2025 届高考数学模拟综合试卷及解析答案（八）

注：本卷满分 150 分，用时 120 分钟，题型为 8 道单选题，4 道多选题，4 道填空题，6 道解答题。

一、单选题（每小题 5 分，共 8 小题，满分 40 分）

1．下列命题是真命题的是（　　）

A． $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$　　**B．** $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}<0$

C． $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2\geq 0$　　**D．** $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x\geq 1$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据基本初等函数的值域来对各选项中的特称或全称命题的真假进行判断.

【详解】

对于选项 A，$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\geq 0$，A 选项错误；

对于 B 选项，$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>0$，所以，不存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $2^{x_0}<0$，B 选项错误；

对于 C 选项，$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\geq 0$，所以，$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2\geq 0$，C 选项正确；

对于 D 选项，$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>0$，D 选项错误.

故选：C.

【点睛】

本题考查全称命题和特称命题真假的判断，常用逻辑推证法或特例法来进行判断，考查推理能力，属于基础题.

2．$\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，“$\frac{\vec{a}}{|\vec{b}|}=\frac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$”为“$\vec{a},\vec{b}$ 共线”的（）

A．充分必要条件　　**B．充分不必要条件**

C．必要不充分条件　　**D．即不充分也不必要条件**

【答案】B

【解析】

【分析】

$\vec{a},\vec{b}$共线，$\vec{a},\vec{b}$方向相同或相反，共线的单位向量不一定相等，结合充分必要条件的判断，即可得出结论.

【详解】

$\frac{\vec{a}}{|\vec{b}|},\frac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$分别表示与$\vec{a},\vec{b}$同方向的单位向量，

$\frac{\vec{a}}{|\vec{b}|}=\frac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$，则有$\vec{a},\vec{b}$共线，

而$\vec{a},\vec{b}$共线，则$\frac{\vec{a}}{|\vec{b}|},\frac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$是相等向量或相反向量，

“$\frac{\vec{a}}{|\vec{b}|}=\frac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$”为“$\vec{a},\vec{b}$共线”的充分不必要条件.

故选:B.

【点睛】

本题考查命题充分不必要条件的判定，考查共线向量和单位向量的间的关系，属于基础题.

3．已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\left\{y\middle|y=2^x\right\}$，$M=A\cap B$，则集合$M$的子集个数是（　　）

A． 2　　**B．** 3　　**C．** 4　　**D．** 8

【答案】C

【解析】

【分析】

求出集合M，由此可计算出集合M的子集个数.

【详解】

$\because B=\left\{y\middle|y=2^x\right\}=\left\{y\middle|y>0\right\}$，$A=\{-1,0,1,2\}$，$\therefore M=A\cap B=\{1,2\}$，

因此，集合M的子集个数是$2^2=4$.

故选：C.

【点睛】

本题考查集合子集个数的计算，一般要求出集合的元素个数，考查计算能力，属

于基础题.

4．已知$z=(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$，则$|z|^2=$（　）

A．$2+\mathrm{i}$　　**B．**$3+\mathrm{i}$　　**C．**5　　**D．**10

【答案】D

【解析】

【分析】

先根据复数的运算，求得复数 z，再求其模长的平方即可.

【详解】

因为$z=(1+i)(2-i)=3+\mathrm{i}$

所以$|z|^2=3^2+(-1)^2=10$

故选 D

【点睛】

本题考查了复数的知识点，懂的运算求得模长是解题的关键，属于基础题.

5．下列各对函数中，相同的是（　　）

A．$f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg x$

B．$f(x)=\lg\dfrac{x+1}{x-1}$，$g(x)=\lg(x+1)-\lg(x-1)$

C．$f(u)=\sqrt{\dfrac{1+u}{1-u}}$，$g(v)=\sqrt{\dfrac{1+v}{1-v}}$

D．$f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x^2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据函数定义域以及解析式，比较判断，即可作出选择.

【详解】

对于 A：因为$f(x)=\lg x^2,(x\neq 0)$，$g(x)=2\lg x,(x>0)$，所以两个函数的定义域不同，不是相同的函数；

对于 B：因为 $f(x)==\lg\dfrac{x+1}{x-1},(x>1或x<-1)$，　$g(x)=\lg(x+1)-\lg(x-1),(x>1)$，所以两个函数的定义域不同，不是相同的函数；

对于 C：因为 $f(u)=\sqrt{\dfrac{1+u}{1-u}},(-1\le u<1)$，$g(v)=\sqrt{\dfrac{1+v}{1-v}},(-1\le v<1)$，所以两个函数的定义域与解析式都相同，因此满足相同函数的要求，是相同的函数；

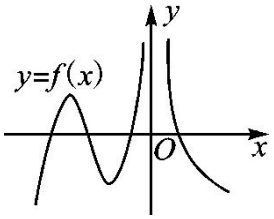
对于 D：因为 $f(x)=x,(x\in R)$，$g(x)=\sqrt{x^2}=|x|,(x\in R)$，所以两个函数的对应关系不同，不是相同的函数.

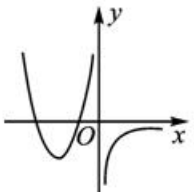
故选：C.

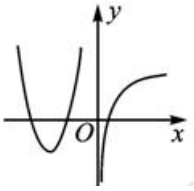
【点睛】

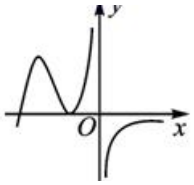
本题考查相同函数判定，考查基本分析判断能力，属基础题.

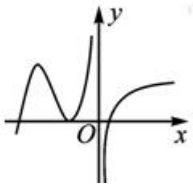
6. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示，则其导函数 $y=f'(x)$ 的图象可能是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

由原函数的图象可知 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上先单调递增，后单调递减，再单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减；可确定出导函数在每个区间是大于零，还是小于零，分析各个选项中的图象，即可得出结论.

【详解】

由$f(x)$的图象可知：$y=f(x)$在$(-\infty,0)$先单调递增，后单调递减，

再单调递增，而在$(0,+\infty)$上单调递减，

故$y=f'(x)$在区间$(-\infty,0)$上先大于 0，后小于 0，

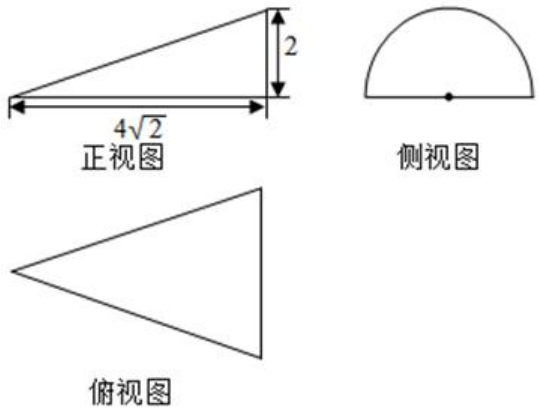
再大于 0，在$(0,+\infty)$上$f'(x)$恒小于 0.

分析选项中各个图象，只有选项 A 符合，故选 A.

【点睛】

本题主要考查原函数图象与导函数图象的关系，属于基础题. 原函数在区间上递增，则导函数图象在x轴上方，原函数在区间上递减，则导函数图象在x下方.

7．一个几何体的三视图及尺寸如下图所示，其中正视图是直角三角形，侧视图是半圆，俯视图是等腰三角形，该几何体的表面积是 （ ）



A． $16\sqrt{2}+16\pi$

B． $16\sqrt{2}+8\pi$

C． $8\sqrt{2}+16\pi$

D． $8\sqrt{2}+8\pi$

【答案】D

【解析】

【分析】

【详解】

由三视图可知该几何体的直观图是轴截面在水平面上的半个圆锥，表面积为 $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}+\frac{1}{2}\pi 2^2+\frac{1}{2}\pi\cdot 2\cdot 6=8\sqrt{2}+8\pi$,故选 D.

8．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点、右焦点分别是 A,F，焦距是 $2c$，过点 F 作 x 轴的垂线与双曲线相交于 B,C 两点，过点 B 作直线 AC 的垂线交 x 轴于点 D.若点 D 到直线 BC 的距离不大于 $a+c$，则该双曲线的离心率的取值范围是（　　）

A． $(\sqrt{2},+\infty)$　　**B．** $[\sqrt{2},+\infty)$　　**C．** $(1,\sqrt{2})$　　**D．** $(1,\sqrt{2}]$

【答案】B

【解析】

【分析】

由直线 BC 方程与双曲线方程联立可得 B,C 坐标，从而求得 k_{AC}；由垂直关系可确定 k_{BD}，进而得到直线 BD 方程，并求得 D 点坐标；根据 D 到直线 BC 距离 $d\le a+c$ 可构造关于 a,c 的齐次不等式，进而求得离心率的取值范围.

【详解】

由题意得：$A(a,0)$，$F(c,0)$，直线 BC 为 $x=c$，

由 $\begin{cases}x=c\\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$ 得：$y=\pm\frac{b^2}{a}$，则可设 $B\left(c,\frac{b^2}{a}\right)$，$C\left(c,-\frac{b^2}{a}\right)$，

$\therefore k_{AC}=\frac{-\frac{b^2}{a}}{c-a}=\frac{b^2}{a(a-c)}$，则 $k_{BD}=-\frac{a(a-c)}{b^2}$，

$\therefore$ 直线 BD 方程为：$y-\frac{b^2}{a}=-\frac{a(a-c)}{b^2}(x-c)$，令 $y=0$，解得：$x=\frac{b^4}{a^2(a-c)}+c$，

即 $D\left(\frac{b^4}{a^2(a-c)}+c,0\right)$，

$\therefore D$ 到直线 BC 的距离为 $d=c-\left(\frac{b^4}{a^2(a-c)}+c\right)=-\frac{b^4}{a^2(a-c)}\le a+c$，

整理可得：$c^4-3a^2c^2+2a^4\geq 0$，即$e^4-3e^2+2\geq 0$，解得：$e^2\leq 1$（舍）或$e^2\geq 2$，

$\therefore e\in\left[\sqrt{2},+\infty\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的取值范围的求解，涉及到两条直线垂直的位置关系的应用；关键是能够利用点到直线的距离构造出关于a,c的齐次不等式，从而配凑出关于离心率e的不等式，解不等式求得结果.

二、多选题（每小题 5 分，共 4 小题，满分 20 分；漏选得 3 分，错选不得分）

9．在平面直角坐标系xOy中，角α顶点在原点O，以x正半轴为始边，终边经过点$P(1,m)(m<0)$，则下列各式的值恒大于 0 的是（　　）

A． $\dfrac{\sin\alpha}{\tan\alpha}$　　**B．** $\cos\alpha-\sin\alpha$　　**C．** $\sin\alpha\cos\alpha$　　**D．** $\sin\alpha+\cos\alpha$

【答案】AB

【解析】

【分析】

根据角α终边经过点$P(1,m)(m<0)$，结合三角函数的定义可以判断角α的正弦、余弦、正切的正负性，对四个选项逐一判断即可选出正确答案.

【详解】

由题意知$\sin\alpha<0$，$\cos\alpha>0$，$\tan\alpha<0$.

选项 A $\dfrac{\sin\alpha}{\tan\alpha}>0$；

选项 B，$\cos\alpha-\sin\alpha>0$；

选项 C，$\sin\alpha\cos\alpha<0$；

选项 D，$\sin\alpha+\cos\alpha$符号不确定.

故选：AB.

【点睛】

本题考查了三角函数的定义，属于基础题.

10．随着我国经济结构调整和方式转变，社会对高质量人才的需求越来越大，

因此考研现象在我国不断升温．某大学一学院甲、乙两个本科专业，研究生的报考和录取情况如下表，则

性别	甲专业报考人数	乙专业报考人数
男	**100**	**400**
女	**300**	**100**

性别	甲专业录取率	乙专业录取率
男	25%	45%
女	30%	50%

A．甲专业比乙专业的录取率高　　**B．乙专业比甲专业的录取率高**

C．男生比女生的录取率高　　**D．女生比男生的录取率高**

【答案】BC

【解析】

【分析】

根据数据进行整合，甲专业录取了男生 25 人，女生 90 人；乙专业录取了男生 180 人，女生 50 人；结合选项可得结果.

【详解】

由题意可得甲专业录取了男生 25 人，女生 90 人；乙专业录取了男生 180 人，女生 50 人；

甲专业的录取率为$\frac{25+90}{100+300}=28.75\%$，乙专业的录取率为$\frac{180+50}{400+100}=46\%$，所以乙专业比甲专业的录取率高.

男生的录取率为$\frac{25+180}{100+400}=41\%$，女生的录取率为$\frac{90+50}{300+100}=35\%$，所以男生比女生的录取率高.

故选：BC.

【点睛】

本题主要考查频数分布表的理解，题目较为简单，明确录取率的计算方式是求解的关键，侧重考查数据分析的核心素养.

11．（多选题）在悠久灿烂的中国古代文化中，数学文化是其中的一朵绚丽的奇葩．《张丘建算经》是我国古代有标志性的内容丰富的众多数学名著之一，大约创作于公元五世纪．书中有如下问题：“今有女善织，日益功疾，初日织五尺，今一月织九匹三丈，问日益几何？”．其大意为：“有一女子擅长织布，织布的

速度一天比一天快，从第二天起，每天比前一天多织相同数量的布，第一天织5尺，一个月共织了九匹三丈，问从第二天起，每天比前一天多织多少尺布？”．已知1匹＝4丈，1丈=10尺，若这一个月有30天，记该女子这一个月中的第n天所织布的尺数为a_n，$b_n=2^{a_n}$，对于数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$，下列选项中正确的为（　　）

A．$b_{10}=8b_5$　　B．$\{b_n\}$是等比数列

C．$a_1b_{30}=105$　　D．$\dfrac{a_3+a_5+a_7}{a_2+a_4+a_6}=\dfrac{209}{193}$

【答案】BD

【解析】

【分析】

由题意可知，数列$\{a_n\}$为等差数列，设数列$\{a_n\}$的公差为d，求出$d=\dfrac{16}{29}$，再证明数列$\{b_n\}$是等比数列，B选项正确；$b_{10}\neq 8b_5$，A选项错误；$a_1b_{30}=5\times 2^{21}>105$，$C$选项错误；$\dfrac{a_3+a_5+a_7}{a_2+a_4+a_6}=\dfrac{3a_5}{3a_4}=\dfrac{a_5}{a_4}=\dfrac{209}{193}$，$D$选项正确.

【详解】

由题意可知，数列$\{a_n\}$为等差数列，设数列$\{a_n\}$的公差为d，$a_1=5$，

由题意可得$30a_1+\dfrac{30\times 29d}{2}=390$，解得$d=\dfrac{16}{29}$，

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=\dfrac{16n+129}{29}$，

Q $b_n=2^{a_n}$，$\therefore \dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}}=2^{a_{n+1}-a_n}=2^d$（非零常数），

则数列$\{b_n\}$是等比数列，B选项正确；

$\because 5d=5\times\dfrac{16}{29}=\dfrac{80}{29}\neq 3$，$\dfrac{b_{10}}{b_5}=\left(2^d\right)^5=2^{5d}\neq 2^3$，$\therefore b_{10}\neq 8b_5$，$A$选项错误；

$a_{30}=a_1+29d=5+16=21$，$\therefore a_1b_{30}=5\times 2^{21}>105$，$C$选项错误；

$a_4=a_1+3d=5+3\times\dfrac{16}{29}=\dfrac{193}{29}$，$a_5=a_1+4d=5+4\times\dfrac{16}{29}=\dfrac{209}{29}$，

所以，$\frac{a_3+a_5+a_7}{a_2+a_4+a_6}=\frac{3a_5}{3a_4}=\frac{a_5}{a_4}=\frac{209}{193}$，$D$选项正确.

故选：BD

【点睛】

本题主要考查等差数列通项的求法及其应用，考查等比数列的判定，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平和分析推理能力.

12．抛物线C：$x^2=4y$的焦点为*F*，*P*为其上一动点，设直线*l*与抛物线*C*相交于*A*，*B*两点，点$M(2,2)$,下列结论正确的是（　　）

A．|*PM*| +|*PF*|的最小值为3

B．抛物线*C*上的动点到点$H(0,3)$的距离最小值为3

C．存在直线*l*，使得*A*，*B*两点关于$x+y-3=0$对称

D．若过*A*、*B*的抛物线的两条切线交准线于点*T*，则*A*、*B*两点的纵坐标之和最小值为2

【答案】AD

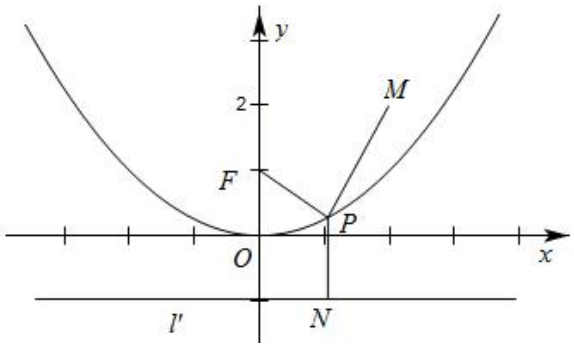
【解析】

【分析】

根据抛物线的性质对每个命题进行判断.

【详解】

A．设l是抛物线的准线，过P 作$PN\perp l'$于N，则$|PM|+|PF|=|PM|+|PN|\geq 3$ ，当且仅当P,M,N三点共线时等号成立．所以$|PM|+|PF|$ 最小值是3，A正确；



B．设 $P(x,y)$ 是抛物线上任一点，即 $x^2=4y$，

$|PH|=\sqrt{x^2+(y-3)^2}=\sqrt{4y+(y-3)^2}=\sqrt{(y-1)^2+8}$ ，$y=1$时，

$|PH|_{\min}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ，B 错误；

C．假设存在直线 l，使得 A，B 两点关于 $x+y-3=0$ 对称，设 l 方程为

$x-y+m=0$ ，由 $\begin{cases}x^2=4y\\x-y+m=0\end{cases}$ 得 $x^2-4x-4m=0$ ，

所以 $\Delta=16+16m>0$，$m>-1$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ ，则 $x_1+x_2=4$，AB 中点为 $Q(x_0,y_0)$ ，则 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=2$ ，$y_0=x_0+m=2+m$ ，Q 必在直线 $x+y-3=0$ 上，

所以 $2+2+m-3=0$，$m=-1$，这与直线 l 抛物线相交于两个点矛盾，故不存在，C 错误；

D．设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ ，由 $x^2=4y$ 即 $y=\frac{1}{4}x^2$，得 $y'=\frac{1}{2}x$ ，则切线 AT 方程为 $y-y_1=\frac{1}{2}x_1(x-x_1)$ ，

即 $y=\frac{1}{2}x_1x-\frac{1}{4}x_1^2$ ，同理 BT 方程是 $y=\frac{1}{2}x_2x-\frac{1}{4}x_2^2$ ，

由 $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x_1x-\frac{1}{4}x_1^2\\y=\frac{1}{2}x_2x-\frac{1}{4}x_2^2\end{cases}$ ，解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}(x_1+x_2)\\y=\frac{1}{4}x_1x_2\end{cases}$ ，由题意 T 在准线 $y=-1$ 上，

所以 $\frac{1}{4}x_1x_2=-1$ ，$x_1x_2=-4$，

所以 $y_1+y_2=\frac{1}{4}(x_1^2+x_2^2)=\frac{1}{4}[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]=\frac{1}{4}(x_1+x_2)^2+2$ ，

所以 $x_1+x_2=0$ 时，$y_1+y_2=2$ 为最小值．D 正确．

故选：AD．

【点睛】

本题考查抛物线的性质，涉及抛物线的定义，抛物线上的点到定点距离的最值，抛物线上的点关于定直线的对称性，抛物线的切线问题，难度较大．

三、填空题（每小题 5 分，共 4 小题，满分 20 分）

13．今年我国中医药选出的“三药三方”对治疗新冠肺炎均有显著效果，功不可没.“三药”分别为金花清感颗粒、连花清瘟胶囊、血必净注射液；“三方”分别为清肺排毒汤、化湿败毒方、宜肺败毒方，若某医生从“三药三方”中随机选出 2 种，则恰好选出 1 药 1 方的概率是_____.

【答案】$\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】

根据组合的方法结合古典概型的概率公式求解即可.

【详解】

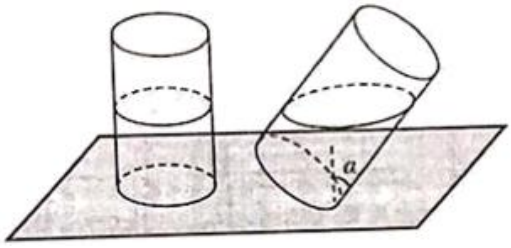
从“三药三方”中随机选出 2 种共$C_6^2=15$个基本事件，其中 1 药 1 方的事件数有$C_3^1C_3^1=9$个. 故概率$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{3}{5}$

【点睛】

本题主要考查了利用组合的方法解决随机事件的概率问题，属于基础题.

14．如图，将桌面上装有液体的圆柱形杯子倾斜α角（母线与竖直方向所成角）后，液面呈椭圆形，当$\alpha=30°$时，该椭圆的离心率为_____.



【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】

由图知椭圆的短轴长为圆柱的直径，椭圆的长半轴与底面半径构成夹角为$30°$的直角三角形，由此可求得椭圆离心率.

【详解】

设圆柱形杯子的底面半径为b，画示意图如图所示：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/947001123044006153