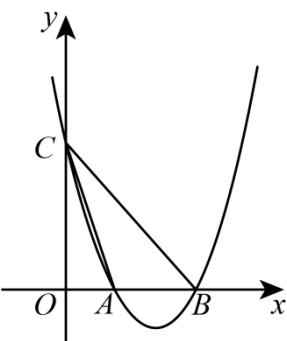


2025 年 九年级数学中考复习

二次函数综合压轴题 常考热点专题提升训练

1. 如图，抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a (a > 0)$ 交 x 轴正半轴于 A, B 两点（点 A 在点 B 的左边），交 y 轴正半轴于点 C ，连接 AC, BC ．若 $\triangle ABC$ 的面积为 3．



- (1)求抛物线的解析式.
- (2)不等式 $-1 < ax^2 - 4ax + 3a < 0$ 的解集为_____.

2. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1,0), B(m,0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0,7)$ ．

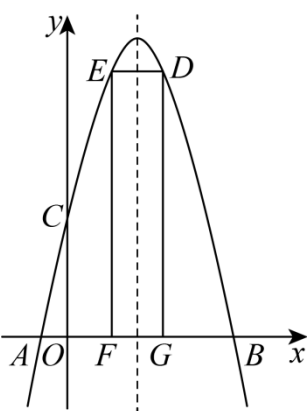


图 1

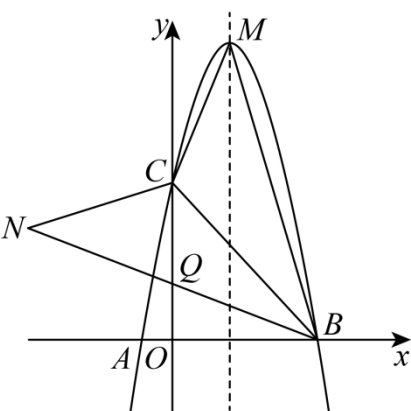


图 2

- (1)求 b, c, m 的值;
 - (2)如图 1，点 D 是抛物线上位于对称轴右侧的一个动点，且点 D 在第一象限内，过点 D 作 x 轴的平行线交抛物线于点 E ，作 y 轴的平行线交 x 轴于点 G ，过点 E 作 $EF \perp x$ 轴，垂足为点 F ，当四边形 $DEFG$ 的周长最大时，求点 D 的坐标;
 - (3)如图 2，点 M 是抛物线的顶点，将 $\triangle MBC$ 沿 BC 翻折得到 $\triangle NBC$ ， NB 与 y 轴交于点 Q ，在对称轴上找一点 P ，使得 $\triangle PQB$ 是以 QB 为直角边的直角三角形，求出所有符合条件的点 P 的坐标.
3. 如图 1，平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于 $A(1,0), B(-3,0)$ 两点，交 y 轴于点 $C(0,3)$ ，点 M 是线段 OB 上一个动点，过点 M 作 x 轴的垂线，交直线 BC 于点 F ，交抛物线于点 E ．

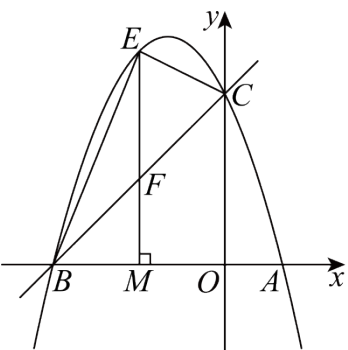


图1

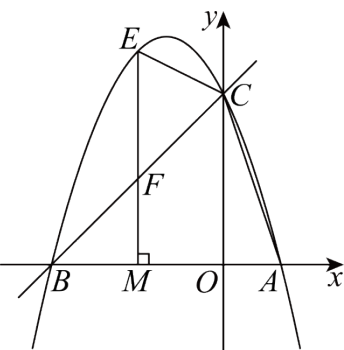


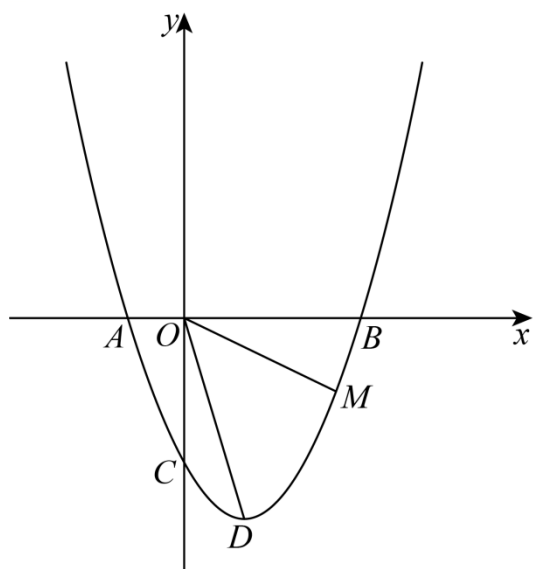
图2

(1)求抛物线的解析式；

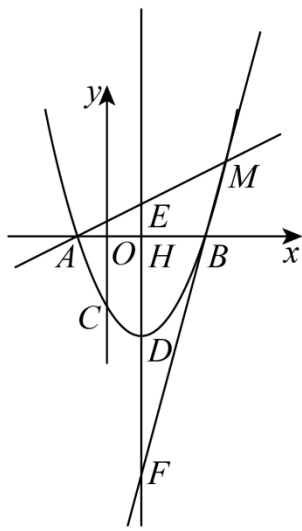
(2)当线段 EF 长度最大时，求 M 点的坐标；

(3)如图 2，是否存在点 E ，使得 $\tan \angle FCE = 3$ ，若存在，求点 E 的坐标；若不存在，请说明理由

4. 已知： 抛物线 $y = x^2 - bx - 3$ 交 x 、 y 轴于 A 、 $B(3,0)$ ，交 y 轴于 C ，顶点为 D ， M 为抛物线上动点.



(1)



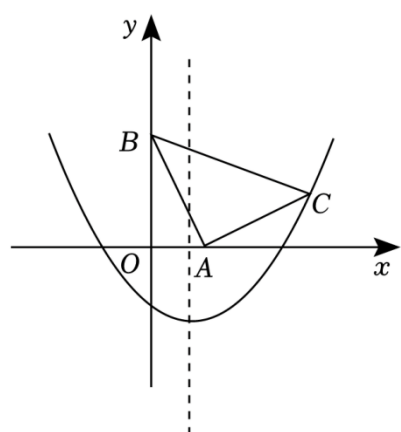
(2)

(1)求抛物线的解析式；

(2)在 M 运动过程中，连 OM ，当 $\angle DOM = 45^\circ$ 时，求 M 点坐标；

(3)随着 M 运动到第一象限，如图 (2) 直线 AM 交对称轴于 E ，直线 MB 交对称轴于 F ，若对称轴交 x 轴于 H ，求 $HF - HE$ 的值.

5. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $A(1,0)$ ， $B(0,2)$ ，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 的图象经过 C 点.



(1)求抛物线的解析式；

(2)平移该抛物线的对称轴所在直线 L 。当 L 移动到何处时，恰好将 $\triangle ABC$ 的面积分为相等的两部分？

(3)点 P 是抛物线上一动点，是否存在点 P ，使四边形 $PACB$ 为平行四边形？若存在，求出 P 点坐标；若不存在，说明理由.

6. 在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，抛物线 $y = ax^2 + bx + 7$ 交 x 轴负半轴于点 A ，交 x 轴正半轴于点 B ， $AB = 10$ ，交 y 轴于点 C ，连接 AC ， $\triangle CAO$ 的面积为 $\frac{21}{2}$.

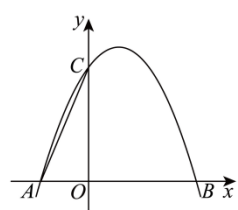


图1

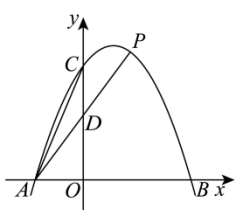


图2

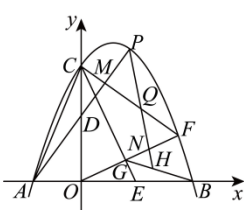


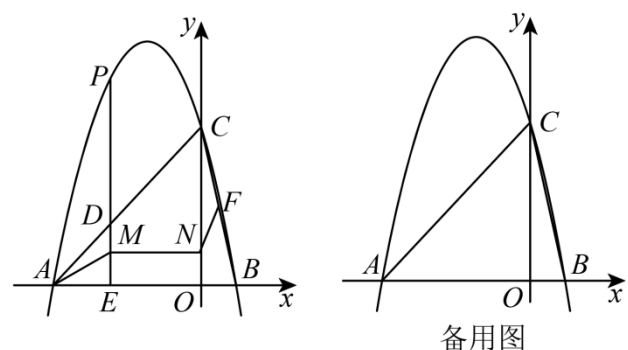
图3

(1)如图 1，求 a 与 b 的值：

(2)如图 2，点 P 在第一象限抛物线上，连接 AP 交 y 轴于点 D ，设点 P 的横坐标为 t ，线段 CD 的长为 d ，求 d 与 t 的函数解析式（不必写出自变量 t 的取值范围）；

(3)在（2）的条件下，如图 3，点 E 在 OB 上，连接 CE ， $\tan \angle OCE = \frac{1}{2}$ ，点 M 为 DP 的中点，连接 CM 并延长交抛物线于点 F ，连接 OF 交 CE 于点 G ，连接 GB ， $\angle EGB = 45^\circ$ ，点 H 在 GB 上，连接 PH ，交 CF 于点 Q ，交 GF 于点 N ，若 $\angle CFO = \angle PHG$ ，求点 Q 的坐标。

7. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-1, 6)$ ，与 y 轴交于点 C ，与 x 轴交于 A ， B 两点（ A 在 B 的左侧），连接 AC ， BC ， $\tan \angle CBA = 4$ 。



(1)求抛物线的表达式；

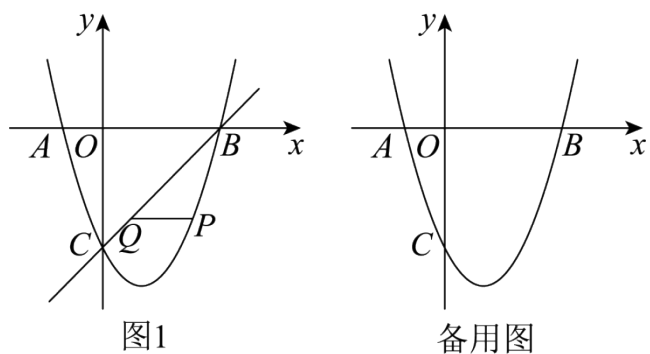
(2)点 P 是射线 CA 上方抛物线. 上的一动点，过点 P 作 $PE \perp x$ 轴，垂足为 E ，交 AC 于点 D . 点 M 是线段 DE . 上一动点， $MN \perp y$ 轴，垂足为 N ，点 F 为线段 BC 的中点，连接 AM ， NF 。

①求线段 PD 长度的最大值

②当线段 PD 长度取最大值时，求 $AM + MN + NF$ 的最小值；

③将该抛物线沿射线 CA 方向平移，使得新抛物线经过（2）中线段 PD 长度取得最大值时的点 D ，且与直线 AC 相交于另一点 K . 点 Q 为新抛物线上的一个动点，当 $\angle QDK = \angle ACB$ 时，接写出所有符合条件的点 Q 的坐标。

8. 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ， O 是坐标原点，已点 B 的坐标是 $(3, 0)$ ， $\frac{OC}{OA} = 3$ 。

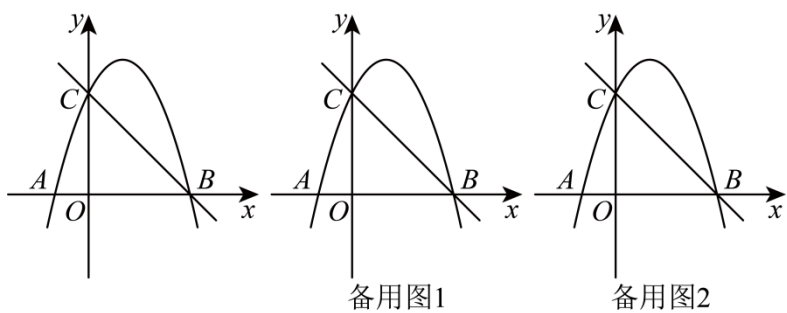


(1)求该抛物线的对称轴；

(2)点 P 是直线 BC 下方抛物线上一动点，过点 P 作 $PQ \parallel x$ 轴交直线 BC 于点 Q ，求 $PQ + \frac{\sqrt{2}}{2} BQ$ 的最大值及此时 P 点的坐标；

(3)点 D 是 y 轴上一动点，若以 D 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，求出符合条件的点 D 的坐标。

9. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 A ， B 两点，交 y 轴于点 C ，且 $B(3, 0)$ ， $C(0, 3)$ 。

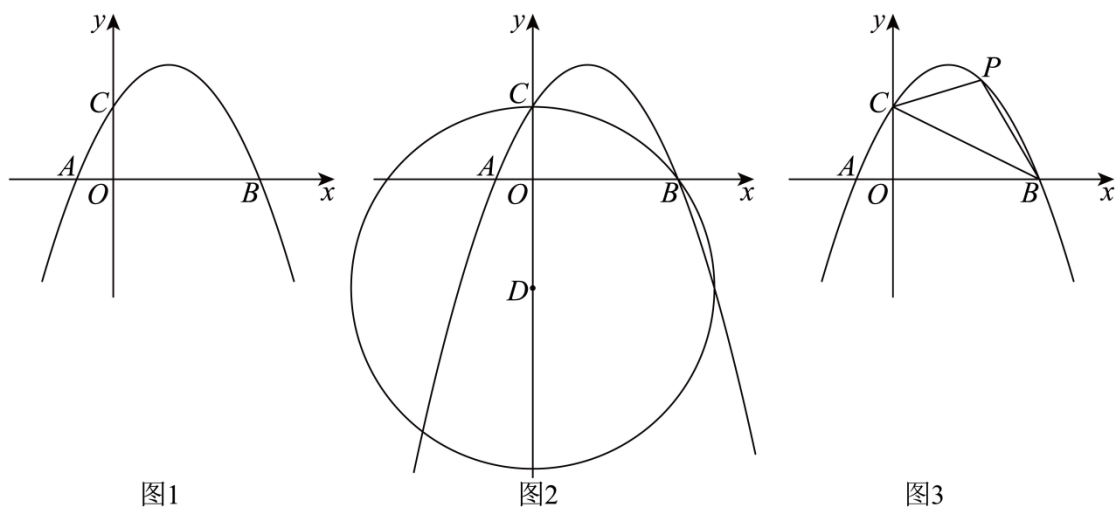


(1)求抛物线的表达式;

(2)动点 D 在直线 BC 上方的二次函数图像上, 连接 AD , BC 相交于 E 点, $\triangle CDE$ 的面积为 S_1 , $\triangle CAE$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值及此时点 D 的坐标;

(3)当点 F 为抛物线的顶点时, 在坐标轴上是否存在一点 M , 使得以 A, C, M 为顶点的三角形与 $\triangle BCF$ 相似? 若存在, 请求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

10. 如图 1, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且点 A 坐标为 $(-1, 0)$.

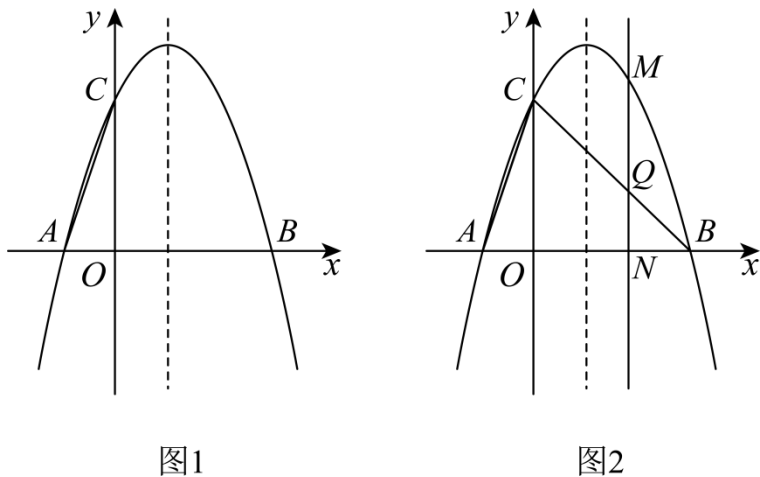


(1)求抛物线的解析式;

(2)如图 2, y 轴上存在一点 D , 使 $\odot D$ 经过 B, C 两点, 求点 D 的坐标;

(3)如图 3, 连接 BC , 点 P (不与 A, B, C 三点重合) 为抛物线上一动点, 连接 BP , 在点 P 运动过程中, 是否能够使得 $\angle PBC = 45^\circ$? 若存在, 求出此时点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

11. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .

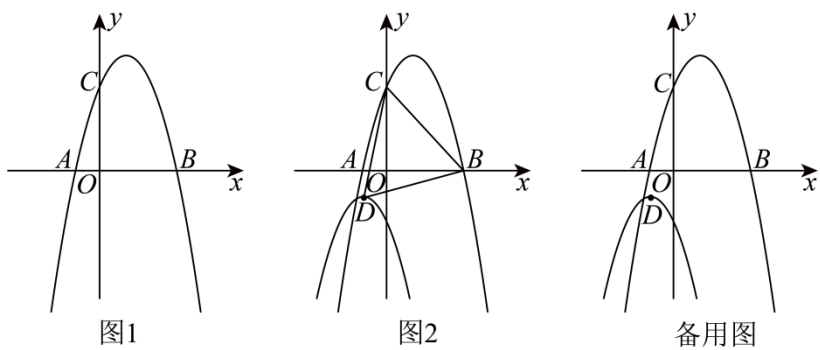


(1)求抛物线的解析式及 C 点坐标;

(2)如图 1, 连接 AC , 在对称轴上找一点 D , 使得 $\triangle ACD$ 是以 $\angle DCA$ 为底角的等腰三角形, 求点 D 的坐标;

(3)如图 2, 第一象限内的抛物线上有一动点 M , 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴, 连接 BC 交 MN 于点 Q . 当 $MQ + \sqrt{2}CQ$ 的值最大时, 求 M 点的坐标, 并求出这个最大值.

12. 如图 1, 抛物线 $l_1: y = ax^2 - 2ax - 3a (a \neq 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 位于点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 抛物线 l_2 由抛物线 l_1 先向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 5 个单位长度后得到, 顶点为点 D .



(1)直接写出 $a =$ _____，并求出点 B 的坐标；

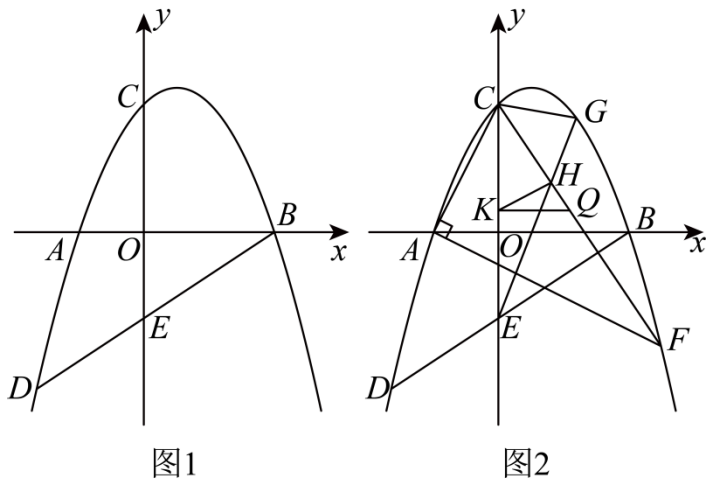
(2)请说明：无论 x 为何值，抛物线 l_2 对应的函数值都小于 0.

(3)①如图 2，连接 BC, CD, BD . 请判定 $\triangle BCD$ 的形状，并说明理由；

②平面内存在一点 E ，使得四边形 $BECD$ 是以 BC 为对角线的菱形，请直接写出 E 点坐标.

(4)将抛物线 l_1, l_2 的图象位于 $x \leq 0$ 的部分组合成新图象，记作 G ，当直线 $y = k(x+1) - 1$ 与图象 G 有 3 个交点时，请直接写出 k 的取值范围_____.

13. 在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 4$ 交 x 轴的负半轴于点 A ，交 x 轴的正半轴于点 B ，交 y 轴的正半轴于点 C ， $OB = OC$.

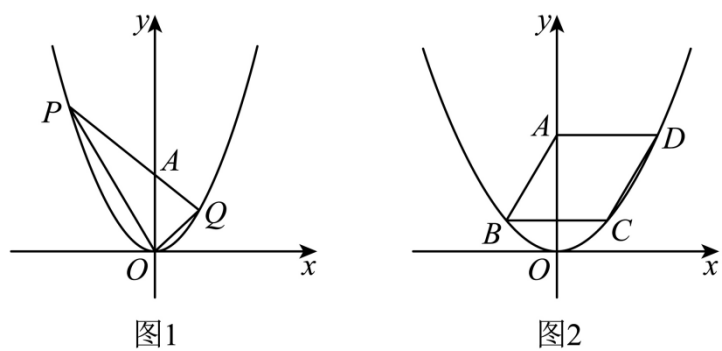


(1)求抛物线的解析式；

(2)如图 1，点 D 在第三象限的抛物线上，连接 BD 交 y 轴于点 E ，设点 D 的横坐标为 m ，线段 CE 的长为 d ，求 d 与 m 的函数解析式（不要求写出自变量 m 的取值范围）；

(3)如图 2，在 (2) 的条件下，连接 AC ，过点 A 作 $AF \perp AC$ ，交第四象限的抛物线于点 F ，连接 CF ，点 G 在第一象限的抛物线上，连接 EG 交 CF 于点 H ， $CG + GH = EH$ ，点 K 在 OC 上，连接 KH ， $\angle EHK + \angle FCG = \angle CHK$ ，过点 K 作 $KQ \parallel x$ 轴，交 CF 于点 Q ，若 $CQ = DE$ ，求点 D 的坐标.

14. 在平面直角坐标系中，已知点 A 在 y 轴正半轴上，如果四个点 $(0,0)$ 、 $(0,2)$ 、 $(1,1)$ 、 $(-1,1)$ 中恰有三个点在二次函数 $y = ax^2$ (a 为常数且 $a \neq 0$) 的图象上.



(1)直接写出 a 的值；

(2)如图 1，点 P, Q 在二次函数图象上，设点 P 的横坐标为 t ($-1 \leq t \leq 0$)，点 Q 的横坐标为 $t+1$ ，连接 PQ 交 y

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/946001234001011051>