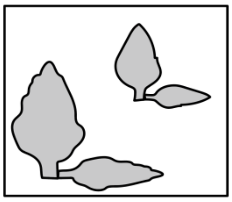
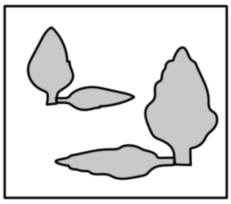
2024-2025学年九年级上学期数学期中模拟试卷02

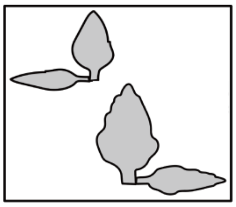
试卷满分100分　测试范围：特殊平行四边形、一元二次方程、概率的进一步认识、图形的相似

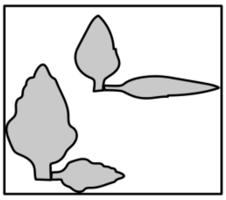
一、单项选择题（本题共10小题，每小题3分，共30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．下列四幅图形中，表示两棵小树在同一时刻同一地点阳光下的影子的图形可能是（　）

A．

B．

C．

D．

2．用配方法解方程$x^2-4x=6$时，配方后正确的是（　）

A．$(x+2)^2=2$　　B．$(x+2)^2=6$　　C．$(x-2)^2=2$　　D．$(x-2)^2=10$

3．不透明的袋子中装有两个小球，上面分别写着“0”，“1”，除数字外两个小球无其他差别，从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之积为0的概率是（　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

4．下列命题正确的是（　）

A．顺次连接矩形四边的中点得到菱形　　B．对角线相等的四边形是矩形

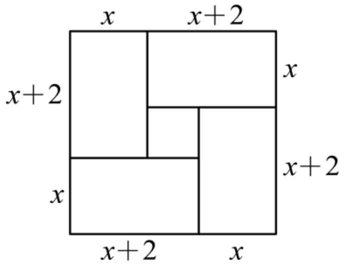
C．两边成比例及一角相等的两个三角形相似　　D．若点P是线段AB的黄金分割点，则$PA=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$

5．若关于x的一元二次方程$(k-1)x^2+6x+3=0$有两个不相等的实数根，则实数k的取值范

围（   ）

A．$k \le 4$，且$k \ne 1$　　B．$k < 4$，且$k \ne 1$　　C．$k < 4$　　D．$k \le 4$

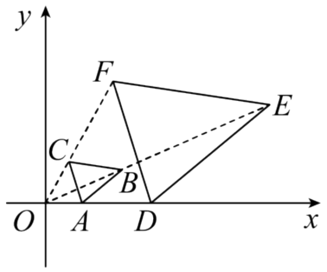
6．三国时期的数学家赵爽，在其所著的《勾股圆方图注》中记载用图形的方法来解一元二次方程，四个相等的矩形（每一个矩形的面积都是35）拼成如图所示的一个大正方形，利用所给的数据，能得到的方程是（   ）



A．$x(x+2)=35$　　B．$x(x+2)=35+4$

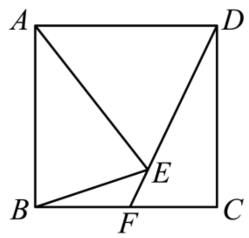
C．$x(x+2)=4\times35$　　D．$x(x+2)=4\times35+4$

7．如图，在平面直角坐标系中，已知$A(1.5,0)$，$D(4.5,0)$，$\triangle ABC$与$\triangle DEF$位似，原点O是位似中心．若$C(1,3)$，则点F的坐标是（   ）



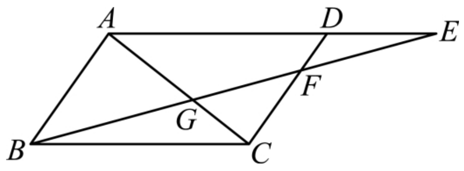
A．$(2,6)$　　B．$(2.5,4.5)$　　C．$(3,9)$　　D．$(4,8)$

8．如图，正方形$ABCD$中，$AE=AB$，直线DE交BC于点F，则$\angle BEF=$（　　）



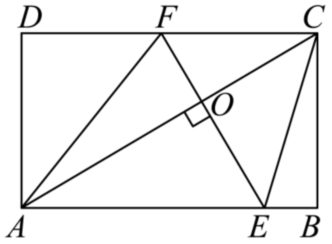
A．45°　　B．30°　　C．60°　　D．55°

9．如图，在▱$ABCD$中，延长AD至点E，使$AD=2DE$，连接BE交CD于点F，交AC于点G，则$\frac{CG}{AG}$的值是（   ）



A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$

10．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=8$，$BC=4$，点E，F分别是AB，CD上的点，$EF\perp AC$，垂足为点O，连接EC，AF，则$EC+AF$的最小值为（　　）



A．8　　B．10　　C．12　　D．15

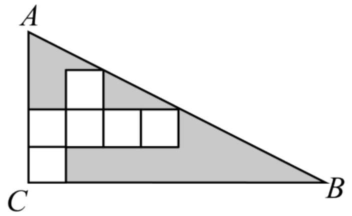
二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

11．若$\frac{y}{x}=\frac{4}{3}$，则$\frac{x+y}{x}$的值为_____.

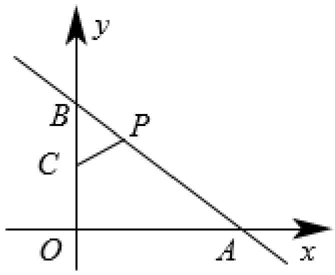
12．在一个不透明的袋子中，有除颜色外完全相同的6个白球和若干个红球．通过大量重复摸球实验后，发现摸到红球的频率稳定在0.4，由此可估计袋中红球的个数为______.

13．已知m是关于x的方程$x^2-2x-3=0$的一个根，则$2m^2-4m+5=$_____.

14．数学课堂上，小华准备制作体积为8cm^3的立方体纸盒，立方体表面展开图选用一张废弃$\text{Rt}\triangle ABC$纸板进行设计，如图，直角三角板的两直角边与左下角的正方形两邻边重合，斜边经过两个正方形的顶点，则剪掉正方形纸板后，余料部分（图中阴影部分）的面积为_cm^2



15．如图，在平面直角坐标系中，直线$y=-\frac{3}{4}x+3$与x轴，y轴分别相交于点A，点B，点C是线段OB的中点，动点P从点B开始以每秒1个单位长度的速度沿路线$B\to A$向终点A匀速运动，设运动的时间为t秒，连接CP，将$\triangle BCP$沿CP翻折，使点B落在点B'处，若PB'平行于坐标轴时，则此时的时间t为________秒.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 55 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16．解下列一元二次方程：

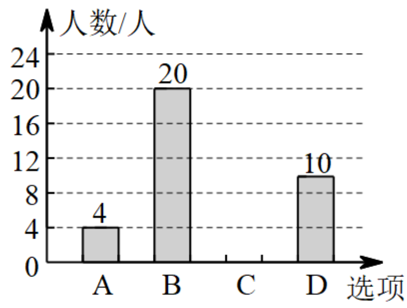
(1) $x^2+10x+16=0$；

(2) $x(x+4)=8x+12$．

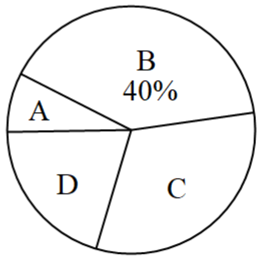
17．劳动教育是中国特色社会主义教育制度的重要内容．某校为加强家政学习，倡议学生在家帮助父母做力所能及的家务，某调查小组随机抽取本校部分学生进行调查，调查问卷如下表所示，并绘制了下面两幅不完整的统计图．

平均每周做家务时间的调查表
设平均每周做家务的时间为 x 小时，则最符合你的选项是（　　）（单选）
A．$0\le x<1$　B．$1\le x<2$　C．$2\le x<3$　D．$x\ge3$

学校部分学生每周做家务时间的条形统计图



学校部分学生每周做家务时间的扇形统计图



请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题：

(1)接受问卷调查的学生共有__________人；

(2)补全条形统计图：并估计该校 1600 名学生中平均每周做家务时间不少于 2 小时的人数；

(3)学校准备从做家务表现突出的 4 人中评选 2 名学生授予“家务能手”称号，这 4 人中有 2 名男生，2 名女生，请用画树状图或列表法求出授予称号的 2 名学生恰好都是女生的概率．

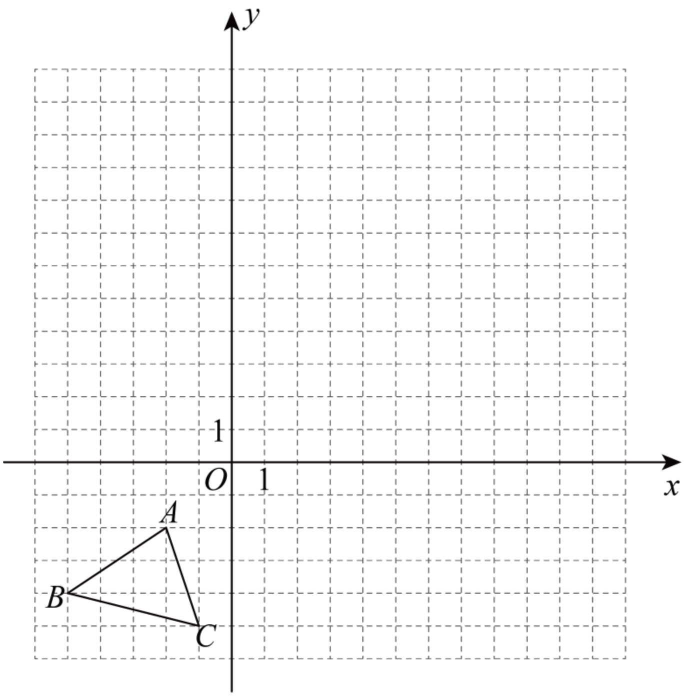
18．杭州亚运会的三个吉祥物“琮琮”“宸宸”“莲莲”组合名为“江南忆”，出自唐朝诗人白居易

的名句“江南忆，最忆是杭州”，它融合了杭州的历史人文、自然生态和创新基因．吉祥物一开售，就深受大家的喜爱．某商店以每件35元的价格购进某款亚运会吉祥物，以每件58的价格出售．经统计，4月份的销售量为256件，6月份的销售量为400件．

(1)求该款吉祥物4月份到6月份销售量的月平均增长率；

(2)经市场预测，7月份的销售量将与6月份持平，现商场为了减少库存，采用降价促销方式，调查发现，该吉祥物每降价1元，月销售量就会增加20件．当该吉祥物售价为多少元时，月销售利润达8400元？

19．已知：$\triangle ABC$三个顶点的坐标分别为$A(-2,\ -2)$，$B(-5,\ -4)$，$C(-1,\ -5)$．



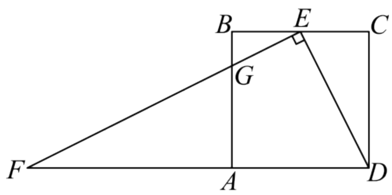
(1)画出$\triangle ABC$关于x轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出点C_1的坐标______；

(2)以点O为位似中心，将$\triangle ABC$放大为原来的2倍，得到$\triangle A_2B_2C_2$，请在网格中画出$\triangle A_2B_2C_2$，并写出点B_2的坐标为______，$S_{\triangle ABC}$∶$S_{\triangle A_2B_2C_2}=$______．

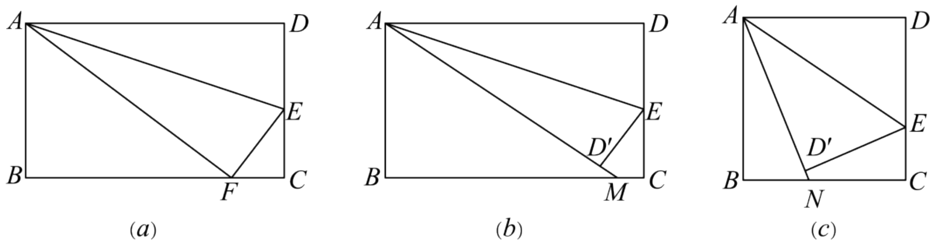
20．如图，在正方形ABCD中，在BC边上取中点E，连接DE，过点E作EF⊥ED交AB于点G、交AD延长线于点F．

（1）求证：△ECD∽△DEF；

（2）若CD＝4，求AF的长．



21．上课时，老师要求同学们解决下面这道问题：



(1)问题 1：如图（a），矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=10$，点 E 在边 CD 上，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折，点 D 刚好落到边 BC 上的点 F 处.

①CF 的长为_；

②求 DE 的长.

请你也完成这道问题.

完成问题 1 后，老师进行了如下的变式：

(2)问题 2：如图（b），矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=10$，若 E 为边 CD 的中点，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折到 $\triangle AD'E$，延长 AD' 交 BC 于点 M，$\triangle ABM$ 的周长是多少？请你直接写出答案.

(3)问题 3：如图（c），将矩形变为边长为 6 的正方形 $ABCD$，点 E 在边 CD 上，$DE=4$，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折到 $\triangle AD'E$，延长 AD' 交 BC 于点 N，请你直接写出 BN 的长.

22．已知：正方形 ABCD，等腰直角三角形的直角顶点落在正方形的顶点 D 处，使三角板绕点 D 旋转.

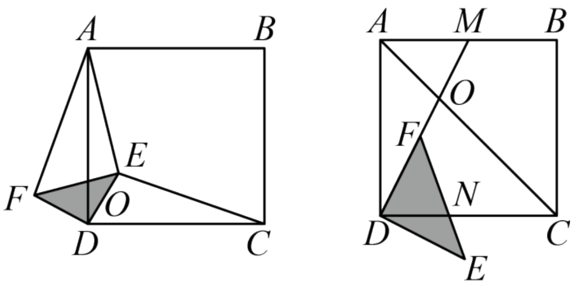


图1　　图2

（1）当三角板旋转到图 1 的位置时，猜想 CE 与 AF 的数量关系，并加以证明；

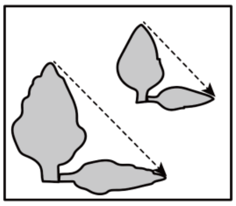
（2）在（1）的条件下，若 DE＝1，AE＝$\sqrt{7}$，CE＝3，求∠AED 的度数；

（3）若 BC＝4，点 M 是边 AB 的中点，连结 DM，DM 与 AC 交于点 O，当三角板的一边 DF 与边 DM 重合时（如图 2），若 OF＝$\frac{\sqrt{5}}{3}$，求 CN 的长.

1．A

【分析】根据平行投影的定义判断即可．本题考查平行投影，解题的关键是掌握平行投影的定义．

【详解】解：这里属于平行投影，两棵小树在同一时刻同一地点阳光下的影子的图形可能是：



故选：A．

2．D

【分析】方程左右两边都加上4，左边化为完全平方式，右边合并即可得到结果．

【详解】解：$x^2-4x=6$，

$x^2-4x+4=6+4$，

$(x-2)^2=10$，

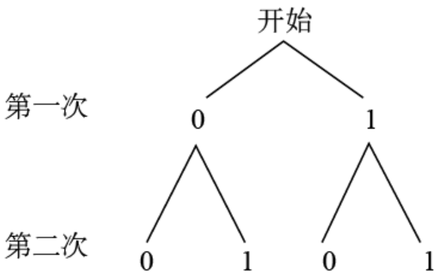
故选：D.

【点睛】本题考查了解一元二次方程－配方法，熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤是解决问题的关键．

3．B

【分析】结合题意，根据树状图法求解概率，即可得到答案．

【详解】根据题意，如下图，总共有四种结果，其中两次记录的数字之积为0的情况有3种，



∴两次记录的数字之积为0的概率是：$\frac{3}{4}$

故选：B．

【点睛】本题考查了概率的知识，解题的关键是熟练掌握树状图法求解概率．

4．A

【分析】根据菱形的判定定理、矩形的判定定理、相似三角形的判定定理、黄金分割的定义，

对选项一一进行分析，即可得出答案．

【详解】解：A．顺次连接矩形四边的中点得到菱形，故该命题正确，符合题意；

B．对角线相等的平行四边形是矩形，故该命题错误，不符合题意；

C．两边成比例且夹角相等的两个三角形相似，故该命题错误，不符合题意；

D．若点 P 是线段 AB 的黄金分割点，则 $PA=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ 或 $PB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$，故该命题错误，不符合题意．

故选：A．

【点睛】本题考查了命题与定理，涉及菱形的判定定理、矩形的判定定理、相似三角形的判定定理、黄金分割的定义，解本题的关键在熟练掌握相关的定理、定义．

5．B

【分析】本题主要考查根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键．由方程根的情况，根据根的判别式、方程的定义，可得到关于 k 的不等式，则可求得 k 的取值范围．

【详解】解：$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+6x+3=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta>0$ 且 $k-1\neq 0$，

$\therefore 6^2-4(k-1)\times 3>0$ 且 $k-1\neq 0$，

解得：$k<4$ 且 $k\neq 1$，

故选 B．

6．A

【分析】本题考查了一元二次方程与图形面积，数形结合是解题的关键．根据每一个矩形的面积都是 35 建立方程即可．

【详解】解：利用所给的数据，能得到的方程是 $x\left(x+2\right)=35$，

故选：A．

7．C

【分析】根据位似图形的性质得出求出 $\frac{OC}{OF}=\frac{OA}{OD}=\frac{1}{3}$，根据位似变换的性质计算，得到答案．

【详解】解：$\because A\left(1.5,0\right)$，$D\left(4.5,0\right)$，

$\therefore OA=1.5$，$OD=4.5$，

$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，

$\therefore \frac{OC}{OF}=\frac{OA}{OD}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的位似比为 1：3，

$\because$点 $C(1,3)$，

$\therefore F$ 点的坐标为 $(1\times 3,3\times 3)$，

即 F 点的坐标为（3，9），

故选：C．

【点睛】本题考查的是位似图形的概念、相似三角形的性质，根据相似三角形的性质求出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的位似比是解题的关键．

8．A

【分析】先设$\angle BAE=x°$，根据正方形性质推出 $AB=AE=AD$，$\angle BAD=90°$，根据等腰三角形性质和三角形的内角和定理求出$\angle AEB$ 和$\angle AED$ 的度数，根据平角定义求出即可．

【详解】解：设$\angle BAE=x°$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD=90°$，$AB=AD$，

$\because AE=AB$，

$\therefore AB=AE=AD$，

$\therefore \angle ABE=\angle AEB=\frac{1}{2}$（$180°-\angle BAE$）$=90°-\frac{1}{2}x°$，$\angle DAE=90°-x°$，

$\angle AED=\angle ADE=\frac{1}{2}$（$180°-\angle DAE$）$=\frac{1}{2}[180°-$（$90°-x°$）$]=45°+\frac{1}{2}x°$，

$\therefore \angle BEF=180°-\angle AEB-\angle AED$

$=180°-$（$90°-\frac{1}{2}x°$）$-$（$45°+\frac{1}{2}x°$）$=45°$．

$\therefore \angle BEF=45°$．

故选：A．

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理的运用，等腰三角形的性质的运用，正方形性质的应用，解此题的关键是如何把已知角的未知角结合起来，题目比较典型，但是难度较大．

9．A

【分析】设 DE=x,由 $AD=2DE$ 得出 AD=2x，AE=3x，利用平行四边形的性质知 AE∥BC， BC=AD=2x，据此得出$\Delta BCG\sim\Delta EAG$，利用相似三角形的性质得$\frac{CG}{AG}=\frac{BC}{AE}$即可得出答案.

【详解】解:设 DE=x，由$AD=2DE$知 AD=2x,

则 AE=3x,

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AE//BC，BC=AD=2x，

∴$\Delta BCG\sim\Delta EAG$

∴$\frac{CG}{AG}=\frac{BC}{AE}=\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$

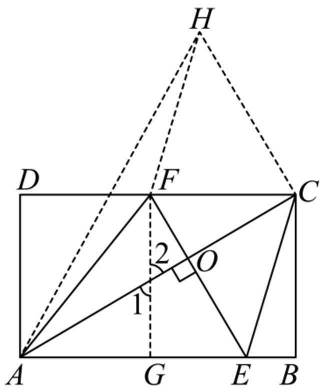
故选: A.

【点睛】本题主要考查相似三角形的判定与性质，解题的关键是掌握平行四边形和相似三角形的判定与性质.

10．B

【分析】分别以EF、EC为边作平行四边形$ECHF$，连接AH，过点F作$FG\parallel BC$交AB于点G，利用勾股定理求得$AC=4\sqrt{5}$，根据等角的余角相等可得$\angle BAC=\angle GFE$，从而证明$\triangle FGE\backsim\triangle ABC$，可得$\frac{FG}{FE}=\frac{AB}{AC}$，求得$EF=CH=2\sqrt{5}$，再根据平行四边形的性质和平行线的性质可得$\angle ACH=90°$，利用勾股定理求得$AH=10$，再根据三角形的三边关系即可求解.

【详解】解：分别以EF、EC为边作平行四边形$ECHF$，连接AH，过点F作$FG\parallel BC$交AB于点G，



∵$AB=8$，$BC=4$，

∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，

$\because \angle 1=\angle 2$，

$\because \angle 1+\angle BAC=90^{\circ}$， $\angle 2+\angle GFE=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BAC=\angle GFE$，

$\because \angle ABC=\angle FGE=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle FGE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{FG}{FE}=\dfrac{AB}{AC}$，

即 $\dfrac{4}{FE}=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}$，

解得： $EF=CH=2\sqrt{5}$，

$\because$四边形 $ECHF$ 是平行四边形，

$\therefore EF \parallel CH$，

$\because AC \perp EF$，

$\therefore \angle ACH=90^{\circ}$，

在 $Rt\triangle ACH$ 中，由勾股定理得： $AH=\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^{2}+\left(2\sqrt{5}\right)^{2}}=10 \leq AF+FH=AF+EC$，

$\therefore EC+FA$ 的最小值为 10．

故选：B．

【点睛】本题考查平行四边形的性质、平行线的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、三角形的三边关系及余角的性质，添加辅助线构造直角三角形求得 AH 的值是解题的关键．

11． $\dfrac{7}{3}$

【分析】此题考查分式的求值，比的性质，根据等式得到 $y=\dfrac{4}{3}x$，代入化简即可，正确掌握比的性质是解题的关键．

【详解】解：$\because \dfrac{y}{x}=\dfrac{4}{3}$，

$\therefore y=\dfrac{4}{3}x$，

$\therefore \dfrac{x+y}{x}=\dfrac{x+\dfrac{4}{3}x}{x}=\dfrac{7}{3}$，

故答案为： $\dfrac{7}{3}$．

12．4