立足基础和素养 突出应用和创新

以2022年新高考全国1卷17题（数列）为例

说题流程

01 真题再现及溯源

02 考点分析

03 命题立意与核心素养

04 解题思路与方法总结

05 教学策略及建议

06 变式推广

01

真题再现及溯源

(2022全国Ⅰ卷17题)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1=1$，$\left\{\dfrac{S_n}{a_n}\right\}$是公差为$\dfrac{1}{3}$的等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)证明：$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}<2$.

本部分知识可见于人教B版选择性必修第三册第五章.

01 真题再现及溯源

4. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式为 $S_n=-2n^2$，求$\{a_n\}$的通项公式.

P13

11. 已知数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=\frac{3}{5}$，且满足 $a_{n+1}=\frac{3a_n}{2a_n+1}$.

(1) 求证：数列 $\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$ 为等比数列.

(2) 若$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<100$，求满足条件的最大整数 n.

P44

4. 已知数列$\frac{1}{1\times4}$，$\frac{1}{4\times7}$，$\frac{1}{7\times10}$，…，$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$，…的前 n 项和为 S_n. 计算 S_1，S_2，S_3，S_4，由此猜想 S_n 的表达式，并用数学归纳法证明.

P56

11. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_4=4S_2$，$a_{2n}=2a_n+1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 若 $b_n=3^{n-1}$，令 $c_n=a_nb_n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

P58

02 考点分析

知识板块	题型及题号												分值			占比（%）	
	单选题			多选题			填空题			解答题							
年份	2023	2022	2021	2023	2022	2021	2023	2022	2021	2023	2022	2021	2023	2022	2021	2023	2022
函数导数	4	7	7	10、11	10、12		15	15	13、15	19	22	22	32	32	27	21.3	21.3
立体几何		4、8	3	12	9	12	14			18	19	20	22	27	22	14.7	18
解析几何	5、6		5		11	11	16	14、16	14	22	21	21	27	27	27	18	18
概率统计		5	8	9		9	13	13		21	20	18	22	22	22	14.7	14.7
三角向量	3、8	3、6	4、6			10				17	18	19	20	22	27	13.3	14.7
数列	7								16	20	17	17	17	10	15	11.3	6.7
集合	1	1	1										5	5	5	3.3	3.3
复数	2	2	2										5	5	5	3.3	3.3

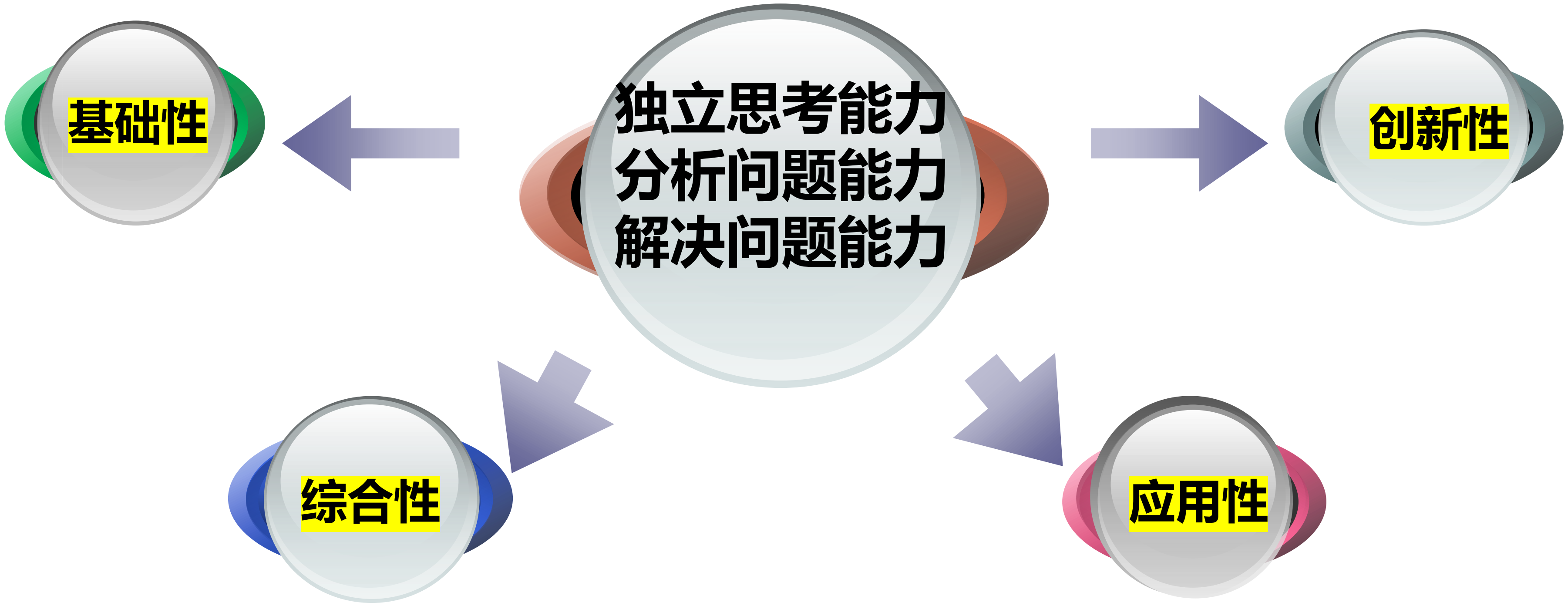
2022年新高考全国1卷17题主要考察了数列的通项、数列前n项和与通项的关系、常规的数列求和的技巧及数列与不等式的综合应用。

（一）命题立意

试题以学生熟悉的等差数列为载体而设计，但不是通常的给定等差数列求通项、求和等常规操作，而是将等差数列的性质融合在前n项和与通项的关系之中，特别是第(2)问中的数列的求和运算涉及裂项相消。试题源于教材，其创新思想又高于教材，充分体现高考的选拔功能。试题对高中数学教学具有指导作用，要求学生在强化基本功的同时，加强对知识的灵活运用，形成学科素养。

新高考评价体系（一核四层四翼）

必备知识，关键能力，学科素养，核心价值



（二）核心素养

高中数学学科六大核心素养：数学抽象，逻辑推理，数学建模，数学运算，直观想象和数据分析。

本题考察了学生的逻辑推理、数学运算的学科素养。

04 **解题思路与方法总结**

(2022 全国1卷17题)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和， 已知$a_1=1$，

$\left\{\dfrac{S_n}{a_n}\right\}$是公差为$\dfrac{1}{3}$的等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

思路1：利用a_n与S_n的关系消去S_n，与a_n相关的累乘法

思路3：消元，
构造a_n相关新数列

思路4：消元，
构造S_n相关新数列

思路2：利用a_n与S_n的关系消去a_n，累乘法得S_n，再求a_n

04 解题思路与方法总结

解法1:(1)因为 $\dfrac{S_n}{a_n}=\dfrac{S_1}{a_1}+\dfrac{1}{3}(n-1)=\dfrac{n+2}{3}$,

所以 $S_n=\dfrac{n+2}{3}a_n$;

所以 $S_{n+1}=\dfrac{n+3}{3}a_{n+1}$;

所以 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=\dfrac{n+3}{3}a_{n+1}-\dfrac{n+2}{3}a_n$,

计算可得 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{n+2}{n}$;

当 $n\geq 2$ 且 $n\in N^*$ 时, $\dfrac{a_n}{a_1}=\dfrac{a_n}{a_{n-1}}\times\dfrac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\times\cdots\times\dfrac{5}{3}\times\dfrac{4}{2}\times\dfrac{3}{1}=\dfrac{n(n+1)}{2}$,

利用 a_n 与 S_n 的关系消去 S_n,与 a_n 相关的累乘法

04 解题思路与方法总结

所以$a_n=\frac{n(n+1)}{2}$,

又$a_1=1$也符合上式，

所以$a_n=\frac{n(n+1)}{2}(n\in N^*)$.

解法 2 :（1）因为 $a_1=1$，所以 $\frac{s_1}{a_1}=1$，

又 $\left\{\frac{s_n}{a_n}\right\}$ 是公差为 $\frac{1}{3}$ 的等差数列，

所以 $\frac{S_n}{a_n}=1+(n-1)\times\frac{1}{3}=\frac{n+2}{3}$.

因为当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$，

所以 $\frac{S_n}{S_n-S_{n-1}}=\frac{n+2}{3}(n\geq 2)$，所以 $\frac{S_n-S_{n-1}}{S_n}=\frac{3}{n+2}(n\geq 2)$，

整理得 $\frac{S_n}{S_{n-1}}=\frac{n+2}{n-1}(n\geq 2)$，

所以 $\frac{S_2}{S_1}\times\frac{S_3}{S_2}\times L\times\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}}\times\frac{S_n}{S_{n-1}}=\frac{4}{1}\times\frac{5}{2}\times L\times\frac{n+1}{n-2}\times\frac{n+2}{n-1}$

$=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}(n\geq 2)$，

利用 a_n 与 S_n 的关系消去 a_n，与 S_n 相关的累乘法