2023_2024学年贵州省贵阳市高三上册开学考试数学模拟测试卷

一、单项选择题：共8小题，每小题5分，共40分.

1．已知集合$A=\{x|\log_2 x<4\}$，$B=\{x||x|<2\}$，则$(\complement_{\mathbb{R}}A)\cap B=$（　）

A．$[-2,0)$　　B．$[0,2)$　　C．$(0,2)$　　D．$(-2,0]$

2．已知关于x的方程$x^2+(4+\mathrm{i})x+4+a\mathrm{i}=0(a\in\mathbb{R})$有实根$b$，则$a+b$的值为（　）

A．0　　B．-1　　C．±1　　D．1

3．已知α为锐角，$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{4}{5}$，则$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=$（　）

A．$-\frac{12}{25}$　　B．$\frac{12}{25}$　　C．$-\frac{24}{25}$　　D．$\frac{24}{25}$

4．$\left(\frac{1}{x^3}+2\right)\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式中的常数项为（　　）

A．-20　　B．20　　C．-10　　D．10

5．设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_{n+1}=3S_n+2$，$n\in\mathbf{N}^*$，则$S_5=$（　）

A．80　　B．160　　C．121　　D．242

6．设函数$f(x)=x^2+\ln(|x|+1)$，则使得$f(x)>f(2x-1)$的x的取值范围是（　）

A．$(-\infty,1)$　　B．$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

C．$\left(\frac{1}{3},1\right)$　　D．$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$

7．已知F_1，F_2分别是双曲线$M:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，若双曲线上一点$P$满足$PF_1\perp F_1F_2$，且直线$PF_2$交$y$轴于点$\left(0,\frac{c}{2}\right)$，则该双曲线的离心率为（　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{3}$

C．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

8．若$a=0.1,b=\ln\frac{10}{9},c=\sin\frac{1}{9}$，则（　）

A．$b<a<c$　　B．$a<c<b$

C．$a<b<c$　　D．$c<b<a$

二、多项选择题：共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

9．一组互不相等的样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$，其平均数为$\overline{x}$，方差为s^2，极差为m，中位数为n，去掉其中的最小值和最大值后，余下数据的平均数为$\overline{x'}$，方差为s'^2，极差为m'，中位数为n'，则下列选项一定正确的有（　）

A．$n=n'$　　B．$\overline{x}=\overline{x'}$

C．$s^2>s'^2$　　D．$m>m'$

10．在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$(b+c):(c+a):(a+b)=4:5:6$，则下列结论正确的是（　）

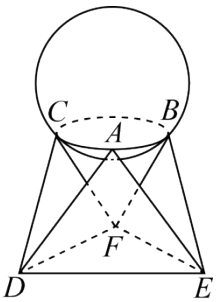
A．$\sin A:\sin B:\sin C=7:5:3$

B．$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}<0$

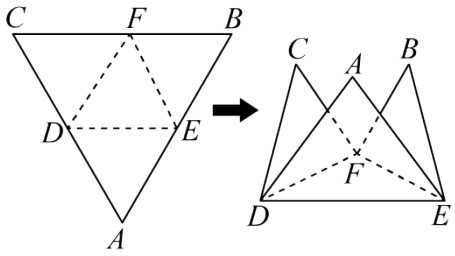
C．若$c=6$，则$\triangle ABC$的面积是15

D．若$b+c=8$，则$\triangle ABC$外接圆半径是$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

11．“奔跑吧少年”青少年阳光体育系列赛事活动于近日开赛，本次比赛的总冠军奖杯由一个铜球和一个托盘组成，如图①，已知球的体积$\dfrac{4\pi}{3}$，托盘由边长为 4 的正三角形钢片沿各边中点的连线垂直向上折叠而成，如图②则下列结论正确的是（　）



图①



图②

A．直线AD与平面DEF所成的角为$\dfrac{\pi}{3}$

B．直线CF // 平面ADE

C．异面直线AD与CF所成的角的余弦值为$\dfrac{5}{6}$

D．球上的点离球托底面 DEF 的最大距离为 $\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{3}+1$

12．已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}+x-2$ ($\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数)，$g(x)=\ln x+x-2$，若 $f(a)=g(b)=0$，则下列结论正确的是（　）

A．$a+b=2$　　B．$a^{2}+b^{2}<3$

C．$\mathrm{e}^{a}+\ln b>2$　　D．$\mathrm{e}^{b}+\ln a>3$

三、填空题：共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．$(1+\tan 10^{\circ})(1+\tan 11^{\circ})(1+\tan 34^{\circ})(1+\tan 35^{\circ})=$_____.

14．已知随机变量 ξ 服从二项分布 $\xi\sim B\left(4,\frac{1}{3}\right)$，则 $P(\xi=2)=$_____.

15．南宋数学家在《详解九章算法》和《算法通变本末》中提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，高阶等差数列中前后两项之差并不相等，但是逐项差数之差或者高次差成等差数列.现有高阶等差数列，其前 7 项分别为

1，2，4，7，11，16，22，则该数列的第 20 项为_____.

16．已知双曲线 C：$\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，点 A 在 C 上，点 B 在 y 轴上，$\overrightarrow{F_1A}\cdot\overrightarrow{F_1B}=0$，$\overrightarrow{BF_2}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$，则 C 的离心率为_____.

四、解答题：共 6 小题，共 70 分.

17．已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，且 $a_1=1,a_3=4$，数列 $\{b_n\}$ 中 $b_n=\log_2 a_n+\log_2 a_{n+1},(n\in\mathrm{N}^{*})$.

(1)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

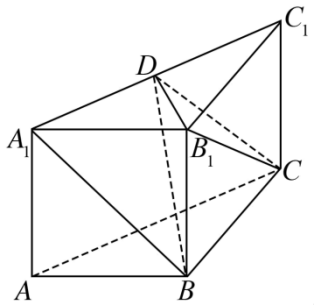
(2)若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=\frac{1}{4S_n-1}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A、B　C 所对边分别为 a、b　c，$\sin B\cdot\sin C=\sin^{2}A-\sin^{2}C$.

(1)若 $A=\frac{\pi}{3}$，求 $\cos C$；

(2)求 $\cos A+\sin C$ 的最大值.

19．如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC, AA_1=4, AC=4\sqrt{3}$，点 D 为 A_1C_1 上一点，且 $A_1B//$ 平面 B_1CD．

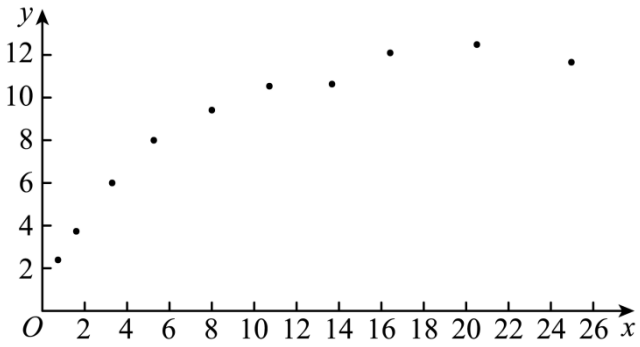


(1)求 $\dfrac{A_1D}{A_1C_1}$ 的值；

(2)若三棱锥 $B-B_1CD$ 的体积为 $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，求平面 ABB_1A_1 与平面 B_1CD 夹角的余弦值．

20．抗体药物的研发是生物技术制药领域的一个重要组成部分，抗体药物的摄入量与体内抗体数量的关系成为研究抗体药物的一个重要方面.某研究团队收集了 10 组抗体药物的摄入量与体内抗体数量的数据，并对这些数据作了初步处理，得到了如图所示的散点图及一些统计量的值，抗体药物摄入量为 x（单位：mg），体内抗体数量为 y（单位：AU/mL）．

$\sum_{i=1}^{10} t_i z_i$	$\sum_{i=1}^{10} t_i$	$\sum_{i=1}^{10} z_i$	$\sum_{i=1}^{10} t_i^2$
29.2	12	16	34.4



(1)根据经验，我们选择 $y=cx^d$ 作为体内抗体数量 y 关于抗体药物摄入量 x 的回归方程，将 $y=cx^d$ 两边取对数，得 $\ln y=\ln c+d\ln x$，可以看出 $\ln x$ 与 $\ln y$ 具有线性相关关系，试根据参考数据建立 y 关于 x 的回归方程，并预测抗体药物摄入量为 25mg 时，体内抗体数量 y 的值；

(2)经技术改造后，该抗体药物的有效率 z 大幅提高，经试验统计得 z 服从正态分布

N：$\left(0.48,0.03^2\right)$，那这种抗体药物的有效率 z 超过 0.54 的概率约为多少？

附：①对于一组数据$\left(u_i,v_i\right)\left(i=1,2,\cdots,10\right)$，其回归直线$\hat{v}=\hat{\beta}u+\hat{a}$的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{uv}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\overline{u}^2}$，$\hat{a}=\hat{v}-\hat{\beta}\overline{u}$；

②若随机变量$Z\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则有$P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)\approx0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<Z<\mu+2\sigma)\approx0.9544$，$P(\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma)\approx0.9974$；

③取$\mathrm{e}\approx2.7$.

21．已知点$(-2,0)$在椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，点$M\left(m,\dfrac{1}{2}\right)(m\neq0)$在椭圆 C 内.设点 A，B 为 C 的短轴的上、下端点，直线 AM，BM 分别与椭圆 C 相交于点 E，F，且 EA，EB 的斜率之积为$-\dfrac{1}{4}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)记$S_{\triangle BME}$，$S_{\triangle AMF}$分别为$\triangle BME$，$\triangle AMF$的面积，若$\dfrac{S_{\triangle AMF}}{S_{\triangle BME}}=\dfrac{1}{4}$，求 m 的值.

22．已知函数$f\left(x\right)=\ln x-a^x\ln a$，$a>1$.

(1)若函数$f\left(x\right)$在$x=1$处的切线的斜率为$1-\mathrm{e}$，求实数 a 的值（e 是自然对数的底数）；

(2)若函数$f\left(x\right)$有且仅有两个零点，求实数 a 的取值范围.

1．D

【分析】求出集合A、B，利用补集和交集的定义可求得集合$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$.

【详解】因为$A=\{x|\log_2 x<4\}=\{x|0<x<16\}$，$B=\{x||x|<2\}=\{x||x|<2\}=\{x|-2<x<2\}$。

所以，$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\le 0$或$x\ge 16\}$，因此，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=(-2,0]$.

故选：D.

2．A

【分析】利用复数运算及复数相等即可求出答案.

【详解】由方程$x^2+(4+\mathrm{i})x+4+a\mathrm{i}=0$有实根$b$，

可得$b^2+(4+\mathrm{i})b+4+a\mathrm{i}=0$，整理得$b^2+4b+4+(b+a)\mathrm{i}=0$.

由复数相等的充要条件得$a+b=0$.

故选：A

3．D

【分析】求出$\frac{\pi}{3}-\alpha$的范围，再由平方关系求出$\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$，然后利用诱导公式、正弦的二倍角公式计算可得答案.

【详解】因为α为锐角，所以$-\frac{\pi}{2}<-\alpha<0$，$-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}-\alpha<\frac{\pi}{3}$，

因为$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{4}{5}$，所以$0<\frac{\pi}{3}-\alpha<\frac{\pi}{3}$，

所以$\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{3}{5}$，

所以$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[\pi-\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)\right]=\sin\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)$

$=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{24}{25}$.

故选：D.

4．D

【分析】根据乘法的运算法则，结合二项式的通项公式进行求解即可.

【详解】因为$\left(\frac{1}{x^3}+2\right)\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6=\frac{1}{x^3}\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6+2\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$，

$\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式的通项公式为$T_{r+1}=\mathrm{C}_6^r\left(x^2\right)^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r\mathrm{C}_6^r x^{12-3r}$，

令$12-3r=3$,得$r=3$，

令$12-3r=0$,得$r=4$，

所以$\left(\frac{1}{x^3}+2\right)\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式中的常数项为：

$\frac{1}{x^3}\times(-1)^3\mathrm{C}_6^3\times x^3+(-1)^4\mathrm{C}_6^4\times x^0\times 2=-20+30=10$.

故选：D

5．D

【分析】由$S_{n+1}=3S_n+2$，得$S_n=3S_{n-1}+2$（$n\geq 2$），两式相减可求了公比$q=3$，再将$q=3$代入$S_{n+1}=3S_n+2$中化简可求出a_1，从而可求出S_5.

【详解】由$S_{n+1}=3S_n+2$，得$S_n=3S_{n-1}+2$（$n\geq 2$），

所以$S_{n+1}-S_n=3S_n-3S_{n-1}$，得$a_{n+1}=3a_n$，

所以等比数列$\{a_n\}$的公比为$q=3$，

所以由$S_{n+1}=3S_n+2$，得$\frac{a_1(1-3^{n+1})}{1-3}=3\cdot\frac{a_1(1-3^n)}{1-3}+2$，

所以$a_1(3^{n+1}-1)=3a_1(3^n-1)+4$，解得$a_1=2$，

所以$S_5=\frac{2\times(1-3^5)}{1-3}=3^5-1=242$，

故选：D

6．C

【分析】根据函数解析式判断函数单调性和奇偶性，将外函数大小比较转换为内函数的大小比较，由此得出答案.

【详解】函数$f(x)=x^2+\ln(|x|+1)$的定义域为R，且$f(-x)=(-x)^2+\ln(|-x|+1)=f(x)$

所以函数$f(x)$为偶函数，

又因为当$x>0$时，函数$y=x^2$，$y=\ln(|x|+1)$单调递增，

所以$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增，

因为偶函数有$f(x)=f(|x|)$，

所以由$f(x)>f(2x-1)$可得$f(|x|)>f(|2x-1|)$，

所以$|x|>|2x-1|$，即$x^2>(2x-1)^2$，整理得：$3x^2-4x+1<0$，

解得：$\frac{1}{3}<x<1$，

所以x的取值范围为$(\frac{1}{3},1)$．

故选：C.

7．C

【分析】设直线PF_2交y轴于点N，当$x=-c$时，可求出$|PF_1|=\frac{b^2}{a}$，再由题意可得$|ON|=\frac{1}{2}|PF_1|$，则$\frac{c}{2}=\frac{b^2}{2a}$，结合$b^2=c^2-a^2$化简可求出离心率.

【详解】设直线PF_2交y轴于点N，则$N\left(0,\frac{c}{2}\right)$，

当$x=-c$时，$\frac{c^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，得$y^2=\frac{b^4}{a^2}$，

所以$|PF_1|=\frac{b^2}{a}$，

因为$ON\parallel PF_1$，O为F_1F_2的中点，

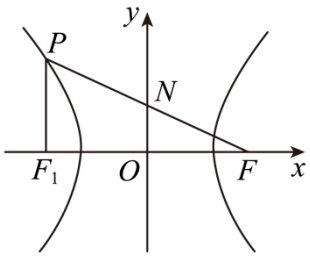
所以$|ON|=\frac{1}{2}|PF_1|$，所以$\frac{c}{2}=\frac{b^2}{2a}$，

所以$b^2=ac$，$c^2-a^2-ac=0$，

所以$e^2-e-1=0$，解得$e=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$，

因为$e>1$，所以$e=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，

故选：C



8．C

【分析】根据已知条件构造函数$f(x)=\ln x-1+\frac{1}{x}$，$g(x)=\ln(x+1)-\sin x, x\in(0,1)$，再利用导数法研究函数的单调性，结合函数单调性的性质即可求解.

【详解】$a=\frac{1}{10}=1-\frac{9}{10}=1-\frac{1}{\frac{10}{9}}, b=\ln\frac{10}{9}=\ln\left(1+\frac{1}{9}\right), c=\sin\frac{1}{9}$，

构造函数$f(x)=\ln x-1+\frac{1}{x}$，则$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}$，

当$x\in(0,1)$时，$f'(x)<0, f(x)$单调递减；

当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0, f(x)$单调递增，故$f(x)\geq f(1)=0$，所以$f\left(\frac{10}{9}\right)>0$，即$\ln\frac{10}{9}>1-\frac{9}{10}=0.1$，所以$b>a$；

令$g(x)=\ln(x+1)-\sin x, x\in(0,1)$，则$g'(x)=\frac{1}{x+1}-\cos x$，

令$h(x)=\frac{1}{x+1}-\cos x$，则$h'(x)=-\frac{1}{(x+1)^2}+\sin x, \because h'(x)$在$(0,1)$上单调递增，

$h'(0)=-1<0, h'(1)=\sin 1-\frac{1}{4}>0$，

$\therefore \exists x_0\in(0,1)$使$h'(x_0)=0$，

当$x\in(0,x_0)$时，$h'(x)<0, \therefore h(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，即$g'(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，在$x\in(x_0,1)$时，$h'(x)>0, \therefore h(x)$在$(x_0,1)$上单调递增，

即$g'(x)$在$(x_0,1)$上单调递增，又$g'(0)=0, g'(1)<0, \therefore g'(x)<0$，

所以$g(x)$在$(0,1)$上单调递减，故$g\left(\frac{1}{9}\right)<g(0)=0$，即$\ln\frac{10}{9}<\sin\frac{1}{9}$，所以$b<c$，

综上$a<b<c$，

故选:C.

关键点点睛：关键点是构造函数,然后利用导函数研究函数的单调性，结合函数单调性的性质即可解题.

9．ACD

【分析】根据中位数、平均数、方差、极差的定义逐项分析判断可得答案.

【详解】对于 A，中位数是把数据从小到大依次排列后，排在中间位置的数或中间位置的两个数的平均数，因为是对称的同时去掉最小值和最大值，故中间位置的数相对位置保持不变，故新数据的中位数保持不变，故 A 正确；

对于 B，平均数受样本中每个数据的影响，故去掉最小值和最大值后，余下数据的平均数可能会改变，故 B 不一定正确；

对于 C，方差反映数据的离散程度，当去掉数据中的最小值和最大值后，数据的离散程度减小，故方差减小，故 C 正确；

对于 D，极差为最大值与最小值之差，是原来数据里面任意两个数据差值的最大值，，故去掉最小值和最大值后，新数据的极差必然小于原数据的极差，故 D 正确.

故选：ACD

10．AD

【分析】由已知比例关系易得$a:b:c=7:5:3$，应用正弦边角关系判断 A；由向量数量积的定义及三角形内角性质判断 B；余弦定理求得$A=\frac{2\pi}{3}$，再由面积公式求面积判断 C；利用正弦定理求外接圆半径判断 D.

【详解】令$b+c=4x$，则$c+a=5x$，$a+b=6x$，可得$a=\frac{7}{2}x,b=\frac{5}{2}x,c=\frac{3}{2}x$，

所以$a:b:c=7:5:3$，由正弦边角关系易知：$\sin A:\sin B:\sin C=7:5:3$，A 对；

若$c=6$，则$a=14,b=10$，故$\cos A=\frac{100+36-196}{2\times10\times6}=-\frac{1}{2}$，$0<A<\pi$，则$A=\frac{2\pi}{3}$，

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=15\sqrt{3}$，C 错；

由$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=bc\cos(\pi-A)=-bc\cos A$，结合 C 可得$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}>0$，B 错；

由$b+c=8$，则$a=7$，而$A=\frac{2\pi}{3}$，故$\triangle ABC$外接圆半径是$\frac{a}{2\sin A}=\frac{7\sqrt{3}}{3}$，D 对.

故选：AD.

11．AD

【分析】A 选项，由题意得到平面$ADE\perp$平面DEF，得到$\angle ADG$为直线AD与平面DEF所

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/938131033031006023