河北省沧州市运东五校2024-2025学年高三上学期11月期中考试数学试题

考生注意：

1.本试卷满分150分，考试时间120分钟.

2.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上.

3.请按照题号顺序在各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效.

4.考试结束后，将本试题卷和答题卡一并上交.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 某地有8个快递收件点，在某天接收到的快递个数分别为360，284，290，300，188，240，260，288，则这组数据的上四分位数为（　　）

A. 290　　B. 295　　C. 300　　D. 330

【答案】B

【解析】

【分析】根据百分位数的定义计算即可.

【详解】将数据从小到大排序为：$188,240,260,284,288,290,300,360;8\times 75\%=6$，

所以上四分位数第6个数与第7个数的中位数，为$\dfrac{290+300}{2}=295$.

故选:B.

2. 已知数列$\{a_n\}$是无穷项等比数列，公比为q，则“$q>1$”是“数列$\{a_n\}$单调递增”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

【答案】D

【解析】

【分析】根据等比数列的首项、公比的不同情形，分析数列的单调性，结合充分条件、必要条件得解.

【详解】若$a_1<0$，$q>1$，则数列$\{a_n\}$单调递减，故$q>1$不能推出数列$\{a_n\}$单调递增；

若$\left\{a_n\right\}$单调递增，则$a_1>0$，$q>1$，或$a_1<0$，$0<q<1$，不能推出$q>1$，

所以“ $q>1$ ”是“数列$\{a_n\}$单调递增”的既不充分也不必要条件，

故选：D．

3. 已知圆 $C:x^2+y^2-10y+21=0$ 与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线相切，则该双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\dfrac{5}{3}$　　　　C. $\dfrac{5}{2}$　　　　D. $\sqrt{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】由双曲线方程，求得其一条渐近线的方程$bx-ay=0$，再由圆 C，求得圆心为$C(0,5)$，半径 $r=2$，利用直线与圆相切，即可求得$\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{2}$， 得到答案.

【详解】 由双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，可得其一条渐近线的方程为$y=\dfrac{b}{a}x$，即$bx-ay=0$，

又由圆 $C:x^2+y^2-10y+21=0$，可得圆心为$C(0,5)$，半径$r=2$，

则圆心到直线的距离为$d=\dfrac{|-5a|}{\sqrt{b^2+(-a)^2}}=\dfrac{5a}{c}$， 则 $\dfrac{5a}{c}=2$， 可得$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{2}$，

故选 C．

【点睛】本题主要考查了双曲线的离心率的求解， 以及直线与圆的位置关系的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

4. 已知向量 $\vec{a}=(0,-2)$，$\vec{b}=(1,t)$，若向量$\vec{b}$在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量为$-\dfrac{1}{2}\vec{a}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A. -2　　　　B. $-\dfrac{5}{2}$　　　　C. 2　　　　D. $\dfrac{11}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量投影的概念运算求出t，再利用向量数量积运算求得结果.

【详解】由题 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\theta\times\frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}=\frac{\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|^2}=\left(0,t\right)$，

又 $-\frac{1}{2}\vec{a}=(0,1)$，$\therefore t=1$，即 $\vec{b}=(1,1)$，

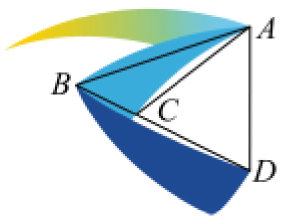
$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=0\times1+(-2)\times1=-2$.

故选：A.

5. 冬奥会会徽以汉字“冬”（如图 1 甲）为灵感来源，结合中国书法的艺术形态，将悠久的中国传统文化底蕴与国际化风格融为一体，呈现出中国在新时代的新形象、新梦想.某同学查阅资料得知，书法中的一些特殊画笔都有固定的角度，比如弯折位置通常采用 30°， 45°， 60°， 90°， 120°， 150°等特殊角度.为了判断“冬”的弯折角度是否符合书法中的美学要求.该同学取端点绘制了$\triangle ABD$（如图乙），测得

$AB=3,BD=4,AC=AD=2$，若点 C 恰好在边 BD 上，请帮忙计算 $\sin\angle ACD$ 的值（　　）

甲



乙

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{11}{14}$　　C. $\frac{3\sqrt{15}}{16}$　　D. $\frac{11}{16}$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据三条边求出$\cos\angle ADB$，利用平方关系得到$\sin\angle ADB$，即可根据等腰三角形求解.

【详解】由题意，在$\triangle ABD$ 中，由余弦定理可得，$\cos\angle ADB=\frac{AD^2+BD^2-AB^2}{2AD\cdot BD}=\frac{4+16-9}{2\times2\times4}=\frac{11}{16}$，

因为$\angle ADB\in(0,\pi)$，所以 $\sin\angle ADB=\sqrt{1-\cos^2\angle ADB}=\sqrt{1-(\frac{11}{16})^2}=\frac{3\sqrt{15}}{16}$，

在 $\triangle ACD$ 中，由 $AC=AD=2$ 得 $\sin\angle ACD=\sin\angle ADB=\frac{3\sqrt{15}}{16}$，

故选：C

6. 2023 年 9 月 8 日，杭州第 19 届亚运会火炬传递启动仪式在西湖涌金公园广场举行．秉持杭州亚运会“绿色、智能、节俭、文明”的办赛理念，本次亚运会火炬传递线路的筹划聚焦简约、规模适度．在杭州某路段传递活动由甲、乙、丙、丁、戊 5 名火炬手分五棒完成．若第一棒火炬手只能从甲、乙、丙中产生，最后

一棒火炬手只能从甲、乙中产生，则不同的传递方案种数为（　　）

A. 18　　B. 24　　C. 36　　D. 48

【答案】B

【解析】

【分析】分第一棒为丙、第一棒为甲或乙两种情况讨论，分别计算可得.

【详解】当第一棒为丙时，排列方案有$C_2^1A_3^3=12$种

；当第一棒为甲或乙时，排列方案有$A_2^2A_3^3=12$种

；

故不同的传递方案有$12+12=24$种.

故选：B

7. 已知θ是三角形的一个内角，满足$\cos\theta-\sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\frac{(\sin\theta+\cos\theta)\cos 2\theta}{\sin\theta}=$（　　）

A. $-\frac{2}{5}$　　B. $-\frac{9}{10}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{9}{10}$

【答案】B

【解析】

【分析】由已知利用同角三角函数基本关系式$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，可求$\tan\theta$的值，进而利用三角函数恒等变换的应用化简，即可计算得解.

【详解】因为$\cos\theta-\sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，两边平方得$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{5}$，

即$2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{5}$，可得$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{9}{5}$，

因为θ是三角形的一个内角，且$2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{5}$，所以$\sin\theta>0,\cos\theta>0$，

所以$\sin\theta+\cos\theta>0$，得$\sin\theta+\cos\theta=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

又因为$\cos\theta-\sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\theta+\cos\theta=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

联立解得：$\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故有：$\tan\theta=2$，

从而有 $\frac{(\sin\theta+\cos\theta)\cos2\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{\tan\theta+1}{\tan\theta}\cdot\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=-\frac{9}{10}$．

故选：B．

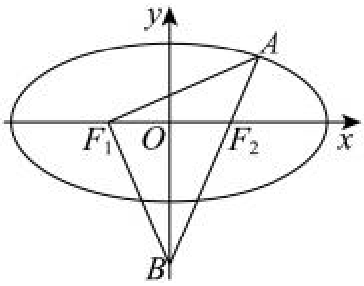
8．已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的焦点分别为$F_1$，$F_2$，点A在$C$上，点$B$在$y$轴上，且满足$\overrightarrow{AF_1}\perp\overrightarrow{BF_1}$，$\overrightarrow{AF_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，则$C$的离心率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】设$A\left(x_0,y_0\right)$，先根据$\overrightarrow{AF_1}\perp\overrightarrow{BF_1}$，$\overrightarrow{AF_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$得$x_0=\frac{5}{3}c$，$y_0^2=\frac{16}{9}c^2$，代入椭圆方程可得$25e^4-50e^2+9=0$，进而解方程可得$e=\frac{\sqrt{5}}{5}$．



【详解】

如图，C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的图象，则$F_1\left(-c,0\right)$，$F_2\left(c,0\right)$，其中$c^2=a^2-b^2$，

设$A\left(x_0,y_0\right)$，$B\left(0,y\right)$，则$\overrightarrow{AF_2}=\left(c-x_0,-y_0\right)$，$\overrightarrow{F_2B}=\left(-c,y\right)$

$\overrightarrow{AF_1}=\left(-c-x_0,-y_0\right)$，$\overrightarrow{BF_1}=\left(-c,-y\right)$，$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$，

因$\overrightarrow{AF_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，得$\overrightarrow{F_2B}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AF_2}=\frac{3}{2}\left(c-x_0,-y_0\right)=\left(\frac{3}{2}c-\frac{3}{2}x_0,-\frac{3}{2}y_0\right)$，

故$\begin{cases}-c=\dfrac{3}{2}c-\dfrac{3}{2}x_0\\ y=-\dfrac{3}{2}y_0\end{cases}$，得$\begin{cases}x_0=\dfrac{5}{3}c\\ y=-\dfrac{3}{2}y_0\end{cases}$，

由$\overrightarrow{AF_1}\perp\overrightarrow{BF_1}$得$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{BF_1}=(-c-x_0)(-c)+(-y_0)(-y)=0$

，得$c^2+cx_0+yy_0=0$即$c^2+\dfrac{5}{3}c^2-\dfrac{3}{2}y_0^2=0$，得$y_0^2=\dfrac{16}{9}$

c^2

由$\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}=1$，得$\dfrac{\left(\frac{5}{3}c\right)^2}{a^2}+\dfrac{\frac{16}{9}c^2}{b^2}=1$，又$b^2=a^2-c^2$，$e=\dfrac{c}{a}$，

化简得$25e^4-50e^2+9=0$，又椭圆离心率$e\in(0,1)$，

所以$e^2=\dfrac{1}{5}$，得$e=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：D

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数$z_1=1-3i$，$z_2=(2-i)^2$，$z_3=\dfrac{8+10i}{1+i}$，则（　　）

A. $\overline{z_1+z_2}=4+7i$

B. z_1,z_2,z_3的实部依次成等比数列

C. $\sqrt{10}|z_1|=2|z_2|$

D. z_1,z_2,z_3的虚部依次成等差数列

【答案】ABC

【解析】

【分析】由题意由复数乘除法分别将z_2,z_3化简，再由复数加法、共轭复数的概念即可判断A；复数的实部、虚部以及等差数列、等比数列的概念即可判断 BD，由复数模的运算即可判断 C.

【详解】因为$z_2=(2-i)^2=3-4i$，$z_3=\dfrac{8+10i}{1+i}=\dfrac{(8+10i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=9+i$，所以$z_1+z_2=4-7i$，所以

$\overline{z_1+z_2}=4+7i$，故 A 正确;

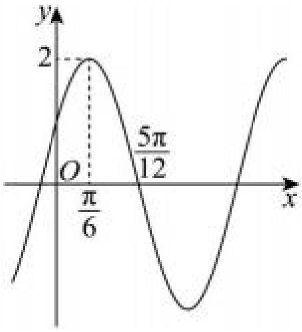
因为z_1，z_2，z_3的实部分别为 1，3，9，所以z_1，z_2，z_3的实部依次成等比数列，故 B 正确;

因为z_1，z_2，z_3的虚部分别为-3，-4，1，所以z_1，z_2，z_3的虚部依次不成等差数列，故 D 错误;

$\sqrt{10}|z_1|=\sqrt{10}\times\sqrt{1+9}=2|z_2|=2\times5=10$，故C 正确.

故选：ABC.

10. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示．则（　　）



A. $f(x)$ 的图象关于$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$中心对称

B. $f(x)$ 在区间$\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$上单调递增

C. 函数$f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度可以得到函数$g\left(x\right)=2\sin 2x$ 的图象

D. 将函数$f(x)$的图象所有点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到函数$h(x) = 2\sin(4x+\frac{\pi}{6})$ 的图象

【答案】ABD

【解析】

【分析】由题意首先求出函数$f\left(x\right)$的表达式，对于 A，直接代入检验即可；对于 B，由复合函数单调性、正弦函数单调性判断即可；对于 CD，直接由三角函数的平移、伸缩变换法则进行运算即可.

【详解】由图象可知$A = 2$，$\frac{T}{4}=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=\frac{1}{4}\times\frac{2\pi}{\omega}$，解得$T=\pi$,①$= 2$，

又$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2$，所以$2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=2$，即$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，结合 $\varphi| < \frac{\pi}{2}$，可知$k=0,\varphi=\frac{\pi}{6}$，

所以函数$f\left(x\right)$的表达式为$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

对于 A，由于$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=0$，即$f(x)$的图象关于$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$中心对称，故 A 正确；

对于 B，当$x\in\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$时，$t=2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{7\pi}{2},\frac{25\pi}{6}\right]\subseteq\left[\frac{7\pi}{2},\frac{9\pi}{2}\right]$，由复合函数单调性可知$f(x)$在区间$\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$上单调递增，故 B 正确；

对于 C，函数$f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度可以得到函数

$g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，故 C 错误；

对于 D，将函数 $f(x)$ 的图象所有点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到函数$h(x)=2\sin(4x+\frac{\pi}{6})$ 的图象，故 D 正确.

故选：ABD.

11．定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数$f(x)$满足$f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-b=b-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$，$b\in\mathbf{R}$，$f(x)=f\left(\frac{5\pi}{3}-x\right)$. 若$f_{\prime}(x)=g(x)$，记函数$f(x)$ 的最大值与最小值分别为$f(x)_{\max}$、$f(x)_{\min}$，则下列说法正确的是（　　）

A．2π 为$f(x)$ 的一个周期

B．$g(x)-g\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)=0$

C．若$f(x)_{\max}+f(x)_{\min}=2$，则$b=1$

D．$f(x)$ 在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right)$上单调递增

【答案】ABC

【解析】

【分析】结合已知求得 2π 为$f(x)$ 的一个周期，从而 A 正确；将等式$f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-b=b-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$两侧对应函数分别求导，得$f_{\prime}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=f'\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$，即可判断 B 正确；利用$f(x)$ 中心对称性质求值判断 C 正确；根据函数$f(x)$的性质判断 D 错误.

【详解】由$f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-b=b-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$，将 x 替换成 $x-\frac{\pi}{3}$，得 $f(x)=2b-f\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$.

因为$f(x)=f\left(\frac{5\pi}{3}-x\right)$，由上面两个式子，$f\left(\frac{5\pi}{3}-x\right)=2b-f\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$.

将 x 替换成$\frac{5\pi}{3}-x$，$f(x)=2b-f(x-\pi)$，所以$f(x+\pi)=2b-f(x)$.

所以$f(x+2\pi)=2b-f(x+\pi)=2b-\left[2b-f(x)\right]=f(x)$，

所以 2π 为$f(x)$ 的一个周期，A 正确；

将等式$f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-b=b-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$两侧对应函数分别求导，

得$f'\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=f'\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$，即$g\left(x\right)=g\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$成立，B 正确；

满足$f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-b=b-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$，即函数图象关于点$\left(\frac{\pi}{3},b\right)$中心对称，

函数$f\left(x\right)$的最大值和最小值点一定存在关于点$\left(\frac{\pi}{3},b\right)$中心对称的对应关系，

所以$\frac{f(x)_{\max}+f(x)_{\min}}{2}=b$，解得$b=1$，C 正确；

已知条件中函数$f\left(x\right)$没有单调性，无法判断$f\left(x\right)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right)$上是否单调递增，D 错误.

故选：ABC.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 若集合$A=\left\{x \mid x^2-2x-24\le 0\right\}$，$B=\left\{x \mid m^2<x<m^2+2\right\}$，$A\cap B=\varnothing$，则$m^2$的最小值为__________.

【答案】6

【解析】

【分析】先求出集合$A=\left\{x \mid -4\le x\le 6\right\}$，然后由$A\cap B=\varnothing$，从而求解.

【详解】由$x^2-2x-24\le 0$，解得$-4\le x\le 6$，所以$A=\left\{x \mid -4\le x\le 6\right\}$，

因为$A\cap B=\varnothing$，$m^2\ge 0$，所以$m^2\ge 6$，

所以m^2的最小值为6.

故答案为：6.

13. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为$\frac{3\pi}{2}$，侧面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$.若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$__________.

【答案】$8\sqrt{5}$##$8\sqrt{5}$

5 5

【解析】

【分析】设母线长为l，甲圆锥底面半径为r_1，乙圆锥底面圆半径为r_2，根据圆锥的侧面积公式可得$r_1=2r_2$，再结合圆心角之和可将r_1, r_2分别用l表示，再利用勾股定理分别求出两圆锥的高，再根据圆锥的体积公式即可得解.

【详解】解：设母线长为l，甲圆锥底面半径为r_1，乙圆锥底面圆半径为r_2，

则$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{\pi r_1 l}{\pi r_2 l}=\frac{r_1}{r_2}=2$，所以$r_1=2r_2$，

又$\frac{2\pi r_1}{l}+\frac{2\pi r_2}{l}=\frac{3\pi}{2}$，则$\frac{r_1+r_2}{l}=\frac{3}{4}$，所以$r_1=\frac{l}{2}, r_2=\frac{l}{4}$，

所以甲圆锥的高$h_1=\sqrt{l^2-\frac{1}{4}l^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}l$，

乙圆锥的高$h_2=\sqrt{l^2-\frac{1}{16}l^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}l$，

所以$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2}=\frac{\frac{1}{4}l^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}l}{\frac{1}{16}l^2\times\frac{\sqrt{15}}{4}l}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

14. 已知实数a，b满足$4^a+2a=3$，$\log_2\sqrt[3]{3b+1}+b=\frac{2}{3}$，则$a+\frac{3}{2}b=$_________.

【答案】1

【解析】

【分析】由$\log_2\sqrt[3]{3b+1}+b=\frac{2}{3}$可变形为$2^{\log_2(3b+1)}+\log_2(3b+1)=3$，故考虑构造函数$f(x)=2^x+x$，判断函数的单调性，利用单调性化简等式，由此可求$a, b$.

【详解】因为$\log_2\sqrt[3]{3b+1}+b=\frac{2}{3}$，化简得$\log_2(3b+1)+(3b+1)=3$.