厚度相同）、两层玻璃间夹空气层厚度l与热传导量q满足关系式$q=\dfrac{2\times 10^{-3}\times|\Delta t|}{8l+d}$，其中$|\Delta t|$为室内外温度差，热传导量$q$越小，保温效果越好．根据统计，该地一些房屋的双层玻璃窗户满足$\begin{cases} l\ge 3 \\ 10d+l-8\le 0 \\ 10d-l\ge 0 \end{cases}$，则当双层玻璃的保温效果最好时，$q$的值为（　）

A．$\dfrac{6}{1225}$　　　B．$\dfrac{2}{135}$　　　C．$\dfrac{2}{405}$　　　D．$\dfrac{1}{540}$

9．已知抛物线$C: y^2=8x$的焦点为F，点M在抛物线C上，点M在y轴上的投影为点N，则$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{MF}$的最小值是（　）

A．1　　　B．-1　　　C．$2\sqrt{2}$　　　D．$-2\sqrt{2}$

10．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2AD=12, E$为DC边上的点，且$DE=9$，将∨ADE沿AE所在直线翻折到△SAE的位置，使$\cos\angle SAB=\dfrac{2}{3}$，则四棱锥$S-ABCE$的体积为（　）



A．$30\sqrt{5}$　　　　　　　　B．$35\sqrt{5}$

C．$20\sqrt{5}$　　　　　　　　D．$25\sqrt{5}$

11．将函数$f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{12}\right)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长度后，得到函数$g(x)$的图象，若函数$g(x)$在区间$\left[0,\dfrac{a}{3}\right]$和$\left[4a,\dfrac{7\pi}{6}\right]$上均单调递增，则实数$a$的取值范围是（　）

A．$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7\pi}{24}\right)$　　　　　　　　B．$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$

C．$\left[\frac{7\pi}{24},\frac{\pi}{2}\right)$　　D．$\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{24}\right)$

12．若$e^{2a}-e^{b}>4a^{2}-b^{2}+1$，则（　）

A．$4a^{2}>b^{2}$　　B．$4a^{2}<b^{2}$

C．$(\frac{1}{4})^{a}>(\frac{1}{2})^{b}$　　D．$(\frac{1}{4})^{a}<(\frac{1}{2})^{b}$

二、填空题

13．直线$y=kx-1(k>0)$与曲线$y=x^{2}$和圆$(x-2)^{2}+y^{2}=r^{2}(r>0)$都相切，则$r=$_____.

14．已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为$a,b,c,C=135°$，且$\triangle ABC$的外接圆半径$R=1$，则$\triangle ABC$面积的最大值为_____.

15．已知双曲线$M:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_{1},F_{2},\triangle ABC$的三个顶点都在$M$上，且直线$BC$过原点，直线$AC,AB$斜率的乘积为3，则双曲线$M$的离心率为_____.

16．三棱锥$P-ABC$中，$PA=PB=PC=2$，且PA,PB,PC两两垂直．设三棱锥$P-ABC$的外接球和内切球的表面积分别为$S_{外}$和$S_{内}$，则$S_{外}-S_{内}=$_____.

三、解答题

17．设数列$\{a_{n}\}$的前n项和为$S_{n},a_{1}=1$，且$S_{n}=\frac{(n+1)a_{n}}{2}$.

(1)求数列$\{a_{n}\}$的通项公式；

(2)若$b_{n}=\frac{a_{n}+a_{n+1}}{a_{n}^{2}\cdot a_{n+1}^{2}}$，数列$\{b_{n}\}$的前$n$项和为$T_{n},\forall n\in\mathbf{N}^{*},T_{n}<m$恒成立，求实数$m$的最小值．

18．某校为探索新型教学模式，将800名高一新生平均分成16个班，且每班的生源情况基本相同，其中8个班采用“先学后教、当堂训练”的新模式，其他班级还按照原有模式教学，经过一学期的教学，将学生的期中、期末成绩之和进行全校排名，并与入学排名比较，规定名次小于等于入学名次的为进步，其他情况为退步，得到如下数据：

	原有模式	新模式
进步	202	268
退步	198	132

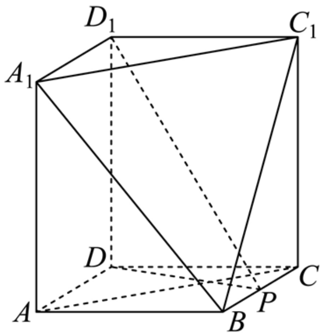
(1)是否有99%的把握认为“学生进步与否与教学模式有关”？

(2)现采用分层抽样的方法从退步的学生中抽取 5 人，再从中随机抽取 3 人作进一步调查，求恰有一名学生被采用新模式教学的概率．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P\left(K^2\geq k\right)$	0.50	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19．如图，几何体 $ABCD-A_1C_1D_1$ 为直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 截去一个角所得，四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{3},AB=2,P$ 为 BC 的中点．



(1)证明：平面 $D_1DP\perp$ 平面 C_1CB；

(2)若直线 A_1B 与 D_1P 所成角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$，求平面 D_1DP 与 $\vee A_1BC_1$ 相交所得线段的长度．

20．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的离心率为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，椭圆 C 的动弦 AB 过椭圆 C 的右焦点 F，当 AB 垂直 x 轴时，椭圆 C 在 A,B 处的两条切线的交点为 M．

(1)求点 M 的坐标；

(2)若直线 AB 的斜率为 $\dfrac{1}{m}$，过点 M 作 x 轴的垂线 l，点 N 为 l 上一点，且点 N 的纵坐标为 $-\dfrac{m}{2}$，直线 NF 与椭圆 C 交于 P,Q 两点，证明：$\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|PQ|}$ 为定值．

21．已知函数 $f\left(x\right)=\left(x-a\right)\ln x+\left(a-1\right)x\left(a\in\mathbf{R}\right)$．

(1)若函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，求实数 a 的值；

(2)求证：$\ln2>\sin\frac{1}{100}+\sin\frac{1}{101}+\cdots+\sin\frac{1}{198}$.

22．在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{2}{\cos\alpha}\\ y=\sqrt{3}\tan\alpha\end{cases}$ （α 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $k\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+2-k=0$.

(1)求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程；

(2)若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $\left(1,2\right)$，求实数 k 的值.

23．已知函数 $f\left(x\right)=\left|2x-1\right|+\left|2x+2\right|$，实数 a,b,c 满足 $ab+bc+ca=3$.

(1)解不等式 $f\left(x\right)\geq5$；

(2)证明：对任意实数 $a,b,c,\exists x\in\mathbf{R}$，使 $a^2+b^2+c^2\geq f\left(x\right)$.

参考答案：

1．B

【分析】根据$tx=6,x,t\in\mathbf{N}$分析x的取值，然后判断两个集合的包含关系，由包含关系可得.

【详解】因为$tx=6,x,t\in\mathbf{N}$，所以$x=1,2,3,6$，即$B=\{1,2,3,6\}$，

又$A\cap B=B$，所以$B\subseteq A$，所以$a>6$.

故选：B

2．C

【分析】利用复数的乘方及除法运算，再结合复数相等建立方程求解即得.

【详解】依题意，$\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta=\dfrac{(1-\sqrt{3}\mathrm{i})(-\mathrm{i})}{2\mathrm{i}\cdot(-\mathrm{i})}=\dfrac{-\sqrt{3}-\mathrm{i}}{2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$，

因此$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\sin\theta=-\dfrac{1}{2}$，而$\theta\in(0,2\pi)$，所以$\theta=\dfrac{7\pi}{6}$，

故选：C

3．C

【分析】根据数据加减一个数以及都乘一个数，对方差的影响规律，即可求得答案.

【详解】由样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_{10}$的标准差为6，得样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_{10}$的方差为36，

则数据$3x_1-1,3x_2-1,\cdots,3x_{10}-1$的方差为$3^2\times36=324$，

故数据$3x_1-1,3x_2-1,\cdots,3x_{10}-1$的标准差为18.

故选：C

4．B

【分析】用向量$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}$表示向量$\overrightarrow{AP},\overrightarrow{BP}$，再结合数量积的运算律计算即得.

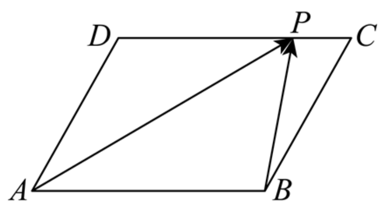
【详解】平行四边形$ABCD$中，由$AB=4,AD=3,\angle BAD=60^\circ$，得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=4\times3\times\dfrac{1}{2}=6$，

由$\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda>0)$，得$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}=(\lambda-1)\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，

因此$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=(\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot[(\lambda-1)\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}]=16\lambda(\lambda-1)+6(2\lambda-1)+9=9$，

整理得$8\lambda^2-2\lambda-3=0$，即$(2\lambda+1)(4\lambda-3)=0$，所以$\lambda=\dfrac{3}{4}$.

故选：B



5．D

【分析】由已知中的程序语句可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 T 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案.

【详解】第一次执行程序：$k=1,T=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$，不符合题干输出结果，程序进行；

第二次执行程序：$k=2$，$T=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{6}$，不符合题干输出结果，程序进行；

第三次执行程序：$k=3$，$T=\frac{\left(\frac{1}{6}\right)^2}{1+\frac{1}{6}}=\frac{1}{42}$，符合题干输出结果，满足判断框，输出$T$，程序结束，

综上所述，判断框内应填$k\geq 3$？．

故选：D.

6．A

【分析】通过对数函数和指数函数在指定范围内有交点即可.

【详解】因为方程$2^{2x}=\log_a x$在$x\in(0,\frac{1}{2}]$上有实数根，

设$f(x)=4^x$，$g(x)=\log_a x$，

当$a>1$时，函数$f(x),g(x)$在$x\in(0,\frac{1}{2}]$单调递增，无交点，如图①所示，不成立；

当$0<a<1$时，函数$f(x)$在$x\in(0,\frac{1}{2}]$单调递增，函数$g(x)$在$x\in(0,\frac{1}{2}]$单调递减，

如图②所示，即方程转化为$f(x)=g(x)$在$x\in(0,\frac{1}{2}]$有解，

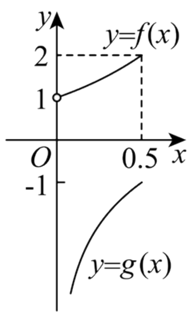
故$\begin{cases}0<a<1\\ f(\frac{1}{2})\geq g(\frac{1}{2})\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<a<1\\ 2\geq\log_a\frac{1}{2}\end{cases}$，

解得$0<a\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$.

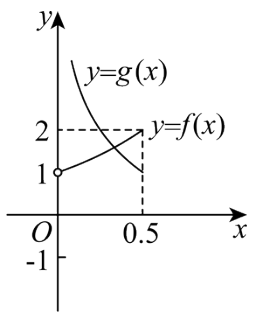
综上所诉，实数a的取值范围为：$0<a\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以$0<a\le\frac{1}{2}$是$0<a\le\frac{\sqrt{2}}{2}$的充分不必要条件.

故选：A.



图①



图②

7．B

【分析】根据给定的递推公式，结合$S_{n+1}-S_n=a_{n+1}$变形，再构造常数列求出通项即可得解.

【详解】数列$\{a_n\}$中，$n\in\mathbf{N}^*$，$S_{n+1}=a_{n+1}-na_n+2$，当$n\ge2$时，$S_n=a_n-(n-1)a_{n-1}+2$，

两式相减得$a_{n+1}=a_{n+1}-(n+1)a_n+(n-1)a_{n-1}$，即$(n+1)a_n=(n-1)a_{n-1}$，

因此$(n+1)na_n=n(n-1)a_{n-1}$，显然数列$\{(n+1)na_n\}$是常数列，

而$S_2=a_2-a_1+2$，解得$a_1=1$，于是$(n+1)na_n=2\times1\times a_1=2$，因此$a_n=\frac{2}{(n+1)n}$，

所以$\frac{1}{a_{20}}=\frac{21\times20}{2}=210$.

故选：B

8．D

【分析】由题意转化为利用线性规划求最值问题，根据数形结合求解即可.

【详解】由题意，$q=\frac{2\times10^{-3}\times30}{8l+d}=\frac{6\times10^{-2}}{8l+d}$，

要求q的最小值，只需求出$z=8l+d$的最大值，

因为$\begin{cases}l\ge3\\10d+l-8\le0\\10d-l\ge0\end{cases}$，

以l,d分别为横纵坐标，作出可行域如图，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/935111334334011242