研说高考题

——三角专题突破策略

说题流程

01 真题再现

02 命题新颖性

03 试题特点

04 分值比重

05 难度分析

06 教学策略

近几年全国卷高考题细目表

年份	题号	题型	分值	难易度	知识点	核心素养
2023	8	单选题	5	易	三角函数公式的应用	数学运算、逻辑推理
	17	解答题	10	中	正弦定理、余弦定理的应用	数学运算、逻辑推理
2022	6	单选题	5	易	三角函数的周期性和图像的对称性	数学运算、逻辑推理
	18	解答题	12	中	三角函数公式的应用	数学运算、逻辑推理
2021	4	单选题	5	易	三角函数的[illegible]	数学运算、逻辑推理
	6	单选题	5	易	同角三角函[illegible]	[illegible]运算、逻辑推理
	19	解答题	12	中	正弦定理、余弦定理的应用	数学运算、逻辑推理
2020	10	多选题	5	中	[illegible]质	直观想象、逻辑推理
	17	解答题	10	易	正弦定理、余弦定理的应用	数学运算、逻辑推理

解三角形

三角函数的图像与性质

三角恒等变换

高考评价体系
“一核四层四翼”

1 高考核心功能

- 立德树人
- 服务选才
- 引导教学

2 考查目标

- 必备知识
- 关键能力
- 学科素养
- 核心价值

3 考查要求

- 基础性
- 综合性
- 应用性
- 创新性

必备知识

1、倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$tan2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - tan^2\alpha}$$

2、两角和与差的正弦、余弦、正切公式

正弦公式

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

余弦公式

$$\cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

正切公式

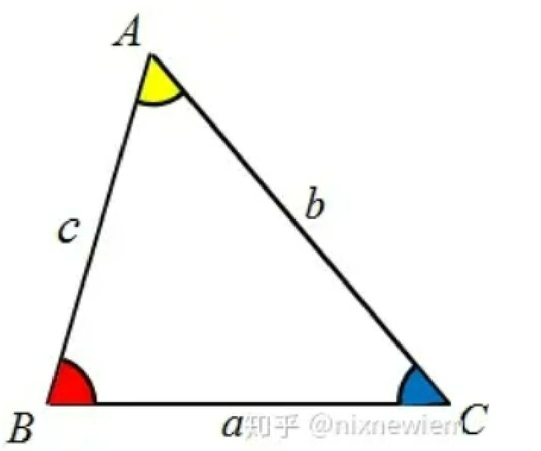
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

必备知识

3、正弦定理

在任意△ABC中，角A、B、C所对的边长分别为a、b、c，三角形外接圆的半径为R，直径为D。则有：

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R=D$$



4、余弦定理

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

4、均值不等式

若$a>0,b>0$，则 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ ，当且仅当 $a=b$ 时等号成立。

关键能力

考查学生的逻辑推理能力，运算求解等关键能力，会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理，能根据问题的条件寻找与设计合理、简捷的运算途径。符合基础性，综合性，创新性的考查要求。

核心素养

本类题目运用到了逻辑推理、数学运算、以及创新意识、应用意识等学科素养，体现数学学科素养的各部分既相对独立又相互交融的现实情况，完成课程标准中提出的学业质量的要求，落实立德树人根本任务。

真题再现

2022年新高考I卷第 题

…A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$．

…B；（2）求 $\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$ 的最小值．

新颖性:与均值不等式相结合，增加综合性

分值比重：12分，占比较重

难度分析：题目中档，一段线、特控线、清北生分数必备

试题特点：本题要构造基本不等式，综合性较强，且运算量大

教学策略：加强教考衔接，深化基础考查，注重通用方法，强调在深刻理解基础上的融会贯通、灵活运用，让学生掌握原理、内化方法、举一反三，主动进行探究和深层次学习

2022年新高考I卷第18题

真题再现

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$.

（1）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，求B；（2）求$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值.

解法一：

【解】（1）因为$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\boxed{\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}=\dfrac{2\sin B\cos B}{2\cos^2 B}}=\dfrac{\sin B}{\cos B}$，

即$\sin B=\cos A\cos B-\sin A\sin B=\cos(A+B)=-\cos C=\dfrac{1}{2}$，而$0<B<\dfrac{\pi}{2}$，所以$B=\dfrac{\pi}{6}$；

（2）由（1）知，$\sin B=-\cos C>0$，所以$\dfrac{\pi}{2}<C<\pi,0<B<\dfrac{\pi}{2}$，而$\boxed{\sin B=-\cos C=\sin\left(C-\dfrac{\pi}{2}\right)}$，

所以$C=\dfrac{\pi}{2}+B$，即有$A=\dfrac{\pi}{2}-2B$，所以$B\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right),C\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right)$

所以$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=\boxed{\dfrac{\sin^2 A+\sin^2 B}{\sin^2 C}=\dfrac{\cos^2 2B+1-\cos^2 B}{\cos^2 B}}$

$=\dfrac{\left(2\cos^2 B-1\right)^2+1-\cos^2 B}{\cos^2 B}=\boxed{4\cos^2 B+\dfrac{2}{\cos^2 B}-5\geq 2\sqrt{8}-5=4\sqrt{2}-5}$

当且仅当$\cos^2 B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时取等号，所以$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值为$4\sqrt{2}-5$.

思路一：利用倍角公式和两角和与差的余弦公式；

利用正弦定理和角的关系，结合基本不等式

2022年新高考I卷第18题

真题再现

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$．

（1）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，求B；（2）求$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值．

解法二：

【解】(1)由已知条件，得$\sin 2B+\sin A\sin 2B=\cos A+\cos A\cos 2B$.

所以$\sin 2B=\cos A+\cos A\cos 2B-\sin A\sin 2B=\cos A+\cos(A+2B)=\cos[\pi-(B+C)]+\cos[\pi-(B+C)+2B]=-\cos(B+C)+\cos[\pi+(B-C)]=-2\cos B\cos C$,

所以$2\sin B\cos B=-2\cos B\cos C$,

即$(\sin B+\cos C)\cos B=0$.

由已知条件，得$1+\cos 2B\neq 0$，则$B\neq\dfrac{\pi}{2}$,

所以$\cos B\neq 0$，所以$\sin B=-\cos C=\dfrac{1}{2}$.

又$0<B<\dfrac{\pi}{3}$，所以$B=\dfrac{\pi}{6}$.

(2)由(1)知$\sin B=-\cos C>0$，则$B=C-\dfrac{\pi}{2}$,

所以$\sin A=\sin(B+C)=\sin\left(2C-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cos 2C$.

由正弦定理，得$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=\dfrac{\sin^2A+\sin^2B}{\sin^2C}=\dfrac{\cos^2 2C+\cos^2C}{\sin^2C}=\dfrac{(1-2\sin^2C)^2+(1-\sin^2C)}{\sin^2C}=\dfrac{2+4\sin^4C-5\sin^2C}{\sin^2C}=\dfrac{2}{\sin^2C}+4\sin^2C-5\geq 2\sqrt{\dfrac{2}{\sin^2C}\cdot 4\sin^2C}-5=4\sqrt{2}-5$,

当且仅当$\sin^2C$ … $\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值为$4\sqrt{2}-5$.

思路二：利用诱导公式；结合基本不等式

2022年新高考I卷第18题

真题再现

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$．

（1）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，求B；（2）求$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值．

解法三：

解析： (1) $\because \dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$，$\therefore \dfrac{\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}}{\cos^2\frac{A}{2}+\sin^2\frac{A}{2}+2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}=\dfrac{2\sin B\cos B}{1+2\cos^2 B-1}$ 且 $\cos B\neq 0$，

$\therefore \dfrac{\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2}}=\dfrac{\sin B}{\cos B}$，$\therefore \dfrac{1-\tan\frac{A}{2}}{1+\tan\frac{A}{2}}=\tan B$，$\therefore \tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\right)=\tan B$，

又$A,B\in(0,\pi)$，$\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\in\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right)$，$\therefore \dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}=B$．

又$\because C=\dfrac{2\pi}{3}$，$\therefore A+B=\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore B=\dfrac{\pi}{6}$．

思路三：利用倍角公式、齐次式和两角差的正切公式

2022年新高考I卷第18题

真题再现

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$．

（1）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，求B；（2）求$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值．

解法三：

(2)由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$,得$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=\dfrac{\sin^2 A+\sin^2 B}{\sin^2 C}=\dfrac{\sin^2 A+\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\right)}{\sin^2\left(A+\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\right)}$

$$\boxed{=\frac{\dfrac{1-\cos 2A}{2}+\dfrac{1-\cos 2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\right)}{2}}{\dfrac{1-\cos 2\left(A+\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}\right)}{2}}}=\frac{1-\cos 2A+1-\sin A}{1+\sin A}=\frac{2\sin^2 A-\sin A+1}{1+\sin A},$$

思路三：利用正弦定理和倍角公式

$\begin{cases}A\in(0,\pi)\\ \dfrac{\pi}{4}-\dfrac{A}{2}=B\in(0,\pi)\end{cases}\Rightarrow A\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，令$t=1+\sin A\in(1,2)$，

则$y=\dfrac{2(t-1)^2-(t-1)+1}{t}=2t-5+\dfrac{4}{t},t\in(1,2)$，

$y=2t-5+\dfrac{4}{t}$在$t\in\left(1,\sqrt{2}\right)$时递减,在$t\in\left(\sqrt{2},2\right)$时递增，

因此$t=\sqrt{2}$时，$y_{\min}=4\sqrt{2}-5$.

2022年新高考I卷第18题

真题再现

记△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$．

（1）若$C=\dfrac{2\pi}{3}$，求B；（2）求$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值．

解法四：

解：∵ $\dfrac{\cos A}{1+\sin A}=\boxed{\dfrac{\sin 2B}{1+\cos 2B}=\dfrac{\cos(\frac{\pi}{2}-2B)}{1+\sin(\frac{\pi}{2}-2B)}}$

∴ $A=\frac{\pi}{2}-2B$

又∵ $A+B+C=\pi$

∴ $C=\frac{\pi}{2}+B$

∴ $\sin C=\sin(\frac{\pi}{2}+B)=\cos B$

$\cos C=\cos(\frac{\pi}{2}+B)=-\sin B$

又∵ $C=\frac{2}{3}\pi$

∴ $\sin B=\frac{1}{2}$

即 $B=\frac{\pi}{6}$

(2)方法一：由正弦定理得$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=\dfrac{\sin^2A+\sin^2B}{\sin^2C}$,(*)

∵$C=\dfrac{\pi}{2}+B$, $A+B+C=\pi$,

∴$A+B+\dfrac{\pi}{2}+B=\pi$, ∴$A=\dfrac{\pi}{2}-2B$.

又 $0<A<\dfrac{\pi}{2}$, ∴$0<B<\dfrac{\pi}{4}$.

∴(*)式为 $\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}-2B\right)+\sin^2B$ ……

$=\cos$ …… s^2B

$=(2$ ……

令 $\cos$ ……

于是原式$=\dfrac{(2t-1)^2+1-t}{t}=\dfrac{4t^2-4t+1+1-t}{t}=$

$\dfrac{4t^2-5t+2}{t}=4t+\dfrac{2}{t}-5\geqslant 2\sqrt{4t\cdot\dfrac{2}{t}}-5=4\sqrt{2}-5$,

当且仅当$\begin{cases}4t=\dfrac{2}{t},\\ \dfrac{1}{2}<t<1,\end{cases}$ 即 $t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时取等号.

∴$\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$的最小值为 $4\sqrt{2}-5$.

思路四：利用诱导公式，结合基本不等式