

江西师范大学附中 2024 届高三冲刺模拟数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q 两点.若

$|QF_2|, |PF_2|, |PF_1|, |QF_1|$ 依次构成等差数列，且 $|PQ| = |PF_1|$ ，则椭圆 C 的离心率为

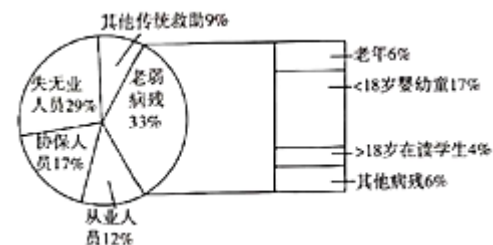
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{105}}{15}$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 10x + 1, & x \leq 0 \\ |lgx|, & x > 0 \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = a (a \in R)$ 有四个实数解 $x_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ，其中

$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ ，则 $(x_1 + x_2)(x_3 - x_4)$ 的取值范围是 ()

- A. $(0, 101]$ B. $(0, 99]$ C. $(0, 100]$ D. $(0, +\infty)$

3. 为了贯彻落实党中央精准扶贫决策，某市将其低收入家庭的基本情况经过统计绘制如图，其中各项统计不重复。若该市老年低收入家庭共有 900 户，则下列说法错误的是 ()



- A. 该市总有 15000 户低收入家庭
- B. 在该市从业人员中，低收入家庭共有 1800 户
- C. 在该市无业人员中，低收入家庭有 4350 户
- D. 在该市大于 18 岁在读学生中，低收入家庭有 800 户

4. “ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ ， $N = \{x | y = \sqrt{x - a}\}$ 若 $M \cap N = M$ ，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

6. 若 $\triangle ABC$ 的内角 A 满足 $\sin 2A = -\frac{2}{3}$, 则 $\sin A - \cos A$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $-\frac{5}{3}$

7. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3-x}{x+2} \geq 0\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = x - 1, x \in A\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$

8. 已知变量的几组取值如下表:

x	1	2	3	4
y	2.4	4.3	5.3	7

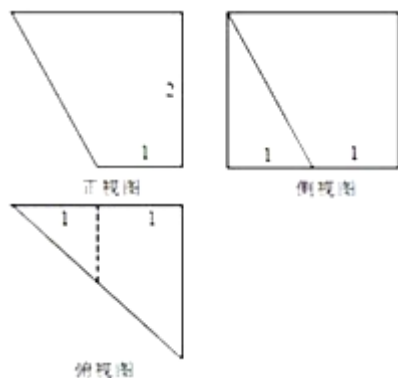
若 y 与 x 线性相关, 且 $\hat{y} = 0.8x + a$, 则实数 $a =$ ()

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{13}{4}$

9. 设命题 $p: \exists n > 1, n^2 > 2^n$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\forall n > 1, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \leq 1, n^2 \leq 2^n$
C. $\forall n > 1, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n > 1, n^2 \leq 2^n$

10. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- A. $\frac{8}{3}$ B. 3 C. $\frac{11}{3}$ D. 4

11. 设 i 是虚数单位, $a \in \mathbb{R}$, $\frac{5+ai}{a+i} = 3-2i$, 则 $a =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

12. 小王因上班繁忙, 来不及做午饭, 所以叫了外卖. 假设小王和外卖小哥都在 12:00~12:10 之间随机到达小王所居住的楼下, 则小王在楼下等候外卖小哥的时间不超过 5 分钟的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=3$ ， $AC=2$ ， P 是边 BC 的垂直平分线上的一点，则 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AP} =$ _____.

14. 直线 $mx - ny - 1 = 0 (m > 0, n > 0)$ 过圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ 的圆心，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值是_____.

15. 某外商计划在 4 个候选城市中投资 3 个不同的项目，且在同一个城市投资的项目不超过 2 个，则该外商不同的投资方案有_____种.

16. 能说明“若 $f(x+1) < f(x)$ 对于任意的 $x \in (0, +\infty)$ 都成立，则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数”为假命题的一个函数是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设函数 $f(x) = |x+2| - |2x-2|$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq 2x-1$;

(2) 记 $f(x)$ 的最大值为 M ，若实数 a, b, c 满足 $a+b+c=M$ ，求证：

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq 3\sqrt{2}.$$

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，设 $m \geq 1$ ，过点 $(m, 0)$ 的直线 l 与圆 $P: x^2 + y^2 = 1$ 相切，且与抛物线 $Q: y^2 = 2x$ 相交于 A, B 两点.

(1) 当 m 在区间 $[1, +\infty)$ 上变动时，求 AB 中点的轨迹；

(2) 设抛物线焦点为 F ，求 $\triangle ABF$ 的周长(用 m 表示)，并写出 $m=2$ 时该周长的具体取值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + (a-1)\ln x$ ， $g(x) = b - x\ln x$ 的最大值为 $\frac{1}{e}$.

(1) 求实数 b 的值；

(2) 当 $a > 1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(3) 当 $a=0$ 时，令 $F(x) = 2f(x) + g(x) + 2\ln x + 2$ ，是否存在区间 $[m, n] \subseteq (1, +\infty)$ ，使得函数 $F(x)$ 在区间 $[m, n]$ 上的值域为 $[k(m+2), k(n+2)]$ ？若存在，求实数 k 的取值范围；若不存在，请说明理由.

20. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 在直线 $x + y - 1 = 0$ 上，平行于 x 轴的两条直线 l_1, l_2 分别交抛物线 C 于 A, B 两点，交该抛物线的准线于 D, E 两点.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/946010114204011042>