

四川省眉山市彭山区 2024-2025 学年高三一诊小练习二数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

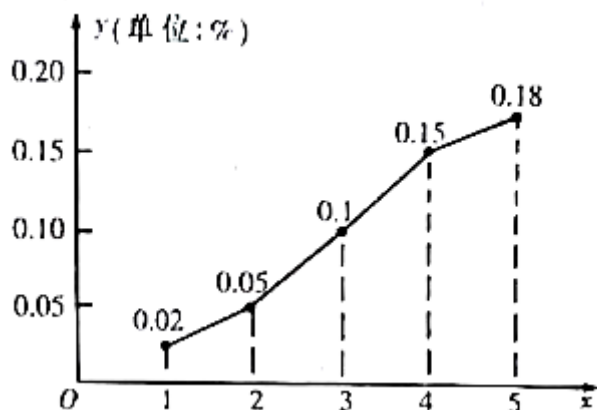
1. 已知 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$. 给出下列判断:

- ①若 $f(x_1) = 1, f(x_2) = -1$, 且 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi$, 则 $\omega = 2$;
- ②存在 $\omega \in (0, 2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称;
- ③若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 7 个零点, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{41}{24}, \frac{47}{24})$;
- ④若 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 $(0, \frac{2}{3}]$.

其中, 判断正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

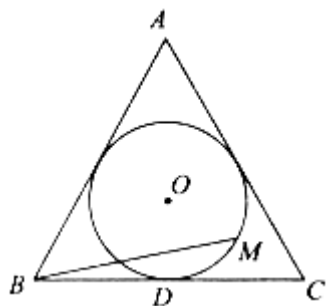
2. 5G 网络是一种先进的高频传输技术, 我国的 5G 技术发展迅速, 已位居世界前列. 华为公司 2019 年 8 月初推出了一款 5G 手机, 现调查得到该款 5G 手机上市时间 x 和市场占有率 y (单位: %) 的几组相关对应数据. 如图所示的折线图中, 横轴 1 代表 2019 年 8 月, 2 代表 2019 年 9 月....., 5 代表 2019 年 12 月, 根据数据得出 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.042x + \hat{a}$. 若用此方程分析并预测该款手机市场占有率的变化趋势, 则最早何时该款 5G 手机市场占有率能超过 0.5% (精确到月) ()



- A. 2020 年 6 月 B. 2020 年 7 月 C. 2020 年 8 月 D. 2020 年 9 月

3. 如图，圆 O 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 的内切圆，其与 BC 边相切于点 D ，点 M 为圆上任意一点，

$\vec{BM} = x\vec{BA} + y\vec{BD}$ ($x, y \in \mathbf{R}$)，则 $2x + y$ 的最大值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

4. 设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点，若双曲线右支上存在一点 P ，使 $(\vec{OP} + \vec{OF_2}) \cdot \vec{F_2P} = 0$

(O 为坐标原点)，且 $\vec{PF_1} = \sqrt{3}\vec{PF_2}$ ，则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\sqrt{3}+1$

5. 一个由两个圆柱组合而成的密闭容器内装有部分液体，小圆柱底面半径为 r_1 ，大圆柱底面半径为 r_2 ，如图 1 放置容

器时，液面以上空余部分的高为 h_1 ，如图 2 放置容器时，液面以上空余部分的高为 h_2 ，则 $\frac{h_1}{h_2} =$ ()



图 1



图 2

- A. $\frac{r_2}{r_1}$ B. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ C. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$ D. $\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

6. 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向左平移 φ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 个单位长度，得到的函数为偶函数，则 φ 的值为 ()

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

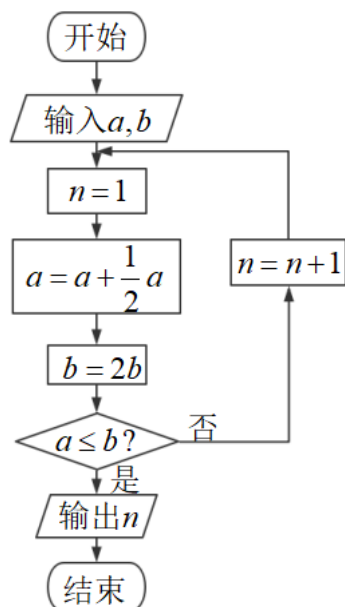
7. 已知 $(2 - mx)(1 - \frac{1}{x})^3$ 的展开式中的常数项为 8，则实数 $m =$ ()

- A. 2 B. -2 C. -3 D. 3

8. 若点 $P(-3,4)$ 是角 α 的终边上一点, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{24}{25}$ B. $-\frac{7}{25}$ C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{8}{5}$

9. 元代数学家朱世杰的数学名著《算术启蒙》是中国古代代数学的通论, 其中关于“松竹并生”的问题: 松长五尺, 竹长两尺, 松日自半, 竹日自倍, 松竹何日而长等. 下图是源于其思想的一个程序图, 若 $a = 32$, $b = 12$, 则输出的 $n =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2 + a_5 = a_6 + a_3$, 则 $S_7 =$ ()

- A. 28 B. 14 C. 7 D. 2

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = 2$, 且 a_1, a_3, a_4 成等比数列. 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_n 的最小值为 ()

- A. -10 B. -14 C. -18 D. -20

12. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , P 为抛物线上一点, $A(1,1)$, 当 $\triangle PAF$ 周长最小时, PF 所在直线的斜率为 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如果函数 $f(x) = (m-2)x^2 + 2(n-8)x + 1$ ($m, n \in R$ 且 $m \geq 2, n \geq 0$) 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上单调递减, 那么 mn 的最大值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = -x^3 + x + a, x \in \left[\frac{1}{e}, e\right]$ 与 $g(x) = 3\ln x - x - 1$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点, 则 a 的取值范围为_____.

15. 设 α 为锐角, 若 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为_____.

16. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 1 \leq x + y \leq 3 \\ -1 \leq x - y \leq 1 \end{cases}$, 则 $2x + y$ 的最大值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $\alpha \in [0, \pi)$). 以坐标原点 O 为极

点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = 2\rho \cos \theta + 3$.

(I) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(II) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$. 求直线 l 的方程.

18. (12 分) 为迎接 2022 年冬奥会, 北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动, 并在培训结束后对学生进行了考核. 记 X 表示学生的考核成绩, 并规定 $X \geq 85$ 为考核优秀. 为了了解本次培训活动的效果, 在参加培训的学生中随机抽取了 30 名学生的考核成绩, 并作成如下茎叶图:



(I) 从参加培训的学生中随机选取 1 人, 请根据图中数据, 估计这名学生考核优秀的概率;

(II) 从图中考核成绩满足 $X \in [80, 89]$ 的学生中任取 2 人, 求至少有一人考核优秀的概率;

(III) 记 $P(a \leq X \leq b)$ 表示学生的考核成绩在区间 $[a, b]$ 的概率, 根据以往培训数据, 规定当 $P\left(\left|\frac{x-85}{10}\right| \leq 1\right) \geq 0.5$ 时

培训有效. 请根据图中数据, 判断此次中学生冰雪培训活动是否有效, 并说明理由.

19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右顶点为 D , E 为上顶点, 点 A 为椭圆 C 上一动点.

(1) 若 $DE \perp AE$, 求直线 AD 与 y 轴的交点坐标;

(2) 设 F 为椭圆 C 的右焦点, 过点 $M(4, 0)$ 与 x 轴垂直的直线为 l_0 , FM 的中点为 N , 过点 A 作直线 l_0 的垂线, 垂足为 B , 求证: 直线 AF 与直线 BN 的交点在椭圆 C 上.

20. (12 分) 在平面直角坐标系中, 以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知曲线 C :

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/947014135121006156>