【新教材】高中数学必修第二册

三部分知识点

课本目录

知识点目录

章节思维导图

新人教版高中数学必修（第二册） 课本目录

第六章 平面向量及其应用

6.1 平面向量的概念

6.2 平面向量的运算

6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.4 平面向量的应用

第七章 复数

7.1 复数的概念

7.2 复数的四则运算

7.3 复数的三角表示

第八章 立体几何初步

8.1 基本立体图形

8.2 立体图形的直观图

8.3 简单几何体的表面积与体积

8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系

8.5 空间直线、平面的平行

8.6 空间直线、平面的垂直

第九章 统计

9.1 随机抽样

9.2 用样本估计总体

9.3 统计分析案例

第十章 概率

10.1 随机事件与概率

10.2 事件的相互独立性

10.3 频率与概率

新人教版高中数学必修（第二册） 知识点目录

§6.1 平面向量的概念 5
§6.2 平面向量的运算 6
6.2.1 向量的加法运算 6
6.2.2 向量的减法运算 7
6.2.3 向量的数乘运算 8
6.2.4 向量的数量积(一) 9
6.2.4 向量的数量积(二) 10
§6.3 平面向量基本定理及坐标表示 11
6.3.1 平面向量基本定理 11
6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示 11
6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示 11
6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示 12
6.3.5 平面向量数量积的坐标表示 12
§6.4 平面向量的应用 12
6.4.1 平面几何中的向量方法 12
6.4.2 向量在物理中的应用举例 12
6.4.3 余弦定理、正弦定理 13
第 1 课时 余弦定理 13
第 2 课时 正弦定理(一) 13
第 3 课时 正弦定理(二) 13
第 4 课时 余弦定理、正弦定理应用举例 14
第 5 课时 余弦定理、正弦定理的应用 14
§7.1 复数的概念 15
7.1.1 数系的扩充和复数的概念 15
7.1.2 复数的几何意义 15
§7.2 复数的四则运算 16
7.2.1 复数的加、减运算及其几何意义 16
7.2.2 复数的乘、除运算 17
§8.1 基本立体图形 18
第 1 课时 棱柱、棱锥、棱台 18
第 2 课时 圆柱、圆锥、圆台、球、简单组合体 20

§8.2 立体图形的直观图 21
§8.3 简单几何体的表面积与体积 22
8.3.1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积 22
8.3.2 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积 22
§8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系 23
8.4.1 平 面 23
8.4.2 空间点、直线、平面之间的位置关系 25
§8.5 空间直线、平面的平行 26
8.5.1 直线与直线平行 26
8.5.2 直线与平面平行 26
8.5.3 平面与平面平行 27
§8.6 空间直线、平面的垂直 28
8.6.1 直线与直线垂直 28
8.6.2 直线与平面垂直 29
8.6.3 平面与平面垂直 31
§9.1 随机抽样 32
9.1.1 简单随机抽样 32
9.1.2 分层随机抽样 33
9.1.3 获取数据的途径 33
§9.2 用样本估计总体 34
9.2.1 总体取值规律的估计 34
9.2.2 总体百分位数的估计 35
9.2.3 总体集中趋势的估计 36
9.2.4 总体离散程度的估计 37
§10.1 随机事件与概率 38
10.1.1 有限样本空间与随机事件 38
10.1.2 事件的关系和运算 39
10.1.3 古典概型 40
10.1.4 概率的基本性质 40
§10.2 事件的相互独立性 40
§10.3 频率与概率 40

§6.1 平面向量的概念

知识点一 向量的概念及表示

1．向量的概念

(1)向量：既有大小又有方向的量叫做向量.

(2)数量：只有大小没有方向的量称为数量.

2．向量的表示

(1)有向线段

具有方向的线段叫做有向线段，它包含三个要素：起点、方向、长度.

以 A 为起点、B 为终点的有向线段记作$\overrightarrow{AB}$，线段 AB 的长度叫做有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度，记作$|\overrightarrow{AB}|$.

(2)向量的表示

①几何表示：向量可以用有向线段表示，有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向，向量$\overrightarrow{AB}$的大小称为向量$\overrightarrow{AB}$的长度(或称模)，记作$|\overrightarrow{AB}|$.

②字母表示：向量可以用字母 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，…表示(印刷用黑体 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，书写时用$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$).

思考 “向量就是有向线段，有向线段就是向量”的说法对吗？

答案 错误.

理由是：

①向量只有长度和方向两个要素，与起点无关，只要长度和方向相同，则这两个向量就是相同的向量；

②有向线段有起点、长度和方向三个要素，起点不同，尽管长度和方向相同，也是不同的有向线段.

知识点二 向量的相关概念

向量名称	定义
零向量	长度为 0 的向量，记作 $\boldsymbol{0}$
单位向量	长度等于 1 个单位长度的向量
平行向量(共线向量)	方向相同或相反的非零向量；向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 平行，记作 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，规定：零向量与任意向量平行
相等向量	长度相等且方向相同的向量；向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 相等，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

思考

(1)平行向量是否一定方向相同？

(2)不相等的向量是否一定不平行？

(3)与任意向量都平行的向量是什么向量？

(4)若两个向量在同一直线上，则这两个向量一定是什么向量？

答案 (1)不一定；(2)不一定；(3)零向量；(4)平行(共线)向量.

§6.2　平面向量的运算

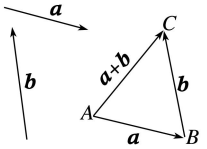
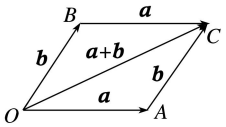
6.2.1　向量的加法运算

知识点一　向量加法的定义及其运算法则

1．向量加法的定义

求两个向量和的运算，叫做向量的加法.

2．向量求和的法则

<table>
<tr><td rowspan="2">向量求和的法则</td><td>三角形法则</td><td>已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面内取任意一点 A，作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量$\overrightarrow{AC}$叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
这种求向量和的方法，称为向量加法的三角形法则.
对于零向量与任意向量 $\boldsymbol{a}$，规定 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$
</td></tr>
<tr><td>平行四边形法则</td><td>以同一点 O 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，以 OA，OB 为邻边作▱ $OACB$，则以 O 为起点的向量$\overrightarrow{OC}$(OC 是▱ $OACB$ 的对角线)就是向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和. 把这种作两个向量和的方法叫做向量加法的平行四边形法则
</td></tr>
</table>

位移的合成可以看作向量加法的三角形法则的物理模型，力的合成可以看作向量加法的平行四边形法则的物理模型.

思考　$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$与$|\boldsymbol{a}|$，$|\boldsymbol{b}|$有什么关系？

答案

(1)当向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线时，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不同，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

(2)当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 同向，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

(3)当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时，

若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 相同，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$；

若$|\boldsymbol{a}|<|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的方向与 $\boldsymbol{b}$ 相同，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}|$.

知识点二　向量加法的运算律

向量加法的运算律

交换律	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$
结合律	$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

6.2.2 向量的减法运算

知识点一 相反向量

1．定义：与向量 $\boldsymbol{a}$ 长度相等，方向相反的向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 的相反向量，记作 $-\boldsymbol{a}$.

2．性质

(1)零向量的相反向量仍是零向量．

(2)对于相反向量有：$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

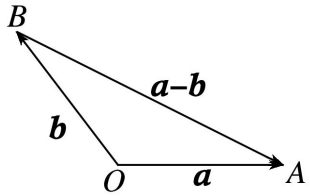
(3)若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 互为相反向量，则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$.

知识点二 向量的减法

1．定义：向量 $\boldsymbol{a}$ 加上 $\boldsymbol{b}$ 的相反向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$，因此减去一个向量，相当于加上这个向量的相反向量，求两个向量差的运算，叫做向量的减法．

2．减法法则：已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\overrightarrow{BA}$，

如图所示．



3．几何意义：如果把两个向量的起点放在一起，那么这两个向量的差是以减向量的终点为起点，被减向量的终点为终点的向量．

思考 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是不共线向量，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 与 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的几何意义分别是什么？

答案

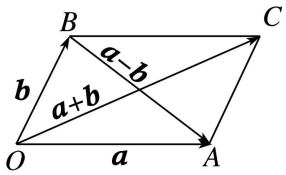
如图所示，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$.根据向量加法的平行四边形法则和向量减法的几何意义，

有 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

因为四边形 $OACB$ 是平行四边形，

所以 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\overrightarrow{OC}|$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\overrightarrow{BA}|$，

即分别是以 OA，OB 为邻边的平行四边形的两条对角线的长．



6.2.3 向量的数乘运算

知识点一 向量数乘的定义

一般地，我们规定实数λ与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积是一个向量，这种运算叫做向量的数乘，记作$\lambda\boldsymbol{a}$，其长度与方向规定如下：

(1)$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$.

(2)$\lambda\boldsymbol{a}(\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0})$的方向$\begin{cases}\text{当}\lambda>0\text{时，与 }\boldsymbol{a}\text{ 的方向相同；}\\ \text{当}\lambda<0\text{时，与 }\boldsymbol{a}\text{ 的方向相反.}\end{cases}$

特别地，当$\lambda=0$时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

当$\lambda=-1$时，$(-1)\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}$.

知识点二 向量数乘的运算律

1．设λ，μ为实数，那么

(1)$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$.

(2)$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\,\boldsymbol{a}$.

(3)$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

特别地，$(-\lambda)\boldsymbol{a}=-(\lambda\boldsymbol{a})=\lambda(-\boldsymbol{a})$，$\lambda(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$.

2．向量的线性运算

向量的加、减、数乘运算统称为向量的线性运算，对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，以及任意实数λ，μ_1，μ_2，恒有$\lambda(\mu_1\boldsymbol{a}\pm\mu_2\boldsymbol{b})=\lambda\mu_1\boldsymbol{a}\pm\lambda\mu_2\boldsymbol{b}$.

知识点三 向量共线定理

向量 $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0})$与 $\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是：存在唯一一个实数λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

思考 向量共线定理中为什么规定 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$?

答案 若将条件 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$ 去掉，即当 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 时，显然 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线.

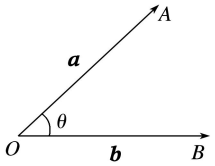
(1)若 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$，则不存在实数$\lambda$，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

(2)若 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$，则对任意实数$\lambda$，都有 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

6.2.4 向量的数量积(一)

知识点一 两向量的夹角与垂直

1．夹角：已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，O 是平面上的任意一点，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则$\angle AOB=\theta(0\le\theta\le\pi)$叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角(如图所示).



当$\theta=0$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向；当$\theta=\pi$时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向．

2．垂直：如果 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是$\frac{\pi}{2}$，则称 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，记作 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

知识点二 向量数量积的定义

已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，它们的夹角为θ，我们把数量$|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\theta$叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积(或内积)，记作 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$.

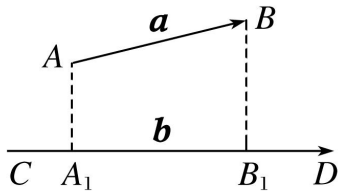
规定：零向量与任一向量的数量积为 0.

思考 若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，是否能推出 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$?

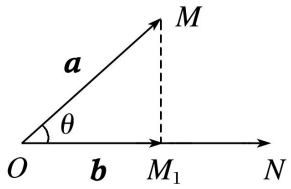
答案 在实数中，若 $a\neq0$，且 $a\cdot b=0$，则 $b=0$；但是在数量积中，若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，不能推出 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$.因为其中 $\boldsymbol{a}$ 有可能垂直于 $\boldsymbol{b}$.

知识点三 投影向量

1．如图，设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{b}$，我们考虑如下的变换：过$\overrightarrow{AB}$的起点 A 和终点 B，分别作$\overrightarrow{CD}$所在直线的垂线，垂足分别为 A_1，B_1，得到$\overrightarrow{A_1B_1}$，我们称上述变换为向量 $\boldsymbol{a}$ 向向量 $\boldsymbol{b}$ 的投影，$\overrightarrow{A_1B_1}$叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量.



2．如图，在平面内任取一点 O，作$\overrightarrow{OM}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{ON}=\boldsymbol{b}$，过点 M 作直线 ON 的垂线，垂足为 M_1，则$\overrightarrow{OM_1}$就是向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量．设与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同的单位向量为 $\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为θ，则$\overrightarrow{OM_1}$与 $\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{a}$，θ之间的关系为$\overrightarrow{OM_1}=|\boldsymbol{a}|\cos\theta\,\boldsymbol{e}$.



知识点四　平面向量数量积的性质

设向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量，它们的夹角为θ，$\boldsymbol{e}$ 是与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同的单位向量．则

(1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\cos\theta$.

(2)$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.

(3)当 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\begin{cases}|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|，\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 同向}，\\ -|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|，\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 反向}.\end{cases}$　特别地，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|^2$ 或$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$.

(4)$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leq|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$.

6.2.4　向量的数量积(二)

知识点一　平面向量数量积的运算律

对于向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 和实数λ，有

(1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$(交换律).

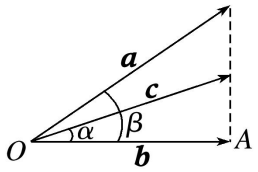
(2)$(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot(\lambda\boldsymbol{b})$(数乘结合律).

(3)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$(分配律).

思考　若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$，是否可以得出结论 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$?

答案　不可以.

已知实数 a，b，$c(b\neq0)$，则 $ab=bc\Rightarrow a=c$，但是 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ 推不出 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$.理由如下：



如图，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\beta=|\boldsymbol{b}||OA|$，$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=|\boldsymbol{b}||\boldsymbol{c}|\cos\alpha=|\boldsymbol{b}||OA|$.　所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$，但是 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{c}$.

知识点二　平面向量数量积的运算性质

类比多项式的乘法公式，写出下表中的平面向量数量积的运算性质.

多项式乘法	向量数量积
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$	$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})^2=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{c}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+2\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$

§6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

知识点 平面向量基本定理

1．平面向量基本定理：如果 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}$，有且只有一对实数 λ_1，λ_2，使 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$.

2．基底：若 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 不共线，我们把{$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$}叫做表示这一平面内所有向量的一个基底.

6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示

6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示

知识点一 平面向量的正交分解

把一个向量分解为两个互相垂直的向量，叫做把向量作正交分解.

知识点二 平面向量的坐标表示

1．基底：在平面直角坐标系中，设与 x 轴、y 轴方向相同的两个单位向量分别为 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，取{$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$}作为基底.

2．坐标：对于平面内的任意一个向量 $\boldsymbol{a}$，由平面向量基本定理可知，有且只有一对实数 x，y，使得 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$，则有序数对$(x，y)$叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

3．坐标表示：$\boldsymbol{a}=(x，y)$.

4．特殊向量的坐标：$\boldsymbol{i}=(1,0)$，$\boldsymbol{j}=(0,1)$，$\boldsymbol{0}=(0,0)$.

思考 点的坐标与向量的坐标有什么区别和联系？

答案

区别	表示形式不同	向量 $\boldsymbol{a}=(x，y)$中间用等号连接，而点 $A(x，y)$中间没有等号
	意义不同	点 $A(x，y)$的坐标$(x，y)$表示点 A 在平面直角坐标系中的位置，$\boldsymbol{a}=(x，y)$的坐标$(x，y)$既表示向量的大小，也表示向量的方向．另外$(x，y)$既可以表示点，也可以表示向量，叙述时应指明点$(x，y)$或向量$(x，y)$
联系		当平面向量的起点在原点时，平面向量的坐标与向量终点的坐标相同

知识点三 平面向量加、减运算的坐标表示

设 $\boldsymbol{a}=(x_1，y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2，y_2)$，

	数学公式	文字语言表述
向量加法	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+x_2，y_1+y_2)$	两个向量和的坐标分别等于这两个向量相应坐标的和
向量减法	$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(x_1-x_2，y_1-y_2)$	两个向量差的坐标分别等于这两个向量相应坐标的差

已知点 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，那么向量$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1，y_2-y_1)$，即任意一个向量的坐标等于表示此向量的有向线段的终点的坐标减去起点的坐标.

6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示

知识点一 平面向量数乘运算的坐标表示

已知 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，则$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda x,\lambda y)$，即实数与向量的积的坐标等于用这个实数乘原来向量的相应坐标.

知识点二 平面向量共线的坐标表示

设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，其中 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$.

则 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是存在实数λ，使 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$.

如果用坐标表示，可写为$(x_1,y_1)=\lambda(x_2,y_2)$，当且仅当 $x_1y_2-x_2y_1=0$ 时，向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$共线.

6.3.5 平面向量数量积的坐标表示

知识点 平面向量数量积的坐标表示

设非零向量 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为θ.

则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$.

(1)若 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，则$|\boldsymbol{a}|^2=x^2+y^2$或$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$.

若表示向量 $\boldsymbol{a}$ 的有向线段的起点和终点的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则 $\boldsymbol{a}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

(2)$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

(3)$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$.

思考 若两个非零向量的夹角满足 $\cos\theta<0$，则两向量的夹角θ一定是钝角吗？

答案 不一定，当 $\cos\theta<0$ 时，两向量的夹角θ可能是钝角，也可能是 180°.

§6.4 平面向量的应用

6.4.1 平面几何中的向量方法

6.4.2 向量在物理中的应用举例

知识点一 向量方法解决平面几何问题的步骤

用向量方法解决平面几何问题的“三步曲”：

(1)建立平面几何与向量的联系，用向量表示问题中涉及的几何元素，将平面几何问题转化为向量问题.

(2)通过向量运算，研究几何元素之间的关系，如距离、夹角等问题.

(3)把运算结果“翻译”成几何关系.

知识点二 向量在物理中的应用

(1)物理问题中常见的向量有力、速度、加速度、位移等.

(2)向量的加减法运算体现在力、速度、加速度、位移的合成与分解.

(3)动量 $\boldsymbol{mv}$ 是向量的数乘运算.

(4)功是力 $\boldsymbol{F}$ 与所产生的位移 $\boldsymbol{s}$ 的数量积.

6.4.3　余弦定理、正弦定理

第 1 课时　余弦定理

知识点一　余弦定理

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，则有

余弦定理	语言叙述	三角形中任何一边的平方，等于其他两边平方的和减去这两边与它们夹角的余弦的积的两倍
	公式表达	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，　$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，　$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
	推论	$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，　$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，　$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

思考　在 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 中，若 $A=90°$，公式会变成什么？

答案　$a^2=b^2+c^2$，即勾股定理.

知识点二　解三角形

一般地，三角形的三个角 A，B，C 和它们的对边 a，b，c 叫做三角形的元素．已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

第 2 课时　正弦定理(一)

知识点　正弦定理

条件	在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c
结论	$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$
文字叙述	在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等

第 3 课时　正弦定理(二)

知识点　三角形中边与角之间的关系

1．利用余弦定理和正弦定理进行边角转化

(1)$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$；$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$；$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

(2)$2R\sin A=a$，$2R\sin B=b$，$2R\sin C=c$，(其中 R 为△ABC 外接圆的半径)

2．在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c.

(1)若 $a^2>b^2+c^2$，则 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}<0$，△$ABC$ 为钝角三角形；

(2)若 $a^2=b^2+c^2$，则 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=0$，△$ABC$ 为直角三角形；

(3)若 $a^2<b^2+c^2$ 且 $b^2<a^2+c^2$ 且 $c^2<a^2+b^2$，

则 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}>0$，$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}>0$，$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>0$，△$ABC$ 为锐角三角形.

第 4 课时　余弦定理、正弦定理应用举例

知识点一　基线的概念与选择原则

1．定义

在测量过程中，我们把根据测量的需要而确定的线段叫做基线．

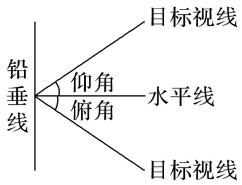
2．性质

在测量过程中，应根据实际需要选取合适的基线长度，使测量具有较高的精确度．一般来说，基线越长，测量的精确度越高．

知识点二　测量中的有关角的概念

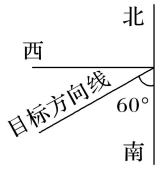
1．仰角和俯角

在同一铅垂平面内的水平线和目标视线的夹角，目标视线在水平线上方时叫仰角，目标视线在水平线下方时叫俯角．(如图所示)



2．方向角

从指定方向线到目标方向线所成的水平角．如南偏西 60°，即以正南方向为始边，顺时针方向向西旋转 60°. (如图所示)



思考　李尧出校向南前进了 200 米，再向东走了 200 米，回到自己家中，你认为李尧的家在学校的哪个方向？

答案　东南方向．

第 5 课时　余弦定理、正弦定理的应用

知识点　三角形的面积公式

1．已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边的长分别为 a，b，c，则△ABC 的面积公式为

(1)$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$；

(2)$S=\frac{1}{2}a\cdot h_a=\frac{1}{2}b\cdot h_b=\frac{1}{2}c\cdot h_c$($h_a$，$h_b$，$h_c$ 表示 a，b，c 边上的高)．

2．△ABC 中的常用结论

(1)$A+B+C=180°$，

$\sin(A+B)=\sin C$，$\cos(A+B)=-\cos C$；

(2)大边对大角，即 $a>b\Leftrightarrow A>B\Leftrightarrow\sin A>\sin B$；

(3)任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边．

§7.1 复数的概念

7.1.1 数系的扩充和复数的概念

知识点一 复数的有关概念

1．复数

(1)定义：我们把形如 $a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})$的数叫做复数，其中 i 叫做虚数单位，满足 $\mathrm{i}^2=-1$.

(2)表示方法：复数通常用字母 z 表示，即 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})$，其中 a 叫做复数 z 的实部，b 叫做复数 z 的虚部.

2．复数集

(1)定义：全体复数所构成的集合叫做复数集.

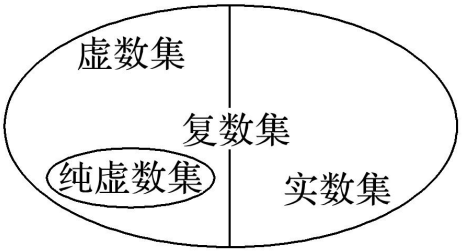
(2)表示：通常用大写字母 **C** 表示.

知识点二 复数的分类

1．复数 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})$

$$\begin{cases}\text{实数} & b=0\\ \text{虚数} & b\neq0\end{cases}，\quad \text{当 } a=0 \text{ 时为纯虚数}$$

2．复数集、实数集、虚数集、纯虚数集之间的关系

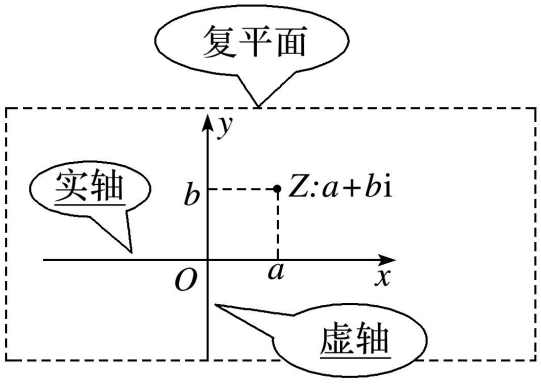


知识点三 复数相等的充要条件

设 a，b，c，d 都是实数，则 $a+b\mathrm{i}=c+d\mathrm{i}\Leftrightarrow a=c$ 且 $b=d$，$a+b\mathrm{i}=0\Leftrightarrow a=b=0$.

7.1.2 复数的几何意义

知识点一 复平面



思考 实轴上的点表示实数，虚轴上的点表示虚数，这句话对吗？

答案 不正确. 实轴上的点都表示实数；除了原点外，虚轴上的点都表示纯虚数，原点对应的有序实数对为(0,0)，它所确定的复数是 $z=0+0\mathrm{i}=0$，表示的是实数.

知识点二 复数的几何意义

1．复数 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$复平面内的点 $Z(a，b)$.

2．复数 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$平面向量 $\overrightarrow{OZ}$.

知识点三　复数的模

1．定义：向量$\overrightarrow{OZ}$的模叫做复数 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})$的模或绝对值．

2．记法：复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的模记作$|z|$或$|a+b\mathrm{i}|$.

3．公式：$|z|=|a+b\mathrm{i}|=\sqrt{a^2+b^2}$.

知识点四　共轭复数

1．定义：当两个复数的实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数叫做互为共轭复数．虚部不等于 0 的两个共轭复数也叫做共轭虚数．

2．表示：复数 z 的共轭复数用 $\overline{z}$ 表示，即如果 $z=a+b\mathrm{i}(a，b\in\mathbf{R})$，那么 $\overline{z}=a-b\mathrm{i}$.

§7.2　复数的四则运算

7.2.1　复数的加、减运算及其几何意义

知识点一　复数加法与减法的运算法则

1．设 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a，b，c，d\in\mathbf{R})$是任意两个复数，则

(1)$z_1+z_2=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$；

(2)$z_1-z_2=(a-c)+(b-d)\mathrm{i}$.

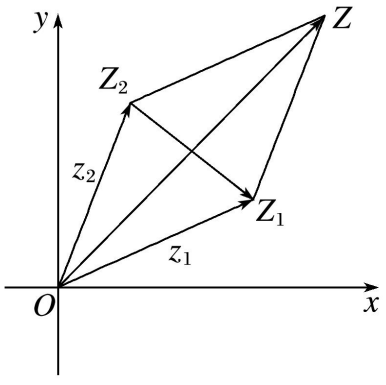
2．对任意 z_1，z_2，$z_3\in\mathbf{C}$，有

(1)$z_1+z_2=z_2+z_1$；

(2)$(z_1+z_2)+z_3=z_1+(z_2+z_3)$.

知识点二　复数加、减法的几何意义

如图，设复数 z_1，z_2 对应的向量分别为$\overrightarrow{OZ_1}$，$\overrightarrow{OZ_2}$，四边形 OZ_1ZZ_2 为平行四边形，则向量$\overrightarrow{OZ}$与复数 z_1+z_2 对应，向量$\overrightarrow{Z_2Z_1}$与复数 z_1-z_2 对应．



思考　类比绝对值$|x-x_0|$的几何意义，$|z-z_0|(z，z_0\in\mathbf{C})$的几何意义是什么？

答案　$|z-z_0|(z，z_0\in\mathbf{C})$的几何意义是复平面内点 Z 到点 Z_0 的距离．

7.2.2 复数的乘、除运算

知识点一 复数乘法的运算法则和运算律

1．复数的乘法法则

设 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a，b，c，d\in\mathbf{R})$是任意两个复数，则 $z_1\cdot z_2=(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=\underline{(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}}$.

2．复数乘法的运算律

对任意复数 z_1，z_2，$z_3\in\mathbf{C}$，有

交换律	$z_1z_2=\underline{z_2z_1}$
结合律	$(z_1z_2)z_3=\underline{z_1(z_2z_3)}$
乘法对加法的分配律	$z_1(z_2+z_3)=\underline{z_1z_2+z_1z_3}$

思考 $|z|^2=z^2$，正确吗？

答案 不正确．例如，$|\mathrm{i}|^2=1$，而 $\mathrm{i}^2=-1$.

知识点二 复数的除法法则

设 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a，b，c，d\in\mathbf{R}$，且 $c+d\mathrm{i}\neq0)$是任意两个复数，

则 $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}=\dfrac{(a+b\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}{(c+d\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$.

复数的除法的实质是分母实数化．

若分母为 $a+b\mathrm{i}$ 型，则分子、分母同乘 $a-b\mathrm{i}$；

若分母为 $a-b\mathrm{i}$ 型，则分子、分母同乘 $a+b\mathrm{i}$，

即分子分母同乘以分母的<u>共轭复数．</u>

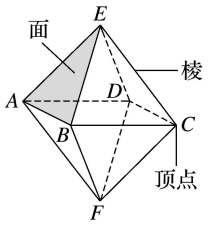
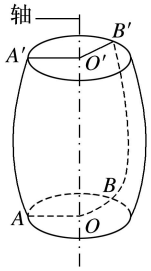
§8.1　基本立体图形

第 1 课时　棱柱、棱锥、棱台

知识点一　空间几何体、多面体、旋转体的定义

1．空间几何体：如果我们只考虑物体的形状和大小，而不考虑其他因素，那么由这些物体抽象出来的空间图形就叫做空间几何体.

2．多面体、旋转体

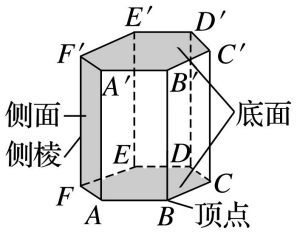
类别	多面体	旋转体
定义	由若干个平面多边形围成的几何体	一条平面曲线(包括直线)绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫做旋转面，封闭的旋转面围成的几何体叫做旋转体
图形		
相关概念	面：围成多面体的各个多边形； 棱：相邻两个面的公共边顶点： 棱与棱的公共点	轴：形成旋转体所绕的定直线

思考　构成空间几何体的基本元素是什么？常见的几何体可以分成哪几类？

答案　构成空间几何体的基本元素是：点、线、面．常见几何体可以分为多面体和旋转体.

知识点二　棱柱的结构特征

1．棱柱的结构特征

棱柱	图形及表示
定义：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的多面体叫做棱柱	
相关概念：底面(底)：两个互相平行的面； 侧面：其余各面； 侧棱：相邻侧面的公共边； 顶点：侧面与底面的公共顶点	如图可记作： 棱柱 *ABCDEF—A′B′C′D′E′F′*
分类：按底面多边形的边数分：三棱柱、四棱柱、五棱柱……	

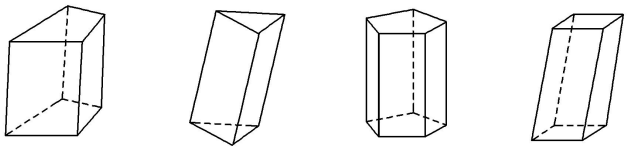
2.几个特殊的棱柱

(1)直棱柱：侧棱垂直于底面的棱柱叫做直棱柱(如图①③)；

(2)斜棱柱：侧棱不垂直于底面的棱柱叫做斜棱柱(如图②④)；

(3)正棱柱：底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱(如图③)；

(4)平行六面体：底面是平行四边形的四棱柱也叫做平行六面体(如图④).

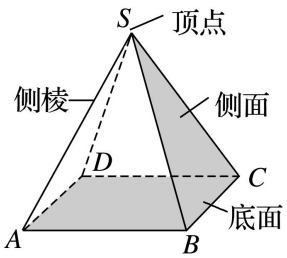


①　②　③　④

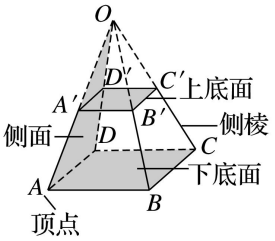
思考　棱柱的侧面一定是平行四边形吗？

答案　棱柱的侧面一定是平行四边形.

知识点三　棱锥的结构特征

棱锥	图形及表示
定义：有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体叫做棱锥	 如图可记作：棱锥 *S—ABCD*
相关概念：底面(底)：多边形面； 侧面：有公共顶点的各个三角形面； 侧棱：相邻侧面的公共边； 顶点：各侧面的公共顶点	
分类： (1)按底面多边形的边数分：三棱锥、四棱锥……，其中三棱锥又叫四面体； (2)底面是正多边形，并且顶点与底面中心的连线垂直于底面的棱锥叫做正棱锥	

知识点四　棱台的结构特征

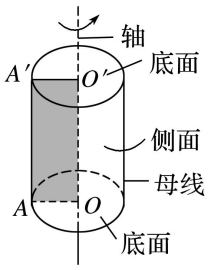
棱台	图形及表示
定义：用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面和截面之间的部分叫做棱台	 如图可记作： 棱台 *ABCD—A′B′C′D′*
相关概念：上底面：平行于棱锥底面的截面； 下底面：原棱锥的底面； 侧面：其余各面； 侧棱：相邻侧面的公共边； 顶点：侧面与上(下)底面的公共顶点	
分类：由三棱锥、四棱锥、五棱锥…… 截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……	

思考　棱台的各侧棱延长线一定相交于一点吗？

答案　一定相交于一点.

第 2 课时　圆柱、圆锥、圆台、球、简单组合体

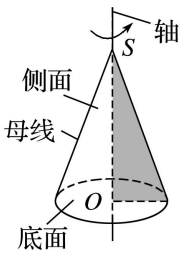
知识点一　圆柱的结构特征

圆柱	图形及表示
定义：以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转一周形成的面所围成的旋转体叫做圆柱	 图中圆柱表示为圆柱 $O'O$
相关概念： 圆柱的轴：旋转轴 圆柱的底面：垂直于轴的边旋转而成的圆面 圆柱的侧面：平行于轴的边旋转而成的曲面 圆柱侧面的母线：无论旋转到什么位置，平行于轴的边	

思考　圆柱的轴截面有_____个，它们_____(填“全等”或“相似”)，圆柱的母线有_____条，它们与圆柱的高_____.

答案　无穷多　全等　无穷多　相等

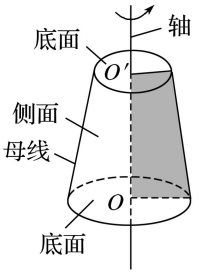
知识点二　圆锥的结构特征

圆锥	图形及表示
定义：以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转一周形成的面所围成的旋转体	 图中圆锥表示为圆锥 SO
相关概念： 圆锥的轴：旋转轴 圆锥的底面：垂直于轴的边旋转而成的圆面 侧面：直角三角形的斜边旋转而成的曲面 母线：无论旋转到什么位置 ，不垂直于轴的边	

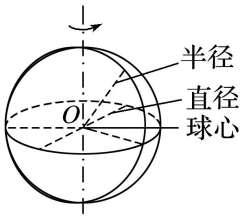
思考　圆锥的轴截面有多少个？母线有多少条？圆锥顶点和底面圆周上任意一点的连线都是母线吗？

答案　圆锥的轴截面有无穷多个，母线有无穷多条，圆锥顶点和底面圆周上任意一点的连线都是母线.

知识点三　圆台的结构特征

圆台	图形及表示
定义：用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分叫做圆台	 图中圆台表示为圆台 $O'O$
相关概念： 圆台的轴：旋转轴 圆台的底面：垂直于轴的边旋转一周所形成的圆面 圆台的侧面：不垂直于轴的边旋转一周所形成的曲面 母线：无论旋转到什么位置，不垂直于轴的边	

知识点四　球的结构特征

球	图形及表示
定义：半圆以它的直径所在直线为旋转轴，旋转一周形成的曲面叫做球面，球面所围成的旋转体叫做球体，简称球	 图中的球表示为球 O
相关概念： 球心：半圆的圆心 半径：连接球心和球面上任意一点的线段 直径：连接球面上两点并经过球心的线段	

知识点五　简单组合体的结构特征

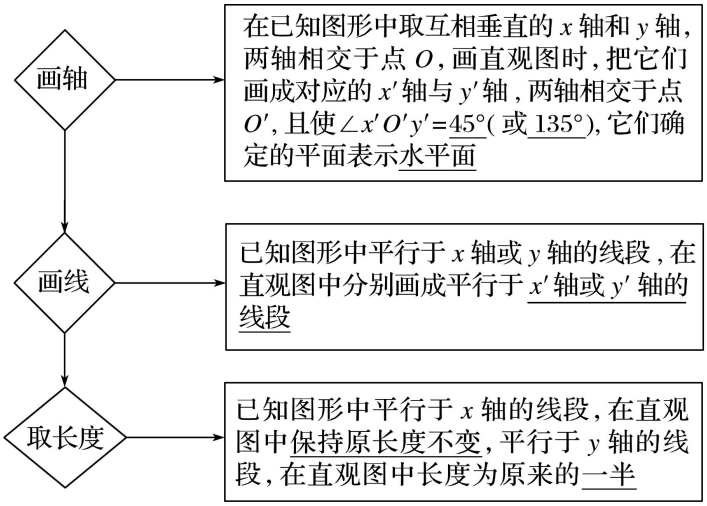
1．概念：由简单几何体组合而成的，这些几何体叫做简单组合体．

2．基本形式：一种是由简单几何体拼接而成，另一种是由简单几何体截去或挖去一部分而成．

§8.2　立体图形的直观图

知识点一　水平放置的平面图形的直观图的画法

用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图的步骤



知识点二　空间几何体直观图的画法

立体图形直观图的画法步骤

(1)画轴：与平面图形的直观图画法相比多了一个 z 轴，直观图中与之对应的是 z' 轴．

(2)画底面：平面 $x'O'y'$ 表示水平平面，平面 $y'O'z'$ 和 $x'O'z'$ 表示竖直平面，按照平面图形的画法，画底面的直观图．

(3)画侧棱：已知图形中平行于 z 轴(或在 z 轴上)的线段，在其直观图中平行性和长度都不变．

(4)成图：去掉辅助线，将被遮挡的部分改为虚线．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/946005144205010030