

四川省德阳市 2023 年高三毕业班联考（一）数学试题试卷

注意事项

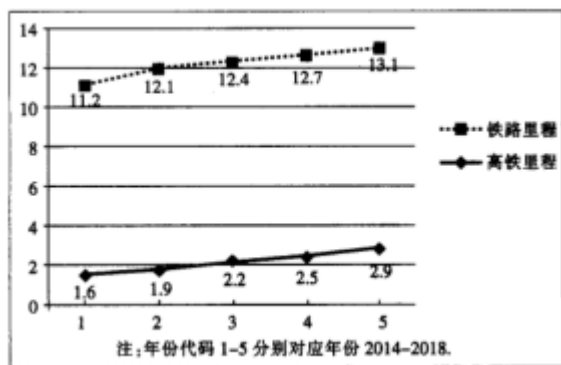
1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3$, $AD = 2$, $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, $\vec{AQ} = \frac{1}{2}\vec{AD}$, 若 $\vec{CP} \cdot \vec{CQ} = 12$, 则 $\angle ADC = ()$

- A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

2. 中国铁路总公司相关负责人表示，到 2018 年底，全国铁路营业里程达到 13.1 万公里，其中高铁营业里程 2.9 万公里，超过世界高铁总里程的三分之二，下图是 2014 年到 2018 年铁路和高铁运营里程（单位：万公里）的折线图，以下结论不正确的是（ ）



- A. 每相邻两年相比较，2014 年到 2015 年铁路运营里程增加最显著
- B. 从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程与年价正相关
- C. 2018 年高铁运营里程比 2014 年高铁运营里程增长 80% 以上
- D. 从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程数依次成等差数列

3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $c - a \cos B = (2a - b) \cos A$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为（ ）

- A. 直角三角形 B. 等腰非等边三角形
- C. 等腰或直角三角形 D. 钝角三角形

4. 已知三点 $A(1, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$, $C(2, \sqrt{3})$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心到原点的距离为（ ）

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$
- C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

5. 已知变量 x, y 间存在线性相关关系, 其数据如下表, 回归直线方程为 $\hat{y} = 2.1x + 0.85$, 则表中数据 m 的值为 ()

变量 x	0	1	2	3
变量 y	m	3	5.5	7

- A. 0.9 B. 0.85 C. 0.75 D. 0.5

6. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta}$, 则 ()

- A. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ B. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$
C. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ D. $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$

7. 已知向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (3, m-2)$, 则 $m=3$ 是 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件 D. 充要条件

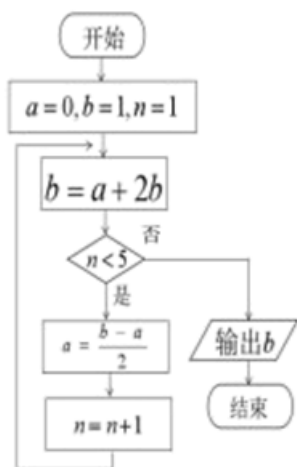
8. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{3\}$ B. $\{5\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

9. “ $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

10. 执行程序框图, 则输出的数值为 ()



- A. 12 B. 29 C. 70 D. 169

11. 已知角 α 的终边经过点 $(3, -4)$, 则 $\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} =$

A. $-\frac{1}{5}$
C. $\frac{37}{20}$

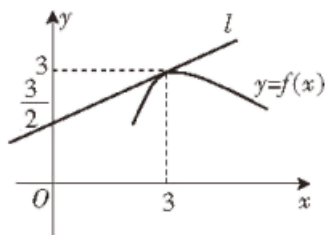
B. $\frac{37}{15}$
D. $\frac{13}{15}$

12. 若集合 $A = \{x | \sin 2x = 1\}$, $B = \left\{y \mid y = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$, 则 ()

A. $A \cup B = A$ B. $C_R B \subseteq C_R A$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. $C_R A \subseteq C_R B$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，直线 l 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 处的切线，则 $f'(3) =$ _____.



14. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{x^2 + x + 1}$, 若对于任意正实数 x_1, x_2, x_3 , 均存在以 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 为三边边长的三角形,

则实数 k 的取值范围是_____.

15. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若函数 $y = e^x + ax, x \in \mathbb{R}$ 有大于零的极值点, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 已知多项式 $(1+ax)^5(1-2x)^4$ 的各项系数之和为 32, 则展开式中含 x 项的系数为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在① $A_5 = B_3$, ② $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{4}{B_2}$, ③ $B_5 = 35$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并解答.

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d (d > 0)$, 等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 $2d$. 设 A_n, B_n 分别是数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, 且

$b_1 = 3, A_2 = 3$, _____,

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = 2^{a_n} + \frac{3}{b_n b_{n+1}}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 0, 公差为 a , $a \in \mathbb{N}^*$; 等差数列 $\{b_n\}$ 的首项为 0, 公差为 b , $b \in \mathbb{N}^*$. 由数列

$\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 构造数表 M , 与数表 M^* ;

记数表 M 中位于第 i 行第 j 列的元素为 c_{ij} , 其中 $c_{ij} = a_i + b_j$, $(i, j = 1, 2, 3, \dots)$.

记数表 M^* 中位于第 i 行第 j 列的元素为 d_{ij} ，其中 $d_{ij} = a_i - b_{j+1}$ ($1 \leq i \leq b$, $i \in \mathbf{N}^*$, $j \in \mathbf{N}^*$)。如： $c_{1,2} = a_1 + b_2$ ， $d_{1,2} = a_1 - b_3$ 。

(1) 设 $a = 5$, $b = 9$ ，请计算 $c_{2,6}$, $c_{396,6}$, $d_{2,6}$ ；

(2) 设 $a = 6$, $b = 7$ ，试求 c_{ij} , d_{ij} 的表达式 (用 i, j 表示)，并证明：对于整数 t ，若 t 不属于数表 M ，则 t 属于数表 M^* ；

(3) 设 $a = 6$, $b = 7$ ，对于整数 t ， t 不属于数表 M ，求 t 的最大值。

19. (12 分) 已知函数

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x^2 - x$$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 当 $x \geq -1$ 时， $f(x) + \frac{1}{2}x^2 - x + 1 \geq 0$ ，求 x 的取值范围。

20. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边，且 $b = \frac{a \sin A - c \sin C}{\sin B - \sin C}$ 。

(1) 求角 A 的值；

(2) 若 $a = \sqrt{3}$ ，设角 $B = \theta$ ， $\triangle ABC$ 周长为 y ，求 $y = f(\theta)$ 的最大值。

21. (12 分) 选修 4—5；不等式选讲。

已知函数 $f(x) = |x| - |x-1|$ 。

(1) 若 $f(x) \geq |m-1|$ 的解集非空，求实数 m 的取值范围；

(2) 若正数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = M$ ， M 为 (1) 中 m 可取到的最大值，求证： $x + y \geq 2xy$ 。

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，角 A, B, C 的度数成等差数列， $b = \sqrt{13}$ 。

(1) 若 $3 \sin C = 4 \sin A$ ，求 c 的值；

(2) 求 $a + c$ 的最大值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

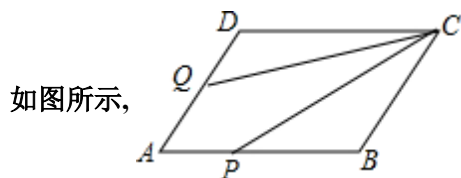
1、C

【解析】

由 $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BP} = -\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DQ} = -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ，利用平面向量的数量积运算，先求得

$\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ，利用平行四边形的性质可得结果。

【详解】



平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 2$ ，

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD},$$

$$\therefore \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BP} = -\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB},$$

$$\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DQ} = -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD},$$

因为 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ} = 12$ ，

$$\text{所以 } \overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ} = \left(-\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right) \cdot \left(-\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 + \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{2}{3} \times 3^2 + \frac{1}{2} \times 2^2 + \frac{4}{3} \times 3 \times 2 \times \cos \angle BAD = 12,$$

$$\cos \angle BAD = \frac{1}{2}, \therefore \angle BAD = \frac{\pi}{3},$$

所以 $\angle ADC = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ ，故选 C.

【点睛】

本题主要考查向量的几何运算以及平面向量数量积的运算法则，属于中档题。向量的运算有两种方法：（1）平行四边形法则（平行四边形的对角线分别是两向量的和与差）；（2）三角形法则（两箭头间向量是差，箭头与箭尾间向量是和）。

2、D

【解析】

由折线图逐项分析即可求解

【详解】

选项 A ， B 显然正确；

对于 C ， $\frac{2.9-1.6}{1.6} > 0.8$ ，选项 C 正确；

$1.6, 1.9, 2.2, 2.5, 2.9$ 不是等差数列，故 D 错.

故选：D

【点睛】

本题考查统计的知识，考查数据处理能力和应用意识,是基础题

3、C

【解析】

利用正弦定理将边化角，再由 $\sin(A+B) = \sin C$ ，化简可得 $\sin B \cos A = \sin A \cos A$ ，最后分类讨论可得；

【详解】

解：因为 $c - a \cos B = (2a - b) \cos A$

所以 $\sin C - \sin A \cos B = (2 \sin A - \sin B) \cos A$

所以 $\sin C - \sin A \cos B = 2 \sin A \cos A - \sin B \cos A$

所以 $\sin(A+B) - \sin A \cos B = 2 \sin A \cos A - \sin B \cos A$

所以 $\sin A \cos B + \sin B \cos A - \sin A \cos B = 2 \sin A \cos A - \sin B \cos A$

所以 $\sin B \cos A = \sin A \cos A$

当 $\cos A = 0$ 时 $A = \frac{\pi}{2}$ ， $\triangle ABC$ 为直角三角形；

当 $\cos A \neq 0$ 时 $\sin A = \sin B$ 即 $A = B$ ， $\triangle ABC$ 为等腰三角形；

$\therefore \triangle ABC$ 的形状是等腰三角形或直角三角形

故选：C.

【点睛】

本题考查三角形形状的判断，考查正弦定理的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于基础题.

4、B

【解析】

因为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心在直线 BC 的垂直平分线上,即直线 $x = 1$ 上

可设圆心 $P(1, p)$, 由 $PA = PB$ 得: $|p| = \sqrt{1 + (p - \sqrt{3})^2}$, 得 $p = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

圆心坐标为 $P\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

所以圆心到原点的距离 $|OP| = \sqrt{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{12}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

选 B.

考点: 圆心坐标

5、A

【解析】

计算 $\bar{x}, \bar{y}$, 代入回归方程可得.

【详解】

由题意 $\bar{x} = \frac{0+1+2+3}{4} = 1.5$, $\bar{y} = \frac{m+3+5.5+7}{4} = \frac{m+15.5}{4}$,

$\therefore \frac{m+15.5}{4} = 2.1 \times 1.5 + 0.85$, 解得 $m = 0.9$.

故选: A.

【点睛】

本题考查线性回归直线方程, 解题关键是掌握性质: 线性回归直线一定过中心点 $(\bar{x}, \bar{y})$.

6、C

【解析】

利用二倍角公式, 和同角三角函数的商数关系式, 化简可得 $\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$, 即可求得结果.

【详解】

$\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta} = \frac{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \sin \beta \cos \beta} = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$,

所以 $\alpha = \frac{\pi}{4} + \beta$, 即 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查三角恒等变换中二倍角公式的应用和弦化切化简三角函数, 难度较易.

7、A

【解析】

向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (3, m-2)$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $3 = m(m-2)$, 即 $m^2 - 2m - 3 = 0$, $m = 3$ 或者 -1 , 判断出即可.

【详解】

解: 向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (3, m-2)$,

$\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $3 = m(m-2)$, 即 $m^2 - 2m - 3 = 0$,

$m = 3$ 或者 -1 ,

所以 $m = 3$ 是 $m = 3$ 或者 $m = -1$ 的充分不必要条件,

故选: A.

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断, 考查向量平行的坐标表示, 属于基础题.

8、C

【解析】

分析: 根据集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 可直接求解 $A \cap B = \{3, 5\}$.

详解: $\because A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$,

$$\therefore A \cap B = \{3, 5\},$$

故选 C

点睛: 集合题也是每年高考的必考内容, 一般以客观题形式出现, 一般解决此类问题时要先将参与运算的集合化为最简形式, 如果是“离散型”集合可采用 Venn 图法解决, 若是“连续型”集合则可借助不等式进行运算.

9、B

【解析】

先求出满足 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ 的 α 值, 然后根据充分必要条件的定义判断.

【详解】

由 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ 得 $2\alpha = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$, 即 $\alpha = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$, 因此“ $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

【点睛】

本题考查充分必要条件，掌握充分必要条件的定义是解题基础。解题时可根据条件与结论中参数的取值范围进行判断。

10、C

【解析】

由题知：该程序框图是利用循环结构计算并输出变量 b 的值，计算程序框图的运行结果即可得到答案。

【详解】

$a=0, b=1, n=1, b=0+2=2, n<5$ ，满足条件，

$a=\frac{2-0}{2}=1, n=2, b=1+4=5, n<5$ ，满足条件，

$a=\frac{5-1}{2}=2, n=3, b=2+10=12, n<5$ ，满足条件，

$a=\frac{12-2}{2}=5, n=4, b=5+24=29, n<5$ ，满足条件，

$a=\frac{29-5}{2}=12, n=5, b=12+58=70, n=5$ ，不满足条件，

输出 $b=70$ 。

故选：C

【点睛】

本题主要考查程序框图中的循环结构，属于简单题。

11、D

【解析】

因为角 α 的终边经过点 $(3, -4)$ ，所以 $r = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$ ，则 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}, \cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，

即 $\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{13}{15}$ 。故选 D。

12、B

【解析】

根据正弦函数的性质可得集合 A，由集合性质表示形式即可求得 $A \subseteq B$ ，进而可知满足 $C_R B \subseteq C_R A$ 。

【详解】

依题意， $A = \{x | \sin 2x = 1\} = \left\{x | x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$ ；

而 $B = \left\{y | y = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in Z\right\}$

$$= \left\{ x \mid x = \frac{\pi}{4} + \frac{2n\pi}{2}, n \in Z \text{ 或 } x = \frac{\pi}{4} + \frac{(2n+1)\pi}{2}, n \in Z \right\}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/938012050065006051>