

空间点、直线、平面之间的位置关系

知识梳理：

1. 平面的基本性质

公理 1： 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内。(公理 1 的作用是判断直线是否在某个平面内：)

公理 2： 经过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面。(即可以确定一个平面)

(公理 2 及其推论给出了确定一个平面或判断“直线共面”的方法：)

公理 3： 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线。(公理 3 的作用是如何寻找两相交平面的交线以及证明“线共点”的理论依据：)

2. 直线与直线的位置关系

(1)位置关系的分类

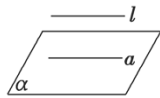
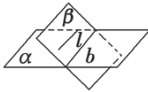
共面直线 $\begin{cases} \text{平行} \\ \text{相交} \end{cases}$
 异面直线：不同在任何一个平面内

(2)异面直线所成的角

①定义：设 a, b 是两条异面直线，经过空间任一点 O 作直线 $a' // a, b' // b$ ，把 a' 与 b' 所成的锐角(或直角)叫作异面直线 a, b 所成的角(或夹角)。

②范围： $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 。

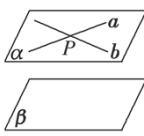
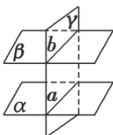
3. 直线与平面平行的判定定理和性质定理

	文字语言	图形语言	符号语言
判定定理	平面外一条直线与 <u>这个平面内</u> 的一条直线平行，则该直线与此平面平行(线线平行 $\Rightarrow$ 线面平行)		$\because l // a, a \subseteq \alpha, l \not\subseteq \alpha,$ $\therefore l // \alpha$
性质定理	一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的 <u>交线</u> 与该直线平行(简记为“线面平行 $\Rightarrow$ 线线平行”)		$\because l // \alpha, l \subseteq \beta, \alpha \cap \beta = b,$ $\therefore l // b$

[探究] 1.如果一条直线和平面内一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行吗？

2. 如果一条直线和一个平面平行，那么这条直线和这个平面的任意一条直线都平行吗？

4. 平面与平面平行的判定定理和性质定理

	文字语言	图形语言	符号语言
判定定理	一个平面内的两条 <u>相交直线</u> 与另一个平面平行, 则这两个平面平行(简记为“线面平行 $\Rightarrow$ 面面平行”)		$\because a//\beta, b//\beta, a\cap b=P, a\subset\alpha, b\subset\alpha, \therefore \alpha//\beta$
性质定理	如果两个平行平面同时和第三个平面 <u>相交</u> , 那么它们的 <u>交线</u> 平行		$\because \alpha//\beta, \alpha\cap\gamma=a, \beta\cap\gamma=b, \therefore a//b$

[探究] 3.如果一个平面有无数条直线与另一个平面平行, 那么这两个平面平行吗?

提示: 不一定. 可能平行, 也可能相交.

4. 如果两个平面平行, 则一个平面内的直线与另一个平面有什么位置关系?

5. 平行公理

平行于同一条直线的两条直线互相平行.

6. 定理

空间中如果两个角的两边分别对应平行, 那么这两个角相等或互补.

突破点 一

1.点共线问题, 一般转化为证明这些点的某两个平面点公共点, 再根据**公理 3** (如果两个不重合的平面有一个公共点, 那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线.) 证明这些点都在这两个平面的交线上.

2.线共点问题, 证明空间三线共点问题, 先证明两条直线交于一点, 再证明第三条直线也经过这点, 把问题转化为证明点再直线上.

3.证明点线共面的常用方法:

①纳入平面法: 先确定一个平面, 再证明有关点、线在此平面内.

②辅助平面法: 先证明有关的点、线确定平面 α , 再证明其他元素确定平面 β , 最后证明平面 α 、 β 重合.

基础训练

1. (2015 北京卷) 设 α, β 是两个不同的平面, m 是直线且 $m\subset\alpha$, “ $m//\beta$ ”是“ $\alpha//\beta$ ”的().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【解析】 $m//\beta$ 不能推出 $\alpha//\beta$, 而 $\alpha//\beta \Rightarrow m//\beta$, $\therefore$ “ $m//\beta$ ”是“ $\alpha//\beta$ ”的必要不充分条件, 答案为 B

2.(2015 广东卷) 若直线 l_1 和 l_2 是异面直线, l_1 在平面 α 内, l_2 在平面 β 内, l 是平面 α 与平面 β 的交线, 则下列命题正确的是 ()

- A. l 至少与 l_1, l_2 中的一条相交
B. l 与 l_1, l_2 都相交
C. l 至多与 l_1, l_2 中的一条相交
D. l 与 l_1, l_2 都不相交

考点: 空间点、线、面的位置关系.

3.(2014 广东卷) 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4$, 则下列结论一定正确的是 ()

- A. $l_1 \perp l_4$
B. $l_1 \parallel l_4$
C. l_1 与 l_4 既不垂直也不平行
D. l_1 与 l_4 的位置关系不确定

4.(2015 浙江卷) 设 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$.

- A. 若 $l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
B. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp m$
C. 若 $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$

5. (2014 浙江卷) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则 ()

- A. 若 $m \perp n, n \parallel \alpha$, 则 $m \perp \alpha$
B. 若 $m \parallel \beta, \beta \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$
C. 若 $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$
D. 若 $m \perp n, n \perp \beta, \beta \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$

6. l_1, l_2, l_3 是空间三条不同的直线, 则下列命题正确的是 ()

- A. $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3 \Rightarrow l_1 \parallel l_3$
B. $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3 \Rightarrow l_1 \perp l_3$
C. $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \Rightarrow l_1, l_2, l_3$ 共面
D. l_1, l_2, l_3 共点 $\Rightarrow l_1, l_2, l_3$ 共面

7. 在下列命题中, 所有正确命题的序号是_____.

- ①平面 α 与平面 β 相交, 它们只有有限个公共点;
②经过一条直线和这条直线外的一点, 有且只有一个平面;
③经过两条相交直线, 有且只有一个平面;
④如果两个平面有三个不共线的公共点, 那么这两个平面重合;
⑤四边形确定一个平面.

8. 已知 a, b 是异面直线, 直线 c 平行于直线 a , 那么 c 与 b ()

- A. 一定是异面直线
B. 一定是相交直线
C. 不可能是平行直线
D. 不可能是相交直线

5. 已知 A, B 表示不同的点, l 表示直线, α, β 表示不同的平面, 则下列推理错误的是 ()

- A. $A \in l, A \in \alpha, B \in l, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha$
B. $A \in \alpha, A \in \beta, B \in \alpha, B \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = AB$
C. $l \not\subset \alpha, A \in l \Rightarrow A \notin \alpha$
D. $A \in \alpha, A \in l, l \not\subset \alpha \Rightarrow l \cap \alpha = A$

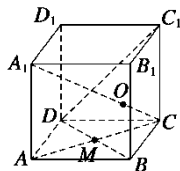
题型分类:

题型一 平面基本性质的应用 (点共线、线共点问题)

【例 1】 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 对角线 A_1C 与平面 BDC_1 交于点 O , AC , BD 交于点 M , 求证: 点 C_1 , O , M 共线.

思维启迪: 证明三点共线常用方法是取其中两点确定一直线, 再证明其余点也在该直线上.

证明 $\because A_1C \subset \text{平面 } A_1AC, O \in A_1C$



$\therefore O \in \text{平面 } A_1AC.$

又 $A_1C \cap \text{平面 } BDC_1 = O,$

$\therefore O \in \text{平面 } BDC_1.$

$\therefore O$ 在两平面 BDC_1 与平面 A_1AC 的交线上.

又 $AC \cap BD = M,$

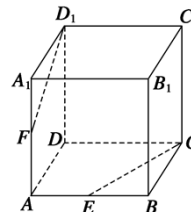
$\therefore M \in \text{平面 } BDC_1$ 且 $M \in \text{平面 } A_1AC,$

$\therefore \text{平面 } A_1AC \cap \text{平面 } BDC_1 = C_1M.$

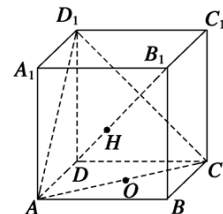
$\therefore O \in C_1M$, 即 O, C_1, M 共线.

【例 2】 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 AB 和 AA_1 的中点.

求证: (1) E, C, D_1, F 四点共面; (2) CE, D_1F, DA 三线共点.

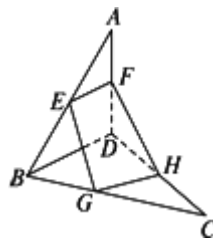


【例 3】 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为正方形 $ABCD$ 的中心, H 为直线 B_1D 与平面 ACD_1 的交点. 求证: D_1, H, O 三点共线.



证明: 正方形 $ABCD$ 的中心 O 是对角线 AC, BD 的交点, 所以 D_1O 是平面 ACD_1 与平面 BB_1D_1D 的交线, 因为 B_1D 在平面 BB_1D_1D 中、 B_1D 与平面 ACD_1 相交, 所以交点 H 在交线 D_1O 上, 即 D_1, H, O 三点共线, 证毕.

例 4 如图, 空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, AD 的中点, G, H 分别在 BC, CD 上, 且 $BG : GC = DH : HC = 1 : 2$.



(1)求证: E、F、H、G 四点共面.

(2)设 EG 与 HF 交于点 P, 求证: P、A、C 三点共线.

思路解析: 根据比例相等, 证明两直线平行, 从而确定平面; 证明三点共线时, 先证明两个平面相交, 再证第三个点也在这条交线上即可.

解: (1) $\because$ E、F 分别是 AB、AD 的中点,

$\therefore EF \parallel BD$.

在 $\triangle BCD$ 中, $\because \frac{BG}{GC} = \frac{DH}{HC} = \frac{1}{2}$,

$\therefore GH \parallel BD$.

$\therefore EF \parallel HG$.

$\therefore$ E、F、H、G 四点共面.

(2) 设 $EG \cap HF = P$, 则 $P \in$ 平面 ABC, $P \in$ 平面 ACD, $\therefore P$ 为平面 ABC 与平面 ACD 的公共点. 又平面 $ABC \cap$ 平面 $ACD = AC$,

$\therefore$ P、A、C 三点共线.

题型二 空间两直线的位置关系

判定空间两条直线是异面直线的方法

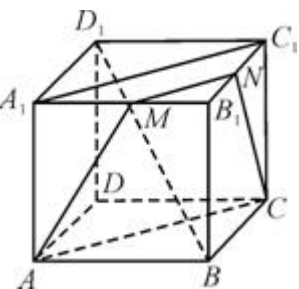
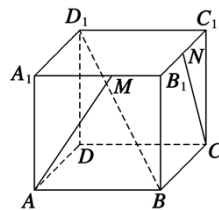
(1)判定定理: 平面外一点 A 与平面内一点 B 的连线和平面内不经过该点 B 的直线是异面直线.

(2)反证法: 证明两线不可能平行、相交或证明两线不可能共面, 从而可得两线异面.

【例 1】 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M、N 分别是 A_1B_1 、 B_1C_1 的中点. 问:

(1)AM 和 CN 是否是异面直线? 说明理由;

(2) D_1B 和 CC_1 是否是异面直线? 说明理由.

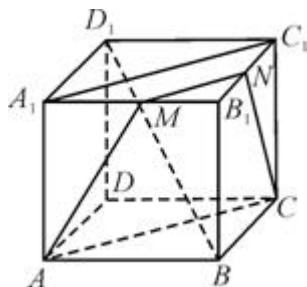


理由: $\because$ M、N 分别是 A_1B_1 、 B_1C_1 的中点,

$\therefore MN \parallel A_1C_1$. $\because A_1A \parallel D_1D$, 而 $D_1D \parallel C_1C$ $\therefore A_1A \parallel C_1C$, A_1ACC_1 为平行四边形.

$\therefore A_1C_1 \parallel AC$, 得到 $MN \parallel AC$. $\therefore A, M, N, C$ 在同一个平面内.

故 AM 和 CN 不是异面直线.



(2) 是异面直线. 证明如下:

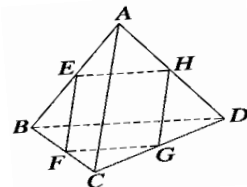
假设 D_1B 与 CC_1 在同一个平面 D_1CC_1 内, 则 $B \in \text{平面 } CC_1D_1$, $C \in \text{平面 } CC_1D_1$,

$\therefore BC \subset \text{平面 } CC_1D_1$.

这与 BC 是正方体的棱相矛盾, $\therefore$ 假设成立? 故 D_1B 与 C_1C 是异面直线.

[例 2] 已知空间四边形 $ABCD$ 中, E, H 分别是边 AB, AD 的中点, F, G 分别是边 BC, CD 的中点.

(1) 求证: BC 与 AD 是异面直线; (2) 求证: EG 与 FH 相交.



(1) 因为三点确定一个平面 所以 BCD 三点在一个平面内
并且 $ABCD$ 是空间四边形 所以 A 点必不在 BCD 确定的平面内, 且直线 AD 与 BCD 平面相交
所以 A, D 与 B, C 异面

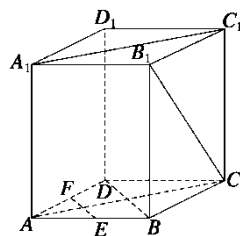
(2) 因为 E, H 分别是 边 AB, AD 的中点, F, G 分别是 BC, CD 上的中点
所以 $EH \parallel \frac{1}{2}BD$, $FG \parallel \frac{1}{2}BD$ 所以 $EH \parallel FG$
所以 $EHGF$ 是平行四边形 即 EG 与 FH 相交

题型三 异面直线所成的角

求两条异面直线所成角的大小, 一般方法是通过平行移动直线, 把异面问题转化为共面问题来解决. 根据空间等角定理及推论可知, 异面直线所成角的大小与顶点位置无关, 往往可以选在其中一条直线上(线面的端点或中点)利用三角形求解.

例 1 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,

(1) 求 AC 与 A_1D 所成角的大小;



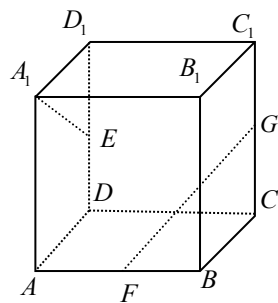
(2)若 E 、 F 分别为 AB 、 AD 的中点, 求 A_1C_1 与 EF 所成角的大小.

例 2.在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E 为 AB 的中点,求 BD_1 与 CE 所成角点余弦值.

例 3(福建卷)如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=AB=2$, $AD=1$, 点 E 、 F 、 G 分别是 DD_1 、 AB 、 CC_1 的中点, 则异面直线 A_1E 与 GF 所成的角是 ()

A . $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$ B . $\frac{\pi}{4}$

C . $\arccos \frac{\sqrt{10}}{5}$ D . $\frac{\pi}{2}$



解: 连 B_1G , 则 $A_1E \parallel B_1G$, 知 $\angle B_1GF$ 就是异面直线 A_1E 与 GF 所成的角. 在 $\triangle B_1GF$ 中, 由余弦定理, 得

$$\cos \angle B_1GF = \frac{B_1G^2 + GF^2 - B_1F^2}{2B_1G \cdot GF} = \frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = 0,$$

故 $\angle B_1GF = 90^\circ$, 应选(D) .

评注: 本题是过异面直线 FG 上的一点 G , 作 B_1G , 则 $A_1E \parallel B_1G$, 知 $\angle B_1GF$ 就是所求的角, 从而纳入三角形中解决 .

变式训练 3 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = AA_1$, 则异面直线 BA_1 与 AC_1 所成的角等于 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

延长 CA 至点 M , 使 $AM = CA$, 则 $A_1M \parallel C_1A$, $\angle MA_1B$ 或其补角为异面直线 BA_1 与 AC_1 所成的角, 连接 BM , 易知 BMA_1 为等边三角形, 因此, 异面直线 BA_1 与 AC_1 所成的角为 60° , $\cos 60^\circ$

= $\frac{1}{2}$

题型四 线面平行点判定及性质

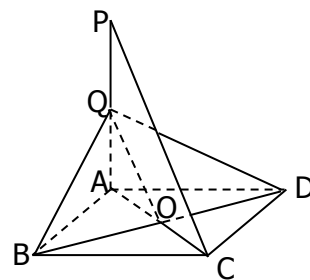
例 1. (2010·姜堰中学月考) 如图四边形 $ABCD$ 是菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, Q 为 PA 的中点. 求证: $PC \parallel$ 平面 QBD ;

解析: 设 $AC \cap BD = O$, 连 OQ .

(1) $\because ABCD$ 为菱形, $\therefore O$ 为 AC 中点, 又 Q 为 PA 中点.

$\therefore OQ \parallel PC$. 又 $PC \not\subset$ 平面 QBD , $OQ \subset$ 平面 QBD

$\therefore PC \parallel$ 平面 QBD



例 2. (2010·江苏省属百校联考改编) 在四棱锥 $O-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, E 为 OA 的中点, F 为 BC 的中点, 求证: $EF \parallel$ 平面 OCD .

证明: 取 OD 中点 M , 连接 EM, CM , 则 $ME \parallel AD, ME = \frac{1}{2}AD$,

$\because ABCD$ 是菱形, $\therefore AD \parallel BC, AD = BC$,

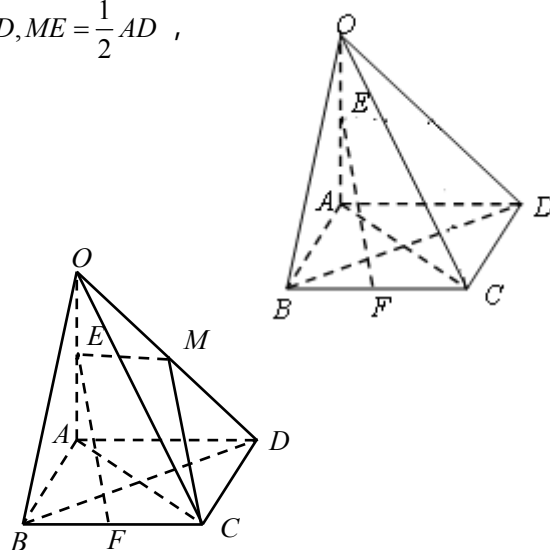
$\because F$ 为 BC 的中点, $\therefore CF \parallel AD, CF = \frac{1}{2}AD$,

$\therefore ME \parallel CF, ME = CF$.

$\therefore$ 四边形 $EFCM$ 是平行四边形, $\therefore EF \parallel CM$,

$\because EF \not\subset$ 平面 $OCD, CM \subset$ 平面 OCD

$\therefore EF \parallel$ 平面 OCD

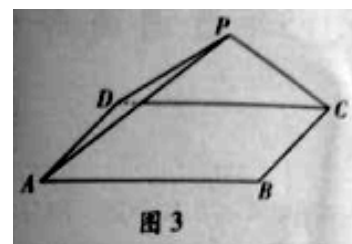


例 3. (2015 广东卷) 如图 3, 三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直, $PD = PC = 4$, $AB = 6$, $BC = 3$.

(1) 证明: $BC \parallel$ 平面 PDA ;

(2) 证明: $BC \perp PD$;

(3) 求点 C 到平面 PDA 的距离.



【解析】

试题解析: (1) 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, 所以 $BC \parallel AD$, 因为 $BC \not\subset$ 平面 PDA , $AD \subset$ 平面 PDA , 所以 $BC \parallel$ 平面 PDA

(2) 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, 所以 $BC \perp CD$, 因为平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$,

平面 $PDC \cap$ 平面 $ABCD = CD$ ， $BC \subset$ 平面 $ABCD$ ，所以 $BC \perp$ 平面 PDC ，因为 $PD \subset$ 平面 PDC ，所以 $BC \perp PD$

(3) 取 CD 的中点 E ，连结 AE 和 PE ，因为 $PD = PC$ ，所以 $PE \perp CD$ ，在 $Rt\triangle PED$

中， $PE = \sqrt{PD^2 - DE^2}$

$= \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ，因为平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$ ，平面 $PDC \cap$ 平面 $ABCD = CD$ ，

$PE \subset$ 平面 PDC ，所以 $PE \perp$ 平面 $ABCD$ ，由 (2) 知： $BC \perp$ 平面 PDC ，由 (1) 知：

$BC \parallel AD$ ，所以 $AD \perp$ 平面 PDC ，因为 $PD \subset$ 平面 PDC ，所以 $AD \perp PD$ ，设点 C 到

平面 PDA 的距离为 h ，因为 $V_{\text{三棱锥}C-PDA} = V_{\text{三棱锥}P-ACD}$ ，所以 $\frac{1}{3}S_{\triangle PDA} \cdot h = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD} \cdot PE$ ，

$$\text{即 } h = \frac{S_{\triangle ACD} \cdot PE}{S_{\triangle PDA}} = \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sqrt{7}}{\frac{1}{2} \times 3 \times 4} = \frac{3\sqrt{7}}{2}，\text{所以点 } C \text{ 到平面 } PDA \text{ 的距离是 } \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

考点：1、线面平行；2、线线垂直；3、点到平面的距离。

[方法·规律]

证明线面平行的关键点及探求线线平行的方法

(1) 证明直线与平面平行的关键是设法在平面内找到一条与已知直线平行的直线；

(2) 利用几何体的特征，合理利用中位线定理、线面平行的性质，或者构造平行四边形、

寻找比例式证明两直线平行；

(3) 注意说明已知的直线不在平面内，即三个条件缺一不可。

变式训练

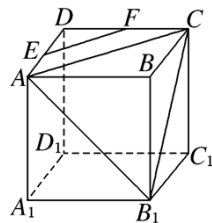
1. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=2$ ，点 E 为 AD 的中点，点 F 在 CD 上，若 $EF \parallel$ 平面 AB_1C ，则线段 EF 的长度等于_____。

解析： $\because EF \parallel$ 平面 AB_1C ， $EF \subset$ 平面 ACD ，平面 $ACD \cap$ 平面 $AB_1C = AC$ ，

$\therefore EF \parallel AC$ ，又 E 为 AD 的中点， $AB=2$ ，

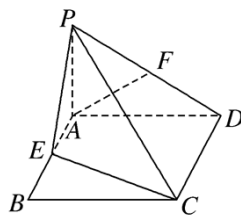
$$\therefore EF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2}.$$

答案： $\sqrt{2}$



2. (2013·无锡模拟)如图， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是矩形， E 、 F 分别是 AB 、 PD 的中点，求证： $AF \parallel$ 平面 PCE 。

证明：如图，取 PC 的中点 M ，



连接 ME 、 MF ,

则 $FM \parallel CD$ 且 $FM = \frac{1}{2}CD$.

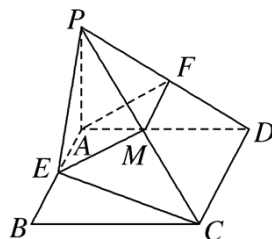
又 $\because AE \parallel CD$ 且 $AE = \frac{1}{2}CD$,

$\therefore FM \parallel AE$, 即四边形 $AFME$ 是平行四边形.

$\therefore AF \parallel ME$,

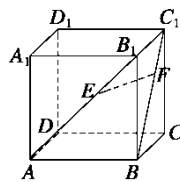
又 $\because AF \not\subset$ 平面 PCE , $EM \subset$ 平面 PCE ,

$\therefore AF \parallel$ 平面 PCE .



3. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧面对角线 AB_1 , BC_1 上分

别有两点 E , F , 且 $B_1E = C_1F$. 求证: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$.



分析: 要证 $EF \parallel$ 平面 $ABCD$, 思路有两种: 一是利用线面平行的判定定理, 即在平面 $ABCD$ 内确定 EF 的平行线; 二是利用面面平行的性质定理, 即过 EF 作与平面 $ABCD$ 平行的平面.

证明 方法一 分别过 E , F 作 $EM \perp AB$ 于 M , $FN \perp BC$ 于 N , 连接 MN .

$\because BB_1 \perp$ 平面 $ABCD$,

$\therefore BB_1 \perp AB$, $BB_1 \perp BC$,

$\therefore EM \parallel BB_1$, $FN \parallel BB_1$,

$\therefore EM \parallel FN$.

又 $\because B_1E = C_1F$, $\therefore EM = FN$,

故四边形 $MNFE$ 是平行四边形, $\therefore EF \parallel MN$.

又 $MN \subset$ 平面 $ABCD$, $EF \not\subset$ 平面 $ABCD$,

所以 $EF \parallel$ 平面 $ABCD$.

方法二 过 E 作 $EG \parallel AB$ 交 BB_1 于 G ,

连接 GF , 则 $\frac{B_1E}{B_1A} = \frac{B_1G}{B_1B}$,

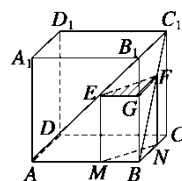
$\because B_1E = C_1F$, $B_1A = C_1B$,

$\therefore \frac{C_1F}{C_1B} = \frac{B_1G}{B_1B}$, $\therefore FG \parallel B_1C_1 \parallel BC$,

又 $EG \cap FG = G$, $AB \cap BC = B$,

$\therefore$ 平面 $EFG \parallel$ 平面 $ABCD$, 而 $EF \subset$ 平面 EFG ,

$\therefore EF \parallel$ 平面 $ABCD$.

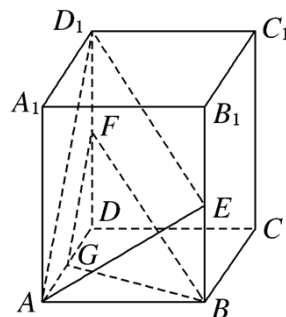


点评: 判断或证明线面平行的常见途径: ①利用线面平行的定义 (无公共点);

②线面平行的判定定理; ③面面平行的性质定理

题型五 面面平行的判定与性质

[例 1] 如图所示, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面是正方形, E , F , G 分别是棱 B_1B , D_1D , DA 的中点. 求证:



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/935334024314011200>