

江西省名师联盟 2024 年高考仿真卷 (数学试题) (三)

考生须知:

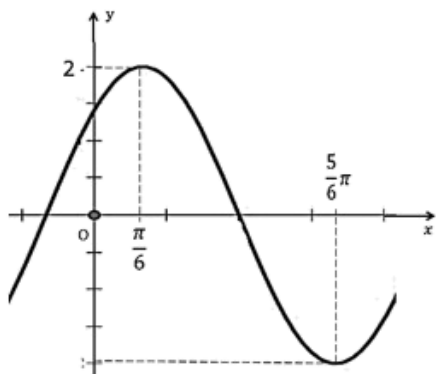
1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$, 那么它的离心率为 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2. 已知 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ $\left(A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}, x \in R \right)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的表达式是 ()



A. $2\cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ **B.** $2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

C. $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ **D.** $2\cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

3. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 A_1D_1 的中点, 若三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()

A. 12π **B.** $\frac{21\pi}{2}$ **C.** $\frac{41\pi}{4}$ **D.** 10π

4. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的周期为 4, 当 $x \in [-2, 2)$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - x - 4$, 则 $f(-\log_3 6) + f(\log_3 54) =$

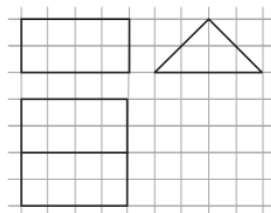
()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2} - \log_3 2$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3} + \log_3 2$

5. 函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\left(0 \leq x \leq \frac{5\pi}{12}\right)$ 的值域为 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ C. $[0, 1]$ D. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

6. 如图所示, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 其中左视图中三角形为等腰直角三角形, 则该几何体外接球的体积是 ()



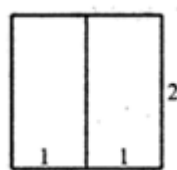
- A. 16π B. $\frac{32\pi}{3}$
C. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$ D. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

7. 2019 年末, 武汉出现新型冠状病毒肺炎 (COVID-19) 疫情, 并快速席卷我国其他地区, 传播速度很快. 因这种病毒是以前从未在人体中发现的冠状病毒新毒株, 所以目前没有特异治疗方法, 防控难度很大. 武汉市出现疫情最早, 感染人员最多, 防控压力最大, 武汉市从 2 月 7 日起举全市之力入户上门排查确诊的新冠肺炎患者、疑似的新冠肺炎患者、无法明确排除新冠肺炎的发热患者和与确诊患者的密切接触者等“四类”人员, 强化网格化管理, 不落一户、不漏一人. 在排查期间, 一户 6 口之家被确认为“与确诊患者的密切接触者”, 这种情况下医护人员要对其家庭成员随机地逐一进行“核糖核酸”检测, 若出现阳性, 则该家庭为“感染高危户”. 设该家庭每个成员检测呈阳性的概率均为 p

($0 < p < 1$) 且相互独立, 该家庭至少检测了 5 个人才能确定为“感染高危户”的概率为 $f(p)$, 当 $p = p_0$ 时, $f(p)$ 最大, 则 $p_0 =$ ()

- A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 一个正三棱柱的正 (主) 视图如图, 则该正三棱柱的侧面积是 ()

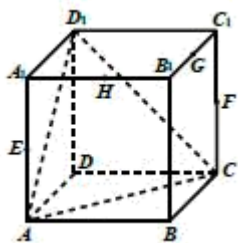


- A. 16 B. 12 C. 8 D. 6

9. 复数满足 $z + |z| = 4 + 8i$, 则复数 z 在复平面内所对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

10. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F, G, H 分别为棱 $AA_1, CC_1, B_1C_1, A_1B_1$ 的中点，则下列各直线中，不与平面 ACD_1 平行的是 ()

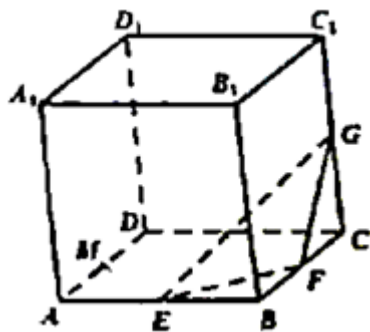


- A. 直线 EF B. 直线 GH C. 直线 EH D. 直线 A_1B

11. 公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1+a_2+a_5=13$ ，且 a_1, a_2, a_5 成等比数列，则数列 $\{a_n\}$ 的公差等于 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 如图，在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F, G 分别为棱 AB, BC, CC_1 的中点， M 为棱 AD 的中点，设 P, Q 为底面 $ABCD$ 内的两个动点，满足 $D_1P \parallel$ 平面 EFG ， $D_1Q = \sqrt{17}$ ，则 $PM + PQ$ 的最小值为 ()



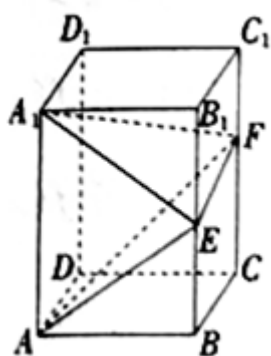
- A. $3\sqrt{2}-1$ B. $3\sqrt{2}-2$ C. $2\sqrt{5}-1$ D. $2\sqrt{5}-2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某同学周末通过抛硬币的方式决定出去看电影还是在家学习，抛一枚硬币两次，若两次都是正面朝上，就在家学习，否则出去看电影，则该同学在家学习的概率为_____.

14. 直线 $mx - ny - 1 = 0 (m > 0, n > 0)$ 过圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ 的圆心，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值是_____.

15. 如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 是棱 BB_1 的中点，点 F 是棱 CC_1 靠近 C_1 的三等分点，且三棱锥 A_1-AEF 的体积为 2，则四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为_____.



16. (5分) 函数 $f(x) = \ln(1-x) + \sqrt{4+3x-x^2}$ 的定义域是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知 $f(x) = ax^2 - 2x (0 \leq x \leq 1)$ ，求 $f(x)$ 的最小值。

18. (12分) 已知函数 $f(x) = a(x-1)\ln x + ex (a \in \mathbb{R})$ ，其中 e 是自然对数的底数。

(1) 求函数 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处的切线方程；

(2) 若不等式 $f(x) - e^x \leq 0$ 对任意的 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

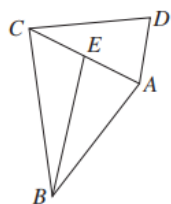
19. (12分) 在直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 M 在椭圆 C 上且

$MF_2 \perp x$ 轴，直线 MF_1 交 y 轴于 H 点， $OH = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 过 F_1 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点，且满足 $|\vec{OA} + 2\vec{OB}| = |\vec{BA} - \vec{OB}|$ ，求 $\triangle ABO$ 的面积。

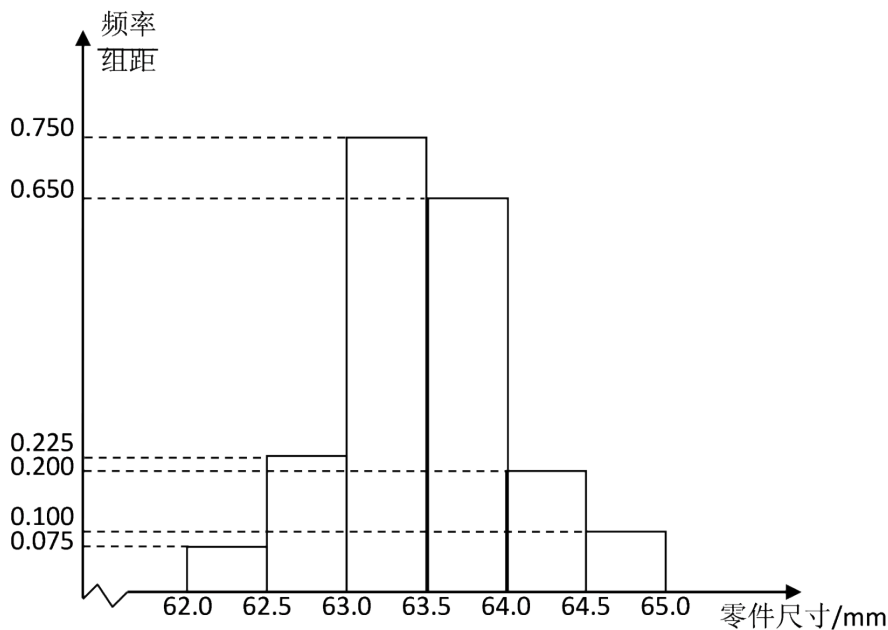
20. (12分) 如图在四边形 $ABCD$ 中， $BA = \sqrt{3}$ ， $BC = 2$ ， E 为 AC 中点， $BE = \frac{\sqrt{13}}{2}$ 。



(1) 求 AC ；

(2) 若 $D = \frac{\pi}{3}$ ，求 $\triangle ACD$ 面积的最大值。

21. (12分) 某企业质量检验员为了检测生产线上零件的质量情况，从生产线上随机抽取了80个零件进行测量，根据所测量的零件尺寸（单位：mm），得到如下的频率分布直方图：



- (1) 根据频率分布直方图，求这80个零件尺寸的中位数（结果精确到0.01）；
- (2) 若从这80个零件中尺寸位于 $[62.5, 64.5)$ 之外的零件中随机抽取4个，设 X 表示尺寸在 $[64.5, 65]$ 上的零件个数，求 X 的分布列及数学期望 EX ；
- (3) 已知尺寸在 $[63.0, 64.5)$ 上的零件为一等品，否则为二等品，将这80个零件尺寸的样本频率视为概率. 现对生产线上生产的零件进行成箱包装出售，每箱100个. 企业在交付买家之前需要决策是否对每箱的所有零件进行检验，已知每个零件的检验费用为99元. 若检验，则将检验出的二等品更换为一等品；若不检验，如果有二等品进入买家手中，企业要向买家对每个二等品支付500元的赔偿费用. 现对一箱零件随机抽检了11个，结果有1个二等品，以整箱检验费用与赔偿费用之和的期望值作为决策依据，该企业是否对该箱余下的所有零件进行检验？请说明理由.

22. (10分) 手工艺是一种生活态度和对传统的坚持，在我国有很多手工艺品制作村落，村民的手工技艺世代相传，有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名，还大量远销海外. 近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎，该村村民成立了手工艺品外销合作社，为严把质量关，合作社对村民制作的每件手工艺品都请3位行家进行质量把关，质量把关程序如下：(i) 若一件手工艺品3位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为A级；(ii) 若仅有1位行家认为质量不过关，再由另外2位行家进行第二次质量把关，若第二次质量把关这2位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为B级，若第二次质量把关这2位行家中有一人或2位认为质量不过关，则该手工艺品质量为C级；(iii) 若有2位或3位行家认为质量不过关，则该手工艺品质量为D级. 已知每一次质量把关中一件手工艺品被1位行家认为质量不过关的概率为 $\frac{1}{3}$ ，且各手工艺品质量是否过关相互独立.

- (1) 求一件手工艺品质量为B级的概率；
- (2) 若一件手工艺品质量为A, B, C级均可外销，且利润分别为900元，600元，300元，质量为D级不能外销，利润记为100元.
- ①求10件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件；

②记 1 件手工艺品的利润为 X 元，求 X 的分布列与期望.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，列出方程，求出 m 的值即可.

【详解】

∵ 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，

可得 $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{2}$ ，∴ $m = 4$ ，

∴ 双曲线的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：D.

【点睛】

本小题主要考查双曲线离心率的求法，属于基础题.

2、D

【解析】

由图象求出 A 以及函数 $y = f(x)$ 的最小正周期 T 的值，利用周期公式可求得 ω 的值，然后将点 $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ 的坐标代入函

数 $y = f(x)$ 的解析式，结合 φ 的取值范围求出 φ 的值，由此可得出函数 $y = f(x)$ 的解析式.

【详解】

由图象可得 $A = 2$ ，函数 $y = f(x)$ 的最小正周期为 $T = 2 \times \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi}{3}$ ，∴ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{3}{2}$.

将点 $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ 代入函数 $y = f(x)$ 的解析式得 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(\frac{3}{2} \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 2$, 得 $\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) = 1$,

$$Q - \frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \therefore -\frac{\pi}{4} < \varphi + \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}, \text{ 则 } \varphi + \frac{\pi}{4} = 0, \therefore \varphi = -\frac{\pi}{4},$$

$$\text{因此, } f(x) = 2 \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

故选: D.

【点睛】

本题考查利用图象求三角函数解析式, 考查分析问题和解决问题的能力, 属于中等题.

3、C

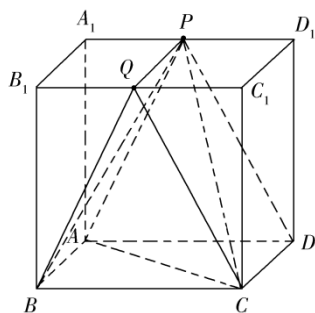
【解析】

取 B_1C_1 的中点 Q , 连接 PQ , BQ , CQ , PD , 则三棱柱 $BCQ-ADP$ 为直三棱柱, 此直三棱柱和三棱锥 $P-ABC$ 有相同的外接球, 求出等腰三角形 QBC 的外接圆半径, 然后利用勾股定理可求出外接球的半径

【详解】

如图, 取 B_1C_1 的中点 Q , 连接 PQ , BQ , CQ , PD , 则三棱柱 $BCQ-ADP$ 为直三棱柱, 所以该直三棱柱的六个顶点都在球 O 的球面上, $\triangle QBC$ 的外接圆直径为 $2r = \frac{QB}{\sin \angle QCB} = \frac{5}{2}$, 球 O 的半径 R 满足 $R^2 = r^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{41}{16}$, 所以球 O 的表面积 $S = 4\pi R^2 = \frac{41\pi}{4}$,

故选: C.



【点睛】

此题考查三棱锥的外接球半径与棱长的关系, 及球的表面积公式, 解题时要注意审题, 注意空间思维能力的培养, 属于中档题.

4、A

【解析】

因为给出的解析式只适用于 $x \in [-2, 2)$, 所以利用周期性, 将 $f(\log_3 54)$ 转化为 $f(\log_3 \frac{2}{3})$, 再与 $f(-\log_3 6)$ 一起代入解析式, 利用对数恒等式和对数的运算性质, 即可求得结果.

【详解】

Q 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的周期为 4

$$\therefore f(\log_3 54) = f(\log_3 54 - 4) = f(\log_3 \frac{2}{3}),$$

$$\text{Q 当 } x \in [-2, 2) \text{ 时, } f(x) = (\frac{1}{3})^x - x - 4,$$

$$-\log_3 6 \in [-2, 2), \log_3 \frac{2}{3} \in [-2, 2),$$

$$\therefore f(-\log_3 6) + f(\log_3 54)$$

$$= (\frac{1}{3})^{-\log_3 6} - (-\log_3 6) - 4 + (\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{2}{3}} - \log_3 \frac{2}{3} - 4$$

$$= (\frac{1}{3})^{\log_3 6} + (\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{3}{2}} + (\log_3 6 - \log_3 \frac{2}{3}) - 8$$

$$= 6 + \frac{3}{2} + \log_3 (6 \times \frac{3}{2}) - 8$$

$$= \frac{3}{2}.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了利用函数的周期性求函数值, 对数的运算性质, 属于中档题.

5、A

【解析】

由 $x \in [0, \frac{5\pi}{12}]$ 计算出 $2x + \frac{\pi}{3}$ 的取值范围, 利用正弦函数的基本性质可求得函数 $y = f(x)$ 的值域.

【详解】

$$\text{Q } x \in [0, \frac{5\pi}{12}], \therefore 2x + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}], \therefore -\frac{1}{2} \leq \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \leq 1,$$

$$\text{因此, 函数 } f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \left(0 \leq x \leq \frac{5\pi}{12} \right) \text{ 的值域为 } \left[-\frac{1}{2}, 1 \right].$$

故选: A.

【点睛】

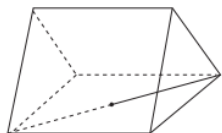
本题考查正弦型函数在区间上的值域的求解, 解答的关键就是求出对象角的取值范围, 考查计算能力, 属于基础题.

6、C

【解析】

作出三视图所表示几何体的直观图，可得直观图为直三棱柱，并且底面为等腰直角三角形，即可求得外接球的半径，即可得外接球的体积.

【详解】



如图为几何体的直观图，上下底面为腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形，三棱柱的高为4，其外接球半径为 $r = 2\sqrt{2}$ ，所以

$$\text{体积为 } V = \frac{4}{3} \pi \times (2\sqrt{2})^3 = \frac{64\sqrt{2}}{3} \pi.$$

故选：C

【点睛】

本题考查三视图还原几何体的直观图、球的体积公式，考查空间想象能力、运算求解能力，求解时注意球心的确定.

7、A

【解析】

根据题意分别求出事件 A：检测 5 个人确定为“感染高危户”发生的概率和事件 B：检测 6 个人确定为“感染高危户”发生的概率，即可得出 $f(p)$ 的表达式，再根据基本不等式即可求出.

【详解】

设事件 A：检测 5 个人确定为“感染高危户”，

事件 B：检测 6 个人确定为“感染高危户”，

$$\therefore P(A) = p(1-p)^4, P(B) = p(1-p)^5.$$

$$\text{即 } f(p) = p(1-p)^4 + p(1-p)^5 = p(2-p)(1-p)^4$$

$$\text{设 } x = 1-p > 0, \text{ 则 } g(x) = f(p) = (1-x)(1+x)x^4 = (1-x^2)x^4$$

$$\therefore g(x) = (1-x^2)x^4 = \frac{1}{2} \times \left[(2-2x^2) \times x^2 \times x^2 \right] \leq \frac{1}{2} \times \left[\frac{(2-2x^2) + x^2 + x^2}{3} \right]^3 = \frac{4}{27}$$

$$\text{当且仅当 } 2-2x^2 = x^2 \text{ 即 } x = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ 时取等号, 即 } p = p_0 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

故选：A.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/938042051126007000>