



## 2.2.1 对数与对数的运算 (第一课时)



# 知识引入

1、如果我国GDP平均每年增长8%，则经过多少年我国的GDP是现在的两倍？

解：设经过 $x$ 年国民生产总值是现在的两倍，令现在的国民生产总值为 $a$ 。

依题意得：
$$a(1 + 8\%)^x = 2a$$

即：
$$(1 + 8\%)^x = 2$$

如何计算式子中的  $x$



# 知识引入

2、求下列各式中x的值

$$(1) 2^x = 32. \quad (2) \left(\frac{1}{4}\right)^x = 16. \quad (3) 2^x = 7.$$

$$x = 5$$

$$x = -2$$

$$x = ?$$



# 讲授新课

## 1.对数的定义:

一般地, 如果 $a^x=N$  ( $a > 0$ , 且 $a \neq 1$ )

那么数 $x$ 叫做以 $a$ 为底 $N$ 的对数, 记作:  **$x = \log_a N$**

其中 $a$ 叫做对数的底数,  $N$ 叫做真数.

注意: 限制条件是 $a > 0$ , 且 $a \neq 1$



练习1: 将下列指数式写成对数式:

①  $5^2 = 25$

以5为底25的对数是2,  
记作  $\log_5 25 = 2$

②  $2^{-6} = \frac{1}{64}$

以2为底 $\frac{1}{64}$ 的对数是-6,  
记作  $\log_2 \frac{1}{64} = -6$

③  $2^x = 7$

以2为底7的对数是x,  
记作  $\log_2 7 = x$



# 讲授新课

思考：对数与指数有什么区别与联系？

$$a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x \quad (a > 0, \text{且} a \neq 1)$$

名称 式子	a	x	N
指数式 $a^x = N$	底数	指数	幂
对数式 $\log_a N = x$	底数	对数	真数

## 2. 指数和对数的相互转化

指数 ————— 对数

幂

真数

$$a^b = N \iff \log_a N = b$$

底数



## 3.两个重要的对数:

(1)常用对数: 以10为底的对数  $\log_{10}N$  。

简记作  $\lg N$ 。如  $\log_{10} 3.5$  简记为  $\lg 3.5$ 。

(2)自然对数:

以无理数  $e = 2.71828\dots$  为底的对数  $\log_e N$  。

简记作  $\ln N$ 。如  $\log_e 9$  简记为  $\ln 9$ 。





# 例题分析

例1. 将下列指数式写成对数式:

$$(1) 5^4 = 625 \quad (2) e^{-6} = \frac{1}{b}$$

$$(3) 10^a = 27 \quad (4) \left(\frac{1}{3}\right)^m = 5.73$$

解: (1)  $\log_5 625 = 4$

$$(2) \log_e \frac{1}{b} = \ln \frac{1}{b} = -6$$

$$(3) \log_{10} 27 = \lg 27 = a$$

$$(4) \log_{\frac{1}{3}} 5.73 = m$$



# 例题分析

例2. 将下列对数式写成指数式:

$$(1) \log_{\frac{1}{2}} 16 = -4 \quad (2) \log_2 128 = 7$$

$$(3) \lg 0.01 = -2 \quad (4) \ln 10 = 2.303$$

解: (1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$

$$(2) 2^7 = 128$$

$$(3) 10^{-2} = 0.01$$

$$(4) e^{2.303} = 10$$



## 3、运用指数运算求值

例3 求下列各式中的 $x$ 的值

$$(1) \log_{64} x = -\frac{2}{3} \quad (2) \log_x 8 = 6$$

$$(3) \lg 100 = x \quad (4) -\ln e^2 = x$$



## 4.对数的性质

### 探究活动

1、试求下列各式的值：

$$\log_3 0, \log_a 0; \lg(-5), \log_a(-1);$$

结论：零和负数没有对数



4.对数的性质

$$\log_a 1 = 0.$$

探究活动

2、求下列各式的值：

$$\log_3 1; \quad \lg 1; \quad \log_{0.5} 1; \quad \ln 1.$$

思考：你发现了什么？



4.对数的性质

探究活动

$$\log_a a = 1.$$

3、求下列各式的值：

$$\log_3 3; \quad \lg 10; \quad \log_{0.5} 0.5; \quad \ln e.$$

思考：你发现了什么？



4.对数的性质

探究活动

$$a^{\log_a N} = N.$$

3、求下列各式的值：

$$2^{\log_2 3}; \quad 7^{\log_7 0.6}; \quad 0.4^{\log_{0.4} 89}.$$

思考：你发现了什么？



4.对数的性质

$$\log_a a^b = b.$$

探究活动

4、求下列各式的值：

$$\log_3 3^4; \log_{0.9} 0.9^5; \ln e^8.$$

思考：你发现了什么？





## 4.对数的性质 ( $a > 0$ , 且 $a \neq 1$ )

结论:

(1) 负数和零没有对数 ( $\because$  在指数式中  $N > 0$ )

(2)  $\log_a 1 = 0$  即: 1的对数是0

(3)  $\log_a a = 1$  即: 底数的对数是1

(4) 对数恒等式:  $a^{\log_a N} = N$

(5) 对数恒等式:  $\log_a a^n = n$



# 巩固练习

1、指数式  $b^2 = a$  ( $b > 0$ , 且  $b \neq 1$ ) 相应的对数式是 (D)

A  $\log_2 a = b$

B  $\log_2 b = a$

C  $\log_a b = 2$

D  $\log_b a = 2$

2、对数式  $\log_{(2x-1)} \sqrt{1-x^2}$

中  $x$  的取值范围是  $\{x \mid \frac{1}{2} < x < 1\}$





## 2.2.1 对数与对数的运算 (第二课时)



# 知识探究（一）：积与商的对数

## 思考：

1、求下列三个对数的值： $\log_2 32$ ， $\log_2 4$ ， $\log_2 8$ 。你能发现这三个对数之间有哪些内在联系？

2、将 $\log_2 32 = \log_2 4 + \log_2 8$ 推广到一般情形有什么结论？



# 知识探究（一）：积与商的对数

## 思考：

3、如果 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ ， $M > 0$ ， $N > 0$ ，你能证明等式 $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ 成立吗？



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/937162002156006056>