

2023~2024 学年度第一次调研考试

九年级数学试题

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确选项的代号填在答题纸上。

1. 下列计算正确的是 ()

A. $(-3x)^2 = -9x^2$

B. $7x + 5x = 12x^2$

C. $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

D. $(x-2y)(x+2y) = x^2 + 4y^2$

【答案】C

【解析】

【分析】分别根据积的乘方、合并同类项、乘法公式逐项求解判断即可。

解：A、 $(-3x)^2 = 9x^2$ ，故原计算错误，不符合题意；

B、 $7x + 5x = 12x$ ，故原计算错误，不符合题意；

C、 $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$ ，故原计算正确，符合题意；

D、 $(x-2y)(x+2y) = x^2 - 4y^2$ ，故原计算错误，不符合题意，

故选：C。

【点睛】本题考查积的乘方、合并同类项、乘法公式，熟记完全平方公式和平方差公式，正确判断是解答的关键。

2. 刘慈欣科幻巨作《三体》中所描述三体文明距地球大约 400000000 千米，它们之间被大量氢气和暗物质纽带连接，看起来似乎是连在一起的“三体星系”。其中数字 400000000 用科学记数法表示为 ()

A. 4×10^8

B. 4×10^6

C. 0.4×10^8

D. 4000×10^4

【答案】A

【解析】

【分析】用科学记数法表示绝对值大于 1 的数，将原数化为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数， n 的值等于把原数变为 a 时小数点移动的位数。

解：400000000 用科学记数法表示为 4×10^8 ，

故选：A。

【点睛】本题主要考查了用科学记数法表示绝对值大于 1 的数，解题的关键是掌握用科学记数法表示绝对

值大于 1 的数的方法：将原数化为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数， n 的值等于把原数变为 a 时小数点移动的位数。

3. 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球，分别标号为 1，2，3，随机摸取一个小球然后放回，再随机摸取一个球，则两次取出的小球标号相同的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与两次取出的小球标号相同的情况，再利用概率公式即可求得答案。

解：列表如下：

		2	3
	(1,1)	(1,2)	(1,3)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)

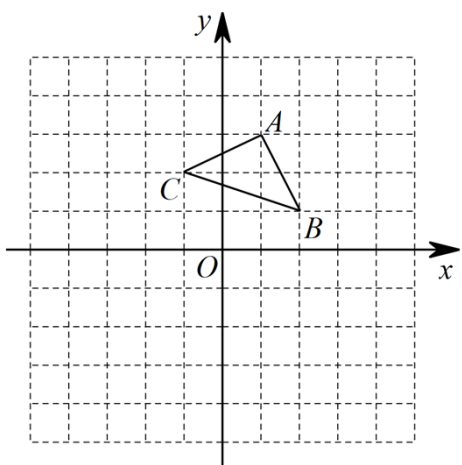
由上表可知，一共有 9 种等可能性的情况，其中两次取出的小球标号相同的情况：共 3 种，

$\therefore$ 两次取出的小球标号相同的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

故选：A。

【点睛】本题考查了树状图法与列表法求概率，解题的关键是用表格列出所有等可能的结果以及熟记概率 = 所求情况数与总情况数之比。

4. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示，将 $\triangle ABC$ 先向左平移 3 个单位，再作出其关于 x 轴的对称图形，则 A 点的对应点的坐标为()



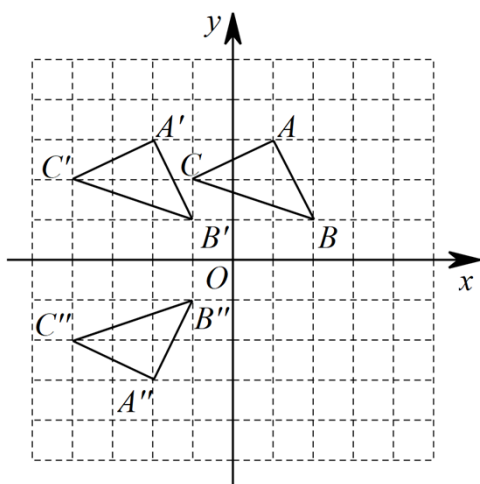
- A. $(-3, -2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-2, -2)$ D. $(-2, -3)$

【答案】D

【解析】

【分析】先根据平移的性质画出平移后的三角形，再根据关于 x 轴的点的坐标特点描出各点，把各点连接起来，得出 A 点坐标即可.

解：如图所示：



$\triangle A'B'C'$ 为平移后的三角形；

$\triangle A''B''C''$ 为关于 x 轴的对称图形.

由图可知， A 点的对应点 $A''(-2, -3)$.

故选：D.

【点睛】本题考查的是坐标与图形变化，熟知关于 x 轴对称的图形与图形平移的性质是解答此题的关键.

5. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4(x-1) > 3x-1 \\ 5x > 3x+2a \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$ ，则 a 的取值范围是 ()

A. $a > 3$

B. $a < 3$

C. $a \geq 3$

D. $a \leq 3$

【答案】D

【解析】

【分析】分别求出各不等式的解集，再根据不等式组的解集是 $x > 3$ 求出 a 的取值范围即可．

$$\text{解: } \begin{cases} 4(x-1) > 3x-1 & \text{①} \\ 5x > 3x+2a & \text{②} \end{cases}$$

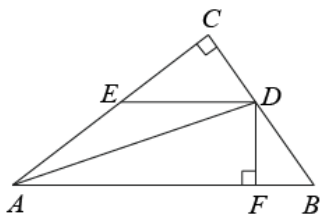
解不等式①得: $x > 3$,解不等式②得: $x > a$,
$$\therefore \text{关于 } x \text{ 的不等式组 } \begin{cases} 4(x-1) > 3x-1 \\ 5x > 3x+2a \end{cases} \text{ 的解集为 } x > 3,$$

$$\therefore a \leq 3,$$

故选: D.

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

6. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , $DE \parallel AB$, 交 AC 于点 E , $DF \perp AB$ 于点 F , $DE = 5, DF = 3$, 则下列结论错误的是 ()



A. $BF = 1$

B. $DC = 3$

C. $AE = 5$

D. $AC = 9$

【答案】A

【解析】

【分析】根据角平分线的性质得到 $CD = DF = 3$, 故 B 正确; 根据平行线的性质及角平分线得到 $AE = DE = 5$, 故 C 正确; 由此判断 D 正确; 再证明 $\triangle BDF \sim \triangle DEC$, 求出 BF , 故 A 错误.

解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , $DF \perp AB$,

$$\therefore CD = DF = 3, \text{ 故 B 正确;}$$

$$\therefore DE = 5,$$

$$\therefore CE = 4,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAF,$$

$$\because \angle CAD = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADE,$$

$$\therefore AE = DE = 5, \text{ 故 C 正确;}$$

$$\therefore AC = AE + CE = 9, \text{ 故 D 正确;}$$

$$\because \angle B = \angle CDE, \angle BFD = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDF \sim \triangle DEC,$$

$$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{CD}{BF},$$

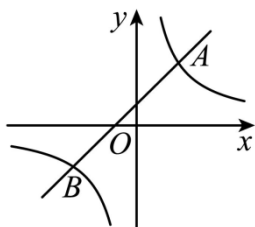
$$\therefore BF = \frac{DF \cdot CD}{CE} = \frac{9}{4}, \text{ 故 A 错误;}$$

故选：A.

【点睛】此题考查了角平分线的性质定理，平行线的性质，等边对等角证明角相等，相似三角形的判定及性质，熟记各知识点并综合应用是解题的关键.

7. 如图，一次函数 $y = ax + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 $A(2, 3)$, $B(m, -2)$ ，则不等式

$$ax + b > \frac{k}{x} \text{ 的解是 ()}$$



A. $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$

B. $x < -3$ 或 $0 < x < 2$

C. $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$

D. $-3 < x < 0$ 或 $x > 3$

【答案】A

【解析】

【分析】先求出反比例函数解析式，进而求出点 B 的坐标，然后直接利用图象法求解即可.

解： $\because A(2, 3)$ 在反比例函数图象上，

$$\therefore k = 3 \times 2 = 6,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{6}{x},$$

$\because B(m, -2)$ 在反比例函数图象上，

$$\therefore m = \frac{6}{-2} = -3,$$

$$\therefore B(-3, -2),$$

由题意得关于 x 的不等式 $ax + b > \frac{k}{x}$ 的解集即为一次函数图象在反比例函数图象上方时自变量的取值范围，

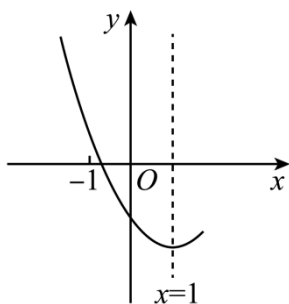
$\therefore$ 关于 x 的不等式 $ax + b > \frac{k}{x}$ 的解集为 $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$ ，

故选：A.

【点睛】本题主要考查了一次函数与反比例函数综合，解题的关键是正确求出点 B 的坐标.

8. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数) 关于直线 $x = 1$ 对称. 下列五个结论：① $abc > 0$ ；②

$2a + b = 0$ ；③ $4a + 2b + c > 0$ ；④ $am^2 + bm > a + b$ ；⑤ $3a + c > 0$. 其中正确的有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】B

【解析】

【分析】由抛物线的开口方向、与 y 轴交点以及对称轴的位置可判断 a 、 b 、 c 的符号，由此可判断①正确；

由抛物线的对称轴为 $x = 1$ ，得到 $-\frac{b}{2a} = 1$ ，即可判断②；可知 $x = 2$ 时和 $x = 0$ 时的 y 值相等可判断③正确；

由图知 $x = 1$ 时二次函数有最小值，可判断④错误；由抛物线的对称轴为 $x = 1$ 可得 $b = -2a$ ，因此

$y = ax^2 - 2ax + c$ ，根据图像可判断⑤正确.

① $\because$ 抛物线的开口向上，

$\therefore a > 0$.

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 y 轴的负半轴上，

$\therefore c < 0$.

由 $-\frac{b}{2a} > 0$ 得， $b < 0$ ，

$\therefore abc > 0$ ，

故①正确；

②Q 抛物线的对称轴为 $x=1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a}=1,$$

$$\therefore b=-2a,$$

$\therefore 2a+b=0$, 故②正确;

③由抛物线的对称轴为 $x=1$, 可知 $x=2$ 时和 $x=0$ 时的 y 值相等.

由图知 $x=0$ 时, $y<0$,

$$\therefore x=2 \text{ 时, } y<0.$$

$$\text{即 } 4a+2b+c<0.$$

故③错误;

④由图知 $x=1$ 时二次函数有最小值,

$$\therefore a+b+c \leq am^2+bm+c,$$

$$\therefore a+b \leq am^2+bm,$$

$$a+b \leq m(ax+b),$$

故④错误;

$$\text{⑤由抛物线的对称轴为 } x=1 \text{ 可得 } -\frac{b}{2a}=1,$$

$$\therefore b=-2a,$$

$$\therefore y=ax^2-2ax+c,$$

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时, } y=a+2a+c=3a+c.$$

由图知 $x=-1$ 时 $y>0$,

$$\therefore 3a+c>0.$$

故⑤正确.

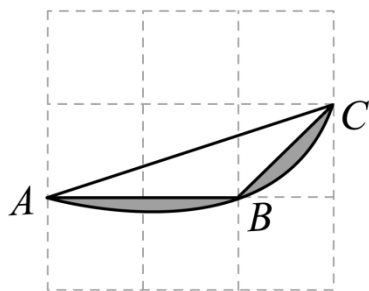
综上所述: 正确的是①②⑤, 有 3 个,

故选: B.

【点睛】本题主要考查了二次函数的图像与系数的关系, 二次函数的对称轴及顶点位置. 熟练掌握二次函数图像的性质及数形结合是解题的关键.

9. 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 小正方形的顶点称为格点, 顶点均在格点上的图形称为格点图形, 图中

的圆弧为格点 $\triangle ABC$ 外接圆的一部分，小正方形边长为 1，图中阴影部分的面积为（ ）



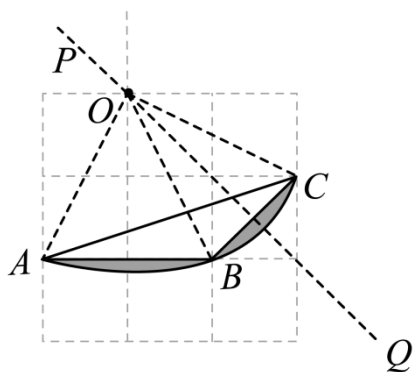
- A. $\frac{5}{2}\pi - \frac{7}{4}$ B. $\frac{5}{2}\pi - \frac{7}{2}$ C. $\frac{5}{4}\pi - \frac{7}{4}$ D. $\frac{5}{4}\pi - \frac{7}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据网格的特点作 AB 的垂直平分线 MN ，作 BC 的垂直平分线 PQ ，设 MN 与 PQ 相交于点 O ，连接 OA ， OB ， OC ，则点 O 是 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心，先根据勾股定理的逆定理证明 $\triangle AOC$ 是直角三角形，从而可得 $\angle AOC = 90^\circ$ ，然后根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}AOC} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle ABC}$ ，进行计算即可解答。

解：如图：作 AB 的垂直平分线 MN ，作 BC 的垂直平分线 PQ ，设 MN 与 PQ 相交于点 O ，连接 OA ， OB ， OC ，则点 O 是 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心，



由题意得： $OA^2 = 1^2 + 2^2 = 5$ ， $OC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$ ， $AC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ ，

$$\therefore OA^2 + OC^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle AOC$ 是直角三角形，

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore AO = OC = \sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}AOC} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle ABC}$$

$$= \frac{90\pi \times (\sqrt{5})^2}{360} - \frac{1}{2}OA \cdot OC - \frac{1}{2}AB \cdot 1$$

$$= \frac{5\pi}{4} - \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \frac{1}{2} \times 2 \times 1$$

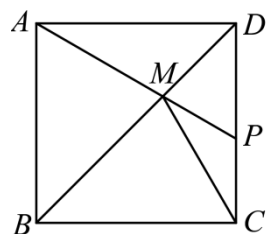
$$= \frac{5\pi}{4} - \frac{5}{2} - 1$$

$$= \frac{5}{4}\pi - \frac{7}{2},$$

故选：D.

【点睛】本题考查了三角形的外接圆与外心，扇形面积的计算，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

10. 如图，边长为6的正方形 $ABCD$ 中， M 为对角线 BD 上的一点，连接 AM 并延长交 CD 于点 P . 若 $PM = PC$ ，则 AM 的长为（ ）



- A. $3(\sqrt{3}-1)$ B. $3(3\sqrt{3}-2)$ C. $6(\sqrt{3}-1)$ D. $6(3\sqrt{3}-2)$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据正方形的性质、三角形全等的判定证出 $\triangle ADM \cong \triangle CDM$ ，根据全等三角形的性质可得 $\angle DAM = \angle DCM$ ，再根据等腰三角形的性质可得 $\angle CMP = \angle DCM$ ，从而可得 $\angle DAM = 30^\circ$ ，然后利用勾股定理、含 30° 度角的直角三角形的性质求解即可得.

解：∵ 四边形 $ABCD$ 是边长为6的正方形，

$$\therefore AD = CD = 6, \angle ADC = 90^\circ, \angle ADM = \angle CDM = 45^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ADM \text{ 和 } \triangle CDM \text{ 中, } \begin{cases} DM = DM \\ \angle ADM = \angle CDM = 45^\circ, \\ AD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle CDM (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle DAM = \angle DCM,$$

$$\because PM = PC,$$

$$\therefore \angle CMP = \angle DCM,$$

$$\therefore \angle APD = \angle CMP + \angle DCM = 2\angle DCM = 2\angle DAM,$$

$$\text{又} \angle APD + \angle DAM = 180^\circ - \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAM = 30^\circ,$$

$$\text{设 } PD = x, \text{ 则 } AP = 2PD = 2x, \quad PM = PC = CD - PD = 6 - x,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AP^2 - PD^2} = \sqrt{3}x = 6,$$

$$\text{解得 } x = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore PM = 6 - x = 6 - 2\sqrt{3}, \quad AP = 2x = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AM = AP - PM = 4\sqrt{3} - (6 - 2\sqrt{3}) = 6(\sqrt{3} - 1),$$

故选：C.

【点睛】本题考查了正方形的性质、勾股定理、含 30° 度角的直角三角形的性质、等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握正方形的性质是解题关键.

二、填空题：每题 3 分，共 18 分，将答案填在答题纸上.

$$11. \text{ 若 } |a-1| + (b-3)^2 = 0, \text{ 则 } \sqrt{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】2

【解析】

【分析】根据绝对值的非负性，平方的非负性求得 a, b 的值进而求得 $a+b$ 的算术平方根即可求解.

$$\text{解：} \because |a-1| + (b-3)^2 = 0,$$

$$\therefore a-1=0, b-3=0,$$

$$\text{解得：} a=1, b=3,$$

$$\therefore \sqrt{a+b} = \sqrt{1+3} = 2,$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了求一个数的算术平方根，熟练掌握绝对值的非负性，平方的非负性求得 a, b 的值是解题的关键.

$$12. \text{ 因式分解： } ab^2 - 2ab + a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $a(b-1)^2$

【解析】

【分析】先提取公因式 a ，再利用公式法继续分解．

$$\text{解： } ab^2 - 2ab + a = a(b^2 - 2b + 1) = a(b-1)^2,$$

故答案为： $a(b-1)^2$ ．

【点睛】本题考查了公式法以及提取公因式法分解因式，正确应用公式是解题的关键．在分解因式时，要注意分解彻底．

13. 若关于 x 的分式方程 $\frac{1-x}{x-2} = \frac{m}{2-x} - 2$ 有增根，则 m 的值是_____．

【答案】1

【解析】

【分析】先把分式方程去分母变为整式方程，然后把 $x=2$ 代入计算，即可求出 m 的值．

$$\text{解： } \because \frac{1-x}{x-2} = \frac{m}{2-x} - 2,$$

$$\text{去分母，得： } 1-x = -m - 2(x-2);$$

$\because$ 分式方程有增根，

$$\therefore x=2,$$

把 $x=2$ 代入 $1-x = -m - 2(x-2)$ ，则

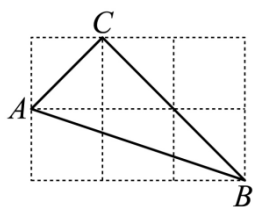
$$1-2 = -m - 2(2-2),$$

$$\text{解得： } m=1;$$

故答案为：1．

【点睛】此题考查了分式方程的增根，增根确定后可按如下步骤进行：①化分式方程为整式方程；②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

14. 如图， $\triangle ABC$ 在边长为 1 个单位的方格纸中， $\triangle ABC$ 的顶点在小正方形顶点位置，那么 $\angle ABC$ 的正切值为_____．



【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】根据题意和图形，可以求得 AC 、 BC 和 AB 的长，然后根据勾股定理的逆定理可以判断 $\triangle ACB$ 的形状，然后即可求得 $\angle ABC$ 的正弦值．

解：由图可得， $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ， $BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ．

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

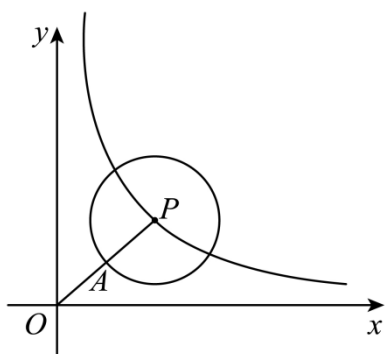
$\therefore \triangle ACB$ 是直角三角形，

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ ．

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理、解直角三角形，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

15. 如图，点 P 在函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 的图象上运动， O 为坐标原点，点 A 为 PO 的中点，以点 P 为圆心， PA 为半径作 $\odot P$ ，则当 $\odot P$ 与坐标轴相切时，点 P 的坐标为_____．



【答案】 $(\sqrt{3}, 1)$ 或 $(1, \sqrt{3})$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、两点间的距离公式以及切线的性质，解题的关键是分圆 P 与 x （或 y ）轴相切分类讨论．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，设出点 P 的坐标，根据切线的性质，找出 P 点坐标与半径之间的关系是关键．结合点 P 在反比例函数图象上，设出点 P 的坐标，由两点间的距离公式求出 OP 的长度，由点 A 为 OP 的中点，即可找出 PA 的长度，再根据相切的两种不同形式分类，结合点 P 的坐标以及圆的半径即可得出关于 P 点横坐标的一元二次方程，解方程即可得出结论．

解：∵ 点 P 为函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 的图象上的点，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/945131203144011144>