第二章

质点动力学基本定律

§2.1 牛顿运动定律

2.1.1 牛顿运动定律

牛顿第一定律（惯性定律）:任何物体都具有保持静止或匀速直线运动的性质，直到其他物体迫使它改变这种状态为止。

说明:

1.惯性： 任何物体保持其运动状态不变的性质。

2.牛顿第一定律只适用于惯性参照系。

满足牛顿第一定律的参照系为惯性参照系。

相对惯性系静止或匀速直线运动的参照系也是惯性系。

牛顿第二定律： 物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，与物体的质量成反比，加速度的方向与合外力的方向相同。

数学形式：$\vec{F} = m\vec{a}$ 或 $\vec{F} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

在直角坐标系*Oxyz*中：

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = ma_x \\ \sum F_{iy} = ma_y \\ \sum F_{iz} = ma_z \end{cases}$$

在自然坐标系中：

$$\begin{cases} F_t = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \\ F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

说明：

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

1.牛顿第二定律中 $\vec{F}$ 和 $\vec{a}$ 的关系为瞬时关系。

2.牛顿第二定律给出了惯性的确切定义：质量是物体惯性的量度。质量越大惯性越大，改变物体的运动状态就越不容易；

牛顿第三定律（作用力与反作用规律）：作用力和反作用力总是大小相等、方向相反、作用在同一条直线上。

数学形式：$\vec{F} = -\vec{F}'$

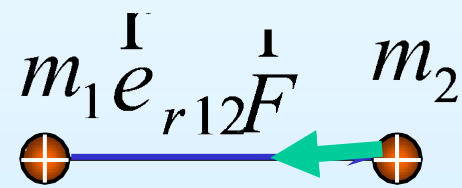
说明：牛顿第三定律对力的性质加以补充，力的来源为物体间的的相互作用，

2.1.2 力学中常见的几种力

1. 万有引力

万有引力定律：任何两个质点之间都存在互相作用的引力,引力的方向沿着两个质点的连线方向；其大小与两个质点质量m_1和m_2的乘积成正比，与两质点之间的距离r的平方成反比。

数学矢量形式： $\vec{F} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r$



$G = 6.6726\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$ 称为引力常量

$\vec{e}_r$ 是由施力质点指向受力质点的单位矢量，

负号表示万有引力 $\vec{F}$ 的方向与 $\vec{e}_r$ 的方向相反。

重力是物体所受地球引力的一个分量。

在地球表面附近：

$$F = G_0 \frac{mM_E}{R_E^2} = mg \quad \text{其中} g = G_0 \frac{M_E}{R_E^2}$$

在地面附近h高度处：$F = G_0 \dfrac{mM_E}{(R_E + h)^2} < mg$

惯性质量是用来衡量物体惯性大小的物理量，它决定了一个物体惯性的大小。

引力质量是用来衡量两个物体之间引力大小的物理量。引力质量决定该物体与其他物体间的引力大小。

引力质量与惯性质量在数值上是相等的。

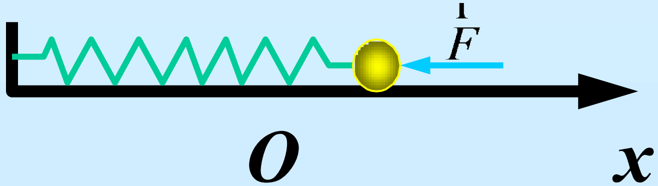
2. 弹力

弹力：发生形变的物体，由于力图恢复原状，对与它接触的物体产生的作用力。如压力、张力、拉力、支持力、弹簧的弹力。

（1）轻绳中的张力T处处相同，指向绳子收缩方向。

（2）物体间的正压力、支持力总是垂直于接触点的切面指向对方。

（3）弹簧中的弹力$F=-kx$指向弹簧原长处（k为弹簧的劲度系数）。



3. 摩擦力

（1）静摩擦力

当物体与接触面存在相对滑动趋势时，物体所受到接触面对它的阻力。其方向与相对滑动趋势方向相反。

静摩擦力的大小随外力的变化而变化。

最大静摩擦力：$F_{\max} = \mu_S N$　　μ_S为静摩擦系数

（2）滑动摩擦力

当物体相对于接触面滑动时，物体所受到接触面对它的阻力。其方向与滑动方向相反。

$F_f = \mu N$　μ为滑动摩擦系数

自然界中的四种基本自然力：

万有引力是两个物体之间的相互作用力

电磁力是两个带电物体之间的相互作用力

注意：电磁力远远大于万有引力！

强力是粒子之间的相互作用力，是维持原子核的结构的力，作用范围在0.4×10^{-15}米至10^{-15}米。

弱力也是粒子之间的相互作用力，是诱发原子核内中子产生和衰变的力。力程短、力弱。

2.1.3 牛顿运动定律的应用

求解动力学问题的原则依据和思想方法

力对质点运动情况的影响是通过加速度表现出来的。

质点在各个瞬时的加速度再附以适当的初始条件，就完全可以确定物体的运动情况。

反过来，知道质点的运动情况就能确定物体的加速度，而由加速度可以知道质点的受力情况。

牛顿运动定律与质点运动学相结合，就提供了解决各种各样动力学问题的原则依据，其中“加速度”这个物理量起着重要的“桥梁”作用。

质点动力学基本运动方程：$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$

运用牛顿定律解决问题的步骤:

1.确定研究对象，对于物体系，画出隔离图；

2.进行受力分析，画出受力图;

3.分析研究对象的运动过程，确定加速度;

4.建立坐标系，列方程求解。

应用牛顿运动定律求解问题，一般有两种类型：一类是已知力求运动，另一类是已知运动求力。

重点掌握变力的问题!

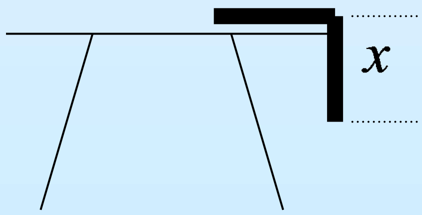
例： 一根长为L，质量为M的柔软的链条，开始时链条静止，长为$L-l$ 的一段放在光滑的桌面上,长为l 的一段铅直下垂。(1)求整个链条刚离开桌面时的速度；(2)求链条由刚开始运动到完全离开桌面所需要的时间。

解： $F=\dfrac{M}{L}xg=Ma,\quad a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{dx}{dx}=v\dfrac{dv}{dx}=\dfrac{xg}{L}$

$$\int_l^x gxdx=\int_0^v Lvdv\Rightarrow v=\sqrt{\frac{g}{L}(x^2-l^2)}\Rightarrow v_L=\sqrt{\frac{g}{L}(L^2-l^2)}$$

$$\text{Q}\ v=\frac{dx}{dt}=\sqrt{\frac{g}{L}(x^2-l^2)}$$

$$\int_l^L\frac{dx}{\sqrt{x^2-l^2}}=\int_0^t\sqrt{\frac{g}{L}}dt\Rightarrow t_L=\sqrt{\frac{L}{g}}\ln\frac{L+\sqrt{L^2-l^2}}{l}$$



例： 一质量为m的质点在x轴上运动，质点只受到指向原点的引力作用，引力大小与质点离原点的距离x的平方成反比，即$f = -k/x^2$，式中k是比例常数。设质点在$x = A$时的速度为零，求$x = A/2$处的速度大小。

解：根据牛顿第二定律

$$f = -\frac{k}{x^2} = ma, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}\frac{dx}{dx} = v\frac{dv}{dx} = -\frac{k}{mx^2}$$

$$\therefore -\frac{k}{x^2}dx = mvdv, \quad \int_A^{A/2} -\frac{kdx}{x^2} = \int_0^v mvdv$$

$$\frac{2k}{A} - \frac{k}{A} = \frac{mv^2}{2} \qquad \therefore v = \sqrt{\frac{2k}{mA}}$$

例：质量为m的小球在水中受的浮力为常力F，当它静止开始沉降时，受到水的沾滞阻力为$f = -kv$，式中k为常数，求小球在水中竖直沉降的速度v与时间t的关系。

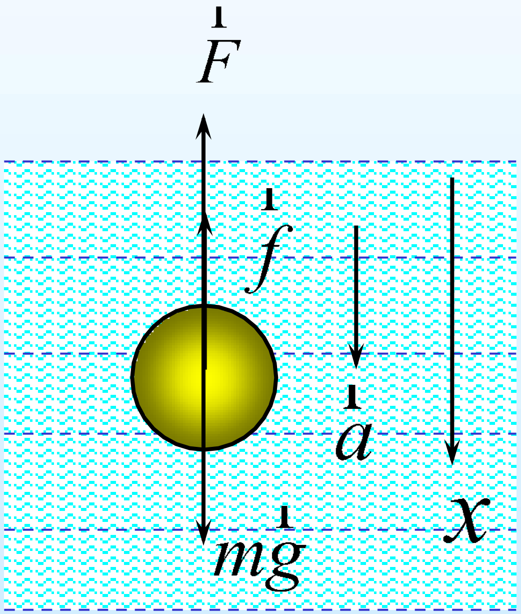
解:小球受力如图，根据牛顿第二定律:

$$mg - kv - F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

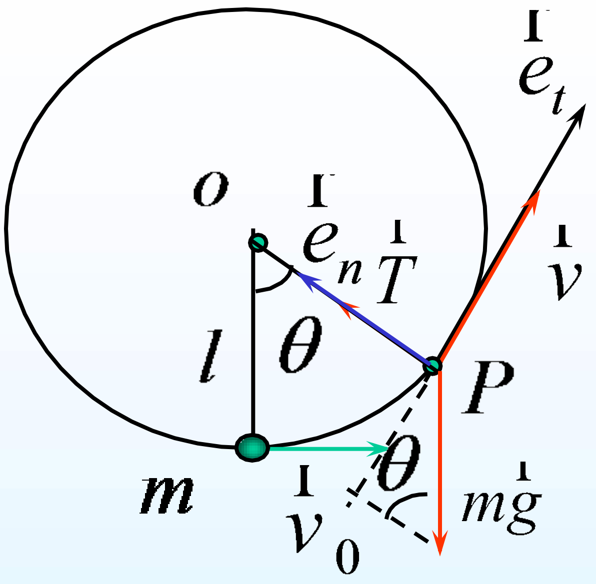
$$\frac{mdv}{mg - kv - F} = dt$$

$$\int_0^v \frac{mdv}{mg - kv - F} = \int_0^t dt$$

$$v = \frac{(mg - F)(1 - e^{-kt/m})}{k}$$



例： 铅直平面内的圆周运动。如图所示，长为l的轻绳，一端系质量为 m 的小球，另一端系于定点O。开始时小球处于最低位置。若使小球获得如图所示的初速 v_0，小球将在铅直平面内作圆周运动。求小球在任意位置的速率 v 及绳的张力 T。



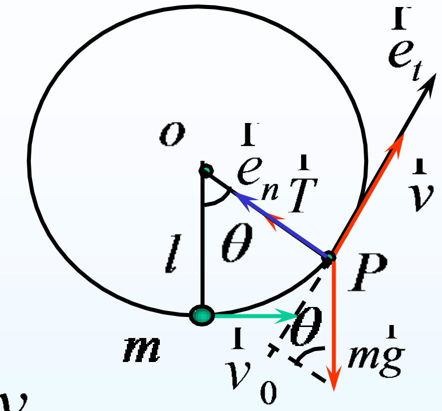
解： $t=0$时，小球位于最低点，速率为v_0。

t时刻，小球位于P点，轻绳与铅直成θ角，速率为v，

建立自然坐标系，由牛顿第二定律：

$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt} \qquad F_n = ma_n = m\frac{v^2}{r}$$

有
$$\begin{cases} -mg\sin\theta = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} & (1) \\ T - mg\cos\theta = ma_n = m\dfrac{v^2}{r} & (2) \end{cases}$$



由（1）式右边上下同乘dθ

$$-mg\sin\theta = m\frac{dv}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} = m\omega\frac{dv}{d\theta} = \frac{mv}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

$$\therefore vdv = -gl\sin\theta d\theta,$$

$$\int_{v_0}^{v} vdv = -gl\int_0^{\theta}\sin\theta d\theta$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\cos\theta - 1)}$$

将上式代入（2）式，得：$T = m(\dfrac{v_0^2}{l} - 2g + 3g\cos\theta)$

*2. 1. 4 非惯性系 惯性力(不要求掌握，感兴趣同学可自学)

非惯性系：相对于惯性系做加速运动的参考系。

在非惯性系内牛顿定律不成立。

1. 平动加速系

设有一质点质量为*m*，相对于某一惯性系*S*，根据牛顿第二定律，有：

$$\vec{F}_{合} = m\vec{a} \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

设有另一参照系*S'*，相对于惯性系*S*以加速度$\vec{a}_0$平动，在*S'*参照系中，质点的加速度为 $\vec{a}'$，

由运动的相对性，有：$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 \quad \cdots\cdots$ (2)

$\vec{F}_{合} = m\vec{a}$ …… (1)

$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$ …… (2)

（2）式代入（1）式，得：

$$\vec{F} = m(\vec{a}' + \vec{a}_0) = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$$

即：$\vec{F} + (-m\vec{a}_0) = m\vec{a}'$ …… (3)

结论：*S'*参照系中，质点受的合外力 $\vec{F}$并不等于 $m\vec{a}'$，因此牛顿运动定律在参照系中并不成立。

惯性力：为了在非惯性系内形式地应用牛顿第二定律而引进的一个虚构的力。

在加速平动参照系中：$\vec{F}_{惯} = -m\vec{a}_0$

此时，$\vec{F} + \vec{F}_{惯} = m\vec{a}'$ …… (4)

（4）式就在形式上与牛顿第二定律保持一致。

在加速平动参照系中：$\vec{F}_{惯} = -m\vec{a}_0$

惯性力大小：运动质点的质量*m*与非惯性系加速度大小*a*的乘积。

惯性力方向：与非惯性系加速度的方向相反。

说明：

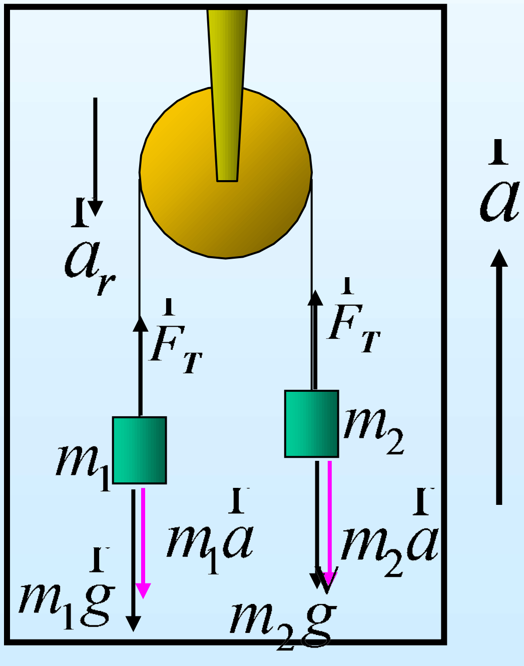
1.惯性力不是物体间的相互作用力，而只是一种假想力，它没有施力者，因而也没有反作用力。

2.惯性力只在非惯性系中才出现，它的大小和方向取决于参考系的非惯性性质。

例：升降电梯相对于地面以加速度a沿铅直向上运动。电梯中有一轻滑轮绕一轻绳，绳两端悬挂质量分别为m_1和m_2的重物（$m_1 > m_2$）。求：（1）物体相对于电梯的加速度；（2）绳子的张力。

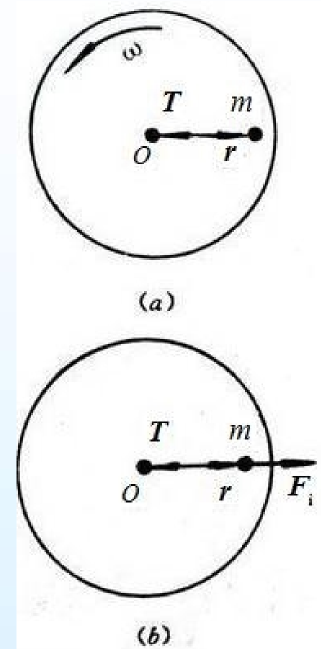
解：
$$m_1 g + m_1 a - F_T = m_1 a_r$$
$$F_T - m_2 g - m_2 a = m_2 a_r$$

消去 $\vec{F}_T$
$$a_r = \frac{(m_1 - m_2)\cdot(g+a)}{m_1 + m_2}$$
$$F_T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g+a)$$



2. 匀角速转动参考系中，静止物体的惯性力

圆盘以角速度ω相对地面作匀速转动，物体 ***m*** 在盘上静止。



地面惯性参考系：

m 作匀速率圆周运动，向心力是由细绳对小球的拉力提供的。

$$\vec{T} = m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{r}$$

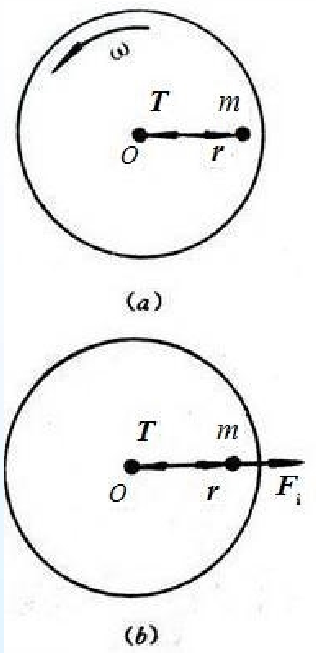
式中：$\vec{r}$ 为小球相对于盘心的位矢。

圆盘参考系：

m 仍受向心力，但加速度为零，不满足牛顿定律。

在匀角速转动参考系中应用牛顿定律，必须设想物体又受到另外一个与拉力大小相等但方向相反的惯性力的作用，

$$\vec{F}_i = m\omega^2 \vec{r}$$



这个惯性力是离心方向的，称为**惯性离心力**。

此时，在圆盘参考系，有：$\vec{T} + \vec{F}_i = \vec{0}$

在圆盘参考系中牛顿定律形式上成立。

说明：

1.惯性离心力是虚构力，无施力物体，

2.惯性离心力和向心力作用于同一物体，它不是向心力的反作用力。

§2.2 动量定理和动量守恒定律

2.2.1 动量定理

1. 动量

物体的运动状态不仅取决于速度，而且与物体的质量有关。

动量：运动质点的质量与速度的乘积。

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

大小：mv；　**方向**：速度的方向；　**单位**：kg•m/s

由n个质点所构成的质点系的动量：

$$\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i$$

2. 冲量

冲量反映力对时间的累积效应。

冲量：$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$

大小：$|\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt|$

方向：速度变化的方向

单位：Ns

恒力的冲量：$\vec{I}=\vec{F}(t-t_0)=\vec{F}\Delta t$

运动员在投掷标枪时，伸直手臂，尽可能的延长手对标枪的作用时间，以提高标枪出手时的速度。

3. 质点动量定理

牛顿运动定律：$\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

动量定理的微分式：$\vec{F}dt = d\vec{p}$

如果力的作用时间从 $t_0 \to t$，质点动量从 $\vec{p}_0 \to \vec{p}$

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt = \int_{\vec{P}_0}^{\vec{P}} d\vec{p}$$

质点动量定理积分式

$$\vec{I} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt = \vec{p} - \vec{p}_0 = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

质点动量定理：质点所受合外力的冲量，等于该质点动量的增量。

$$\vec{I}=\int_{t_0}^{t}\vec{F}dt=\vec{p}-\vec{p}_0=m\vec{v}-m\vec{v}_0$$

平均冲力：

$$\bar{\vec{F}}=\frac{\int_{t_0}^{t}\vec{F}dt}{t-t_0}=\frac{\Delta\vec{p}}{t-t_0}$$

物体动量变化一定的情况下，作用时间越长，物体受到的平均冲力越小；反之则越大。

动量定理的分量式：

$$\begin{cases}\int_{t_0}^{t}F_x\mathrm{d}t=p_x-p_{0x}=mv_x-mv_{0x}\\ \int_{t_0}^{t}F_y\mathrm{d}t=p_y-p_{0y}=mv_y-mv_{0y}\\ \int_{t_0}^{t}F_z\mathrm{d}t=p_z-p_{0z}=mv_z-mv_{0z}\end{cases}$$

说明：

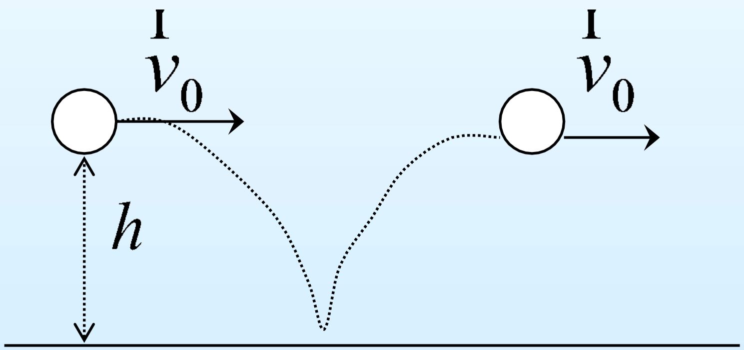
1.冲量的方向与动量增量的方向一致。

2. 计算物体冲量时，只须知道质点始末两态的动量的变化即可，无须确定各个外力 。

例：以速度v_0水平抛出一质量为m的小球，小球与地面作用后反弹为原高度h时速度仍为v_0，作用时间Δt，作用时间极短。求地面对小球的平均冲力的大小。

解：有重力作用，小球动量不守恒，但小球始末状态动量相同，说明重力和冲力的冲量为零

重力的冲量为 $mg2\sqrt{\frac{2h}{g}} = m\sqrt{8gh}$



反冲力的冲量为 $\overline{N}\Delta t$

$$\overline{N} \approx \frac{m}{\Delta t}\sqrt{8hg}$$

当$m = 1kg, h = 1m, \Delta t = 0.01s$时，$\overline{N} = 885N$

是重力的90倍。

4. 质点系的动量定理

处理方法：先研究每一个质点，然后再对它们求和。

对质点系中第i个质点应用动量定理，有：

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}_i dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i - m_i \vec{v}_{i0}$$

将上式对所有质点求和，得：

$$\sum \int_{t_0}^{t} \vec{F}_i dt = \sum \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p}_i = \sum m_i \vec{v}_i - \sum m_i \vec{v}_{i0}$$

上式可写成：$\int_{t_0}^{t} (\sum \vec{F}_i) dt = \sum m_i \vec{v}_i - \sum m_i \vec{v}_{i0}$

把作用力分为外力和内力，即：$\vec{F}_i = \vec{F}_{i外} + \vec{F}_{i内}$

$$\int_{t_0}^{t} (\sum \vec{F}_{i外} + \sum \vec{F}_{i内}) dt = \sum m_i \vec{v}_i - \sum m_i \vec{v}_{i0}$$

$$\int_{t_0}^{t}\left(\sum \vec{F}_{i外}+\sum \vec{F}_{i内}\right)dt=\sum m_i\vec{v}_i-\sum m_i\vec{v}_{i0}$$

$$\because \int_{t_0}^{t}\left(\sum \vec{F}_{i内}\right)dt=0$$

$$\int_{t_0}^{t}\left(\sum \vec{F}_{i外}\right)dt=\sum m_i\vec{v}_i-\sum m_i\vec{v}_{i0}$$

系统末动量 $\vec{p}=\sum m_i\vec{v}_i$ 系统初动量 $\vec{p}_0=\sum m_i\vec{v}_{i0}$

$$\int_{t_0}^{t}\left(\sum \vec{F}_{i外}\right)dt=\vec{p}-\vec{p}_0=\Delta\vec{p}$$

质点系的动量定理：质点系统所受合外力的冲量等于系统总动量的增量。

强调：系统的内力不能改变系统的总动量。

2.2.2 动量守恒定律

质点系的动量定理：$\int_{t_0}^{t}(\sum \vec{F}_{i外})dt = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$

当 $\sum \vec{\mathbf{F}}_{i外} = 0$ 时：

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = 0 \Longrightarrow \vec{p} = \vec{p}_0 = 常矢量$$

动量守恒定律：当系统所受的合外力为零时，系统的总动量守恒。

说明：

1.注意区别 $\sum \vec{F}_{外} = 0$ 与 $\int \sum \vec{F}_{外} dt = 0$

前者保证整个过程中动量守恒，后者只说明始末时刻动量相同。

2.质点系所受合外力为零，每个质点的动量可能变化，系统内的动量可以相互转移，但它们的总和保持不变。

3.若合外力不为零，但在某个方向上合外力分量为零，则在该方向上动量守恒。

4.自然界中不受外力的物体是没有的，但如果系统的内力>>外力，可近似认为动量守恒。在碰撞、打击、爆炸等相互作用时间极短的过程中，往往可忽略外力。

5.动量守恒定律只适用于惯性系，在微观高速范围仍适用。

例：煤粉从漏斗中以dm/dt的流速竖直卸落在沿平直轨道行驶的列车中，列车空载时质量为M_0，初速为v_0, 求在加载过程中某一时刻t 的速度和加速度。如果要使列车速度保持v_0，应用多大的力牵引列车？（忽略摩擦力）

解：无牵引力和摩擦力，动量守恒。

$$M_0 v_0 = (M_0 + \frac{dm}{dt} t) v$$

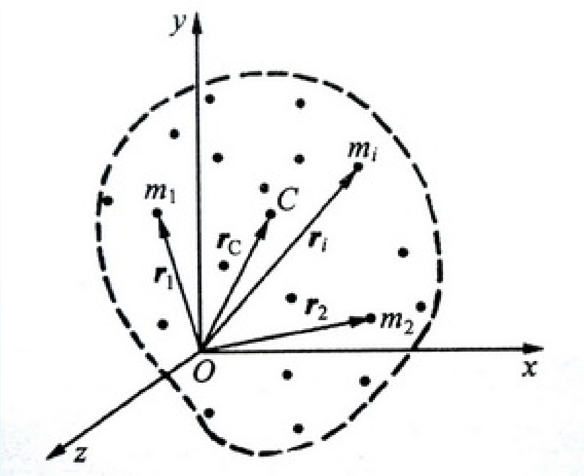
$$\therefore v = \frac{M_0 v_0}{M_0 + \frac{dm}{dt} t} \qquad a = \frac{dv}{dt} = -\frac{M_0 v_0 \cdot \frac{dm}{dt}}{(M_0 + \frac{dm}{dt} t)^2}$$

有牵引力：$Fdt = (M + dm) v_0 - (M v_0 + dm \cdot 0)$

$$F = v_0 \frac{dm}{dt}$$

2.2.3 质心和质心运动定律

1. 质心



设由n个质点构成一质点系

质量：m_1， m_2， …， m_n

位矢：$\vec{r}_1$ ，$\vec{r}_2$， …，$\vec{r}_n$

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m}$$

直角坐标分量式

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \qquad y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \qquad z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

连续体的质心位置： $\vec{r}_C = \dfrac{\int \vec{r}\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} = \dfrac{\int \vec{r}\mathrm{d}m}{m}$

直角坐标分量式：

$$x_C = \frac{\int x\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} \qquad y_C = \frac{\int y\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} \qquad z_C = \frac{\int z\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m}$$

说明：

1.对于密度均匀，形状对称的物体，其质心都在它的几何中心。

2.质心并不一定处在物体内部。

2. 质心运动定理

质心位置公式：$\vec{r}_C = \dfrac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}\right) = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}$$

$$\therefore m\vec{v}_C = \sum m_i \vec{v}_i$$

$\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i$ 质点系的总动量

结论：质点系的总动量等于总质量与其质心运动速度的乘积。

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_C) = m\vec{a}_C$$

$\vec{a}_C$ 质心运动的加速度

$$\because \vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d}{dt}(m\vec{v}_C)=m\vec{a}_C}$$

$$\therefore \vec{F}=m\vec{a}_C$$

质心运动定理：作用于质点系上的合外力等于质点系的总质量与质心加速度的乘积。

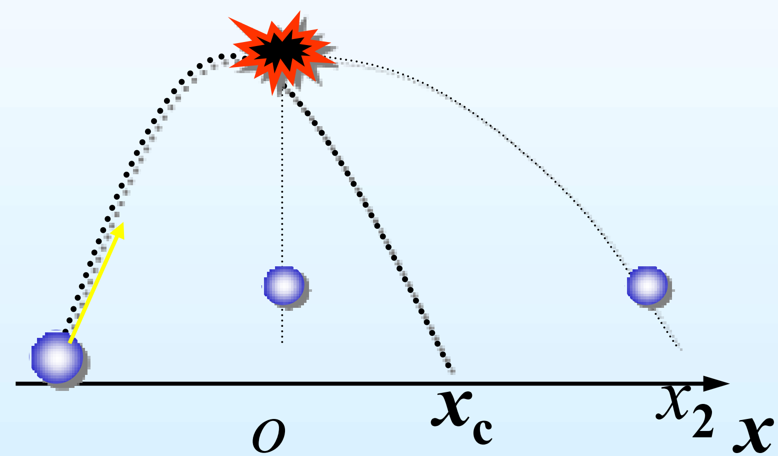
质心的两个重要性质：

1.系统在外力作用下，质心的加速度等于外力的矢量和除以系统的总质量。

2.系统所受合外力为零时，质心的速度为一恒矢量，内力既不能改变质点系的总动量，也就不能改变质心的运动状态 。

例： 有质量为2m的弹丸，从地面斜抛出去，它的落地点为x_C。如果它在飞行到最高点处爆炸成质量相等的两碎片。其中一碎片铅直自由下落，另一碎片水平抛出，它们同时落地。问第二块碎片落在何处。

解： 在爆炸的前后，质心始终只受重力的作用，因此，质心的轨迹为一抛物线，它的落地点为x_c。

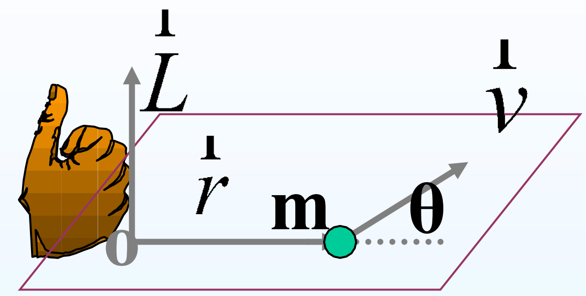


$$x_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \quad \because m_1 = m_2 = m, \quad x_1 = 0$$

$$\therefore \quad x_C = \frac{mx_2}{2m} \qquad x_2 = 2x_C$$

§2.3 角动量定理和角动量守恒定律

2.3.1 角动量定理



1. 角动量

设：t时刻质点的位矢 $\vec{r}$

质点的动量 $m\vec{v}$

运动质点相对于参考原点O的角动量定义为：

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$$

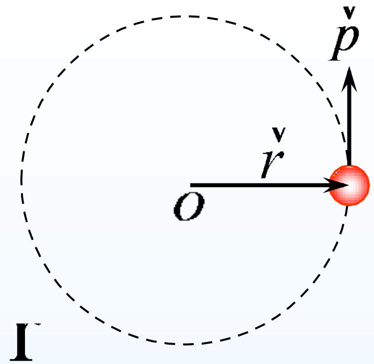
大小：$L=rmv\sin\theta$

方向：矢量的右手螺旋法则判定

单位：$kg\cdot m^2/s$

如果质点绕参考点*O* 做圆周运动

$$L = rp = rmv$$



质点系的角动量

设各质点对*O*点的位矢分别为 $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \cdots, \vec{r}_n$

动量分别为 $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \cdots, \vec{p}_n$

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$$

说明：

1.角动量是描述转动状态的物理量；

2.角动量与所取的惯性系有关；角动量与参考点*O*的位置有关。