2025年广东省茂名市五大联盟学校高三下学期4月月考（三）数学试题

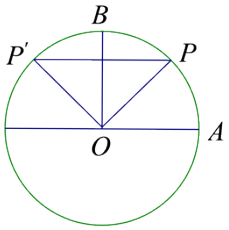
请考生注意：

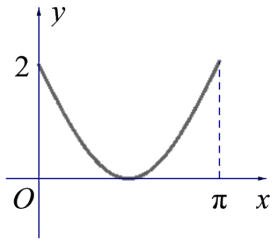
1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

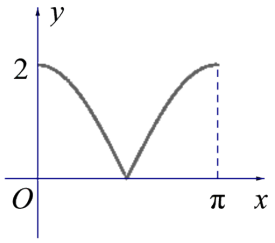
2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

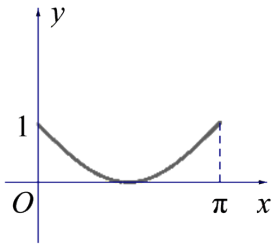
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

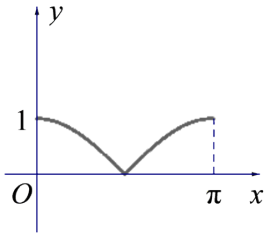
1．如图，圆O的半径为1，A，B是圆上的定点，$OB\perp OA$，P是圆上的动点，　　点P关于直线OB的对称点为P'，角x的始边为射线OA，终边为射线OP，将$\left|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP'}\right|$表示为$x$的函数$f\left(x\right)$，则$y=f\left(x\right)$在$\left[0,\pi\right]$上的图像大致为（　　）



A.


B.


C.


D.


2．已知A，B是函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+x+a,x\le 0\\ x\ln x-a,x>0\end{cases}$图像上不同的两点，若曲线$y=f\left(x\right)$在点$A$，$B$处的切线重合，则实数$a$的最小值是（　　）

A．-1　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．1

3．中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”.“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，数学.某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有（　　）种.

A．408　　B．120　　C．156　　D．240

4．已知正项数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足：$\begin{cases}a_{n+1}=a_n+10b_n\\ b_{n+1}=a_n+b_n\end{cases}$，设$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$，当$c_3+c_4$最小时，$c_5$的值为(　　)

A．2　　**B．**$\dfrac{14}{5}$　　**C．**3　　**D．**4

5．将函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位，得到$g(x)$的图象，则$g(x)$满足（　　）

A．图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$**对称，在区间**$\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$**上为增函数**

B．函数最大值为 2，图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$**对称**

C．图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$**对称，在**$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right]$**上的最小值为 1**

D．最小正周期为π，$g(x)=1$**在**$\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$**有两个根**

6．记$f(x)=x-[x]$其中$[x]$表示不大于 ***x*** 的最大整数$g(x)=\begin{cases}kx,x\geq 0\\ -\dfrac{1}{x},x<0\end{cases}$，若方程在$f(x)=g(x)$在$[-5,5]$有 **7** 个不同的实数根，则实数 ***k*** 的取值范围(　　)

A．$\left[\dfrac{1}{6},\dfrac{1}{5}\right]$　　**B．**$\left(\dfrac{1}{6},\dfrac{1}{5}\right]$　　**C．**$\left(\dfrac{1}{5},\dfrac{1}{4}\right)$　　**D．**$\left[\dfrac{1}{5},\dfrac{1}{4}\right)$

7．已知函数$f(x)=e^{x-1}+x-2$的零点为 ***m***，若存在实数 ***n*** 使$x^2-ax-a+3=0$且$|m-n|\leq 1$，则实数 ***a*** 的取值范围是（　　）

A．$[2,4]$　　**B．**$\left[2,\dfrac{7}{3}\right]$　　**C．**$\left[\dfrac{7}{3},3\right]$　　**D．**$[2,3]$

8．若$a_0+a_1(2x-1)+a_2(2x-1)^2+a_3(2x-1)^3+a_4(2x-1)^4+a_5(2x-1)^5=x^5$，则$a_2$的值为（　　）

A．$\dfrac{5}{4}$　　**B．**$\dfrac{5}{8}$　　**C．**$\dfrac{5}{16}$　　**D．**$\dfrac{5}{32}$

9．已知向量$\vec{a}=(0,2)$，$\vec{b}=\left(2\sqrt{3},x\right)$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，则 ***x***=（　　）

A．-2　　B．2　　C．1　　D．-1

10．已知函数$y=2\sin\left(2x+\dfrac{3\pi}{4}\right)\left(0<x<\dfrac{3\pi}{4}\right)$的图像与一条平行于$x$轴的直线有两个交点，其横坐标分别为$x_1,x_2$

，则 $x_1+x_2=$（　　）

A．$\frac{3\pi}{4}$　　**B**．$\frac{2\pi}{3}$　　**C**．$\frac{\pi}{3}$　　**D**．$\frac{\pi}{6}$

11．若复数 z 满足 $z(1-2i)=10$,则复数 z 在复平面内对应的点在(　　)

A．第一象限　　**B**．第二象限　　**C**．第三象限　　**D**．第四象限

12．直线 $y=kx+1$ 与抛物线 C：$x^2=4y$ 交于 A，B 两点，直线 $l//AB$，且 l 与 C 相切，切点为 P，记 $\triangle PAB$ 的面积为 S，则 $S-|AB|$ 的最小值为(　　)

A．$-\frac{9}{4}$　　**B**．$-\frac{27}{4}$　　**C**．$-\frac{32}{27}$　　**D**．$-\frac{64}{27}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在平面直角坐标系 xoy 中，点 $P(x_0,y_0)$ 在单位圆 O 上，设 $\angle xOP=\alpha$，且 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$．若 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=-\frac{12}{13}$，则 x_0 的值为_____.

14．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 $F(-\sqrt{3},0)$，A、B 为双曲线上关于原点对称的两点，AF 的中点为 H，BF 的中点为 K，HK 的中点为 G，若 $|HK|=2|OG|$，且直线 AB 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，则 $|AB|=$_____，双曲线的离心率为_____.

15．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(x,1),\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b},\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$，且 $\vec{u}//\vec{v}$，则实数 x 的值是_____.

16．若 $x^5=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+\ldots+a_5(x-2)^5$，则 $a_1=$_____，$a_1+a_2+\ldots+a_5=$____

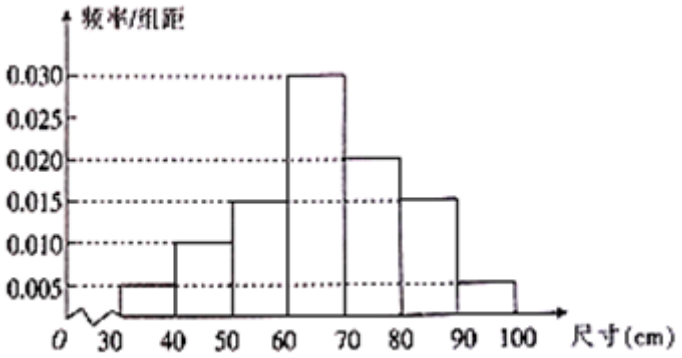
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}-a$，$g(x)=\frac{a-1}{x}+\frac{a+|a|}{2}\cdot\frac{x}{e^{x-1}}$，$(a\in R)$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 在定义域内有且仅有一个零点，且此时 $f(x)\geq g(x)+m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）为了检测某种零件的一条生产线的生产过程，从生产线上随机抽取一批零件，根据其尺寸的数据得到如图所示的频率分布直方图，若尺寸落在区间 $(\bar{x}-2s,\bar{x}+2s)$ 之外，则认为该零件属“不合格”的零件，其中 $\bar{x}$，s 分别为样本平均数和样本标准差，计算可得 $s\approx 15$（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）.



（1）求样本平均数的大小；

（2）若一个零件的尺寸是 100 *cm*，试判断该零件是否属于“不合格”的零件.

19.（12 分）**已知 ΔABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $\left(\sin A-\sin B\right)^2=\sin^2 C-\sin A\sin B$.**

（Ⅰ）求 C；

（Ⅱ）若 $c=1,\Delta ABC$ 的周长是否有最大值？如果有，求出这个最大值，如果没有，请说明理由.

20.（12 分）**某地在每周六的晚上 8 点到 10 点半举行灯光展，灯光展涉及到 10000 盏灯，每盏灯在某一时刻亮灯的概率均为 $p\left(0<p<1\right)$，并且是否亮灯彼此相互独立.现统计了其中 100 盏灯在一场灯光展中亮灯的时长（单位：min），得到下面的频数表：**

亮灯时长/ *min*	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$\left[90,100\right]$
频数	**10**	**20**	**40**	**20**	**10**

以样本中 100 盏灯的平均亮灯时长作为一盏灯的亮灯时长.

（1）试估计 p 的值；

（2）设 X 表示这 10000 盏灯在某一时刻亮灯的数目.

①求 X 的数学期望 $E\left(X\right)$ 和方差 $D\left(X\right)$；

②若随机变量 Z 满足 $Z=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，则认为 $Z:\ N\left(0,1\right)$.假设当 $4900<X\le 5000$ 时，灯光展处于最佳灯光亮度.试由此估计，在一场灯光展中，处于最佳灯光亮度的时长（结果保留为整数）.

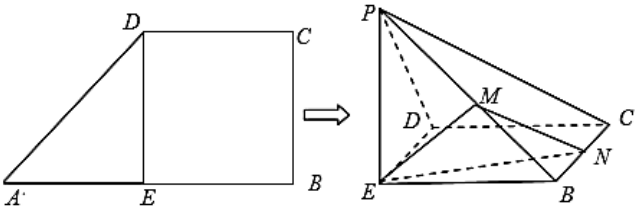
附：

①某盏灯在某一时刻亮灯的概率 p 等于亮灯时长与灯光展总时长的商；

②若 $Z:\ N\left(0,1\right)$，则 $P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，

$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

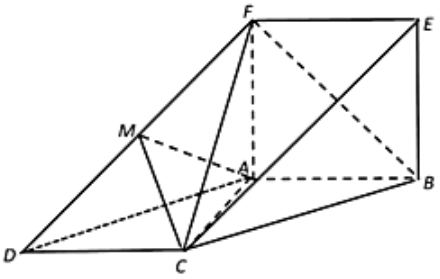
21.（12 分）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle ABC=90°$，$AB=2DC=2BC$，E 为 AB 的中点，沿 DE 将 ΔADE 折起，使得点 A 到点 P 位置，且 $PE\perp EB$，M 为 PB 的中点，N 是 BC 上的动点（与点 B，C 不重合）.



（Ⅰ）证明：平面 $EMN\perp$ 平面 PBC 垂直；

（Ⅱ）是否存在点 N，使得二面角 $B-EN-M$ 的余弦值 $\frac{\sqrt{6}}{6}$？若存在，确定 N 点位置；若不存在，说明理由.

22.（10 分）如图，在三棱柱 $ADF-BCE$ 中，平面 $ABCD\perp$ 平面 $ABEF$，侧面 $ABCD$ 为平行四边形，侧面 $ABEF$ 为正方形，$AC\perp AB$，$AC=2AB=4$，M 为 FD 的中点.



（1）求证：$FB//$ 平面 ACM；

（2）求二面角 $M-AC-F$ 的大小.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．B

【解析】

根据图象分析变化过程中在关键位置及部分区域，即可排除错误选项，得到函数图象，即可求解.

【详解】

由题意，当$x=0$时，P 与 A 重合，则P'与 B 重合，

所以$\left|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP'}\right|=|\overrightarrow{BA}|=2$,故排除 C,D 选项；

当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，$\left|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP'}\right|=|P'P|=2\sin(\frac{\pi}{2}-x)=2\cos x$，由图象可知选 B.

故选：B

本题主要考查三角函数的图像与性质，正确表示函数的表达式是解题的关键,属于中档题.

2．B

【解析】

先根据导数的几何意义写出$f\left(x\right)$在A,B两点处的切线方程，再利用两直线斜率相等且纵截距相等，列出关系树，从而得出$a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)$，令函数$g\left(x\right)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)\left(x\le 0\right)$，结合导数求出最小值，即可选出正确答案.

【详解】

解：当$x\le 0$时，$f\left(x\right)=x^2+x+a$，则$f'\left(x\right)=2x+1$;当$x>0$时，$f\left(x\right)=x\ln x-a$

则$f'\left(x\right)=\ln x+1$.设$A\left(x_1,f\left(x_1\right)\right),B\left(x_2,f\left(x_2\right)\right)$为函数图像上的两点，

当$x_1<x_2<0$或$0<x_1<x_2$时，$f'\left(x_1\right)\ne f'\left(x_2\right)$，不符合题意，故$x_1<0<x_2$.

则$f\left(x\right)$在A处的切线方程为$y-\left(x_1^2+x_1+a\right)=\left(2x_1+1\right)\left(x-x_1\right)$；

$f\left(x\right)$在B处的切线方程为$y-x_2\ln x_2+a=\left(\ln x_2+1\right)\left(x-x_2\right)$.由两切线重合可知

$\begin{cases}\ln x_2+1=2x_1+1\\-x_2-a=a-x_1^2\end{cases}$，整理得$a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)\left(x_1\le 0\right)$.不妨设$g\left(x\right)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)\left(x\le 0\right)$

则$g'\left(x\right)=x-e^{2x},g''\left(x\right)=1-2e^{2x}$，由$g''\left(x\right)=0$可得$x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$

则当$x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$时，$g'\left(x\right)$的最大值为$g'\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{2}<0$.

则 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，则 $a\geq g(0)=-\frac{1}{2}$.

故选:B.

本题考查了导数的几何意义，考查了推理论证能力，考查了函数与方程、分类与整合、转化与化归等思想方法.本题的难点是求出 a 和 x 的函数关系式.本题的易错点是计算.

3．A

【解析】

利用间接法求解，首先对 6 门课程全排列，减去“乐”排在第一节的情况，再减去“射”和“御”两门课程相邻的情况，最后还需加上“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻的情况；

【详解】

解：根据题意，首先不做任何考虑直接全排列则有 $A_6^6=720$（种），

当“乐”排在第一节有 $A_5^5=120$（种），

当“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2A_5^5=240$（种），

当“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2A_4^4=48$（种），

则满足“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻的排法有 $720-120-240+48=408$（种），

故选：A.

本题考查排列、组合的应用，注意“乐”的排列对“射”和“御”两门课程相邻的影响，属于中档题.

4．B

【解析】

由 $\begin{cases}a_{n+1}=a_n+10b_n\\ b_{n+1}=a_n+b_n\end{cases}$ 得 $\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}}=1+\frac{9}{\frac{a_n}{b_n}+1}$，即 $c_{n+1}=1+\frac{9}{c_n+1}$，所以得 $c_3+c_4=c_3+1+\frac{9}{c_3+1}$，利用基本不等式求出最小值，得到 $c_3=2$，再由递推公式求出 c_5.

【详解】

由 $\begin{cases}a_{n+1}=a_n+10b_n\\ b_{n+1}=a_n+b_n\end{cases}$ 得 $\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}}=\frac{a_n+10b_n}{a_n+b_n}=\frac{\frac{a_n}{b_n}+10}{\frac{a_n}{b_n}+1}=1+\frac{9}{\frac{a_n}{b_n}+1}$，

即 $c_{n+1}=1+\frac{9}{c_n+1}$，

$\therefore c_3+c_4=c_3+1+\dfrac{9}{c_3+1}\geq 6$，当且仅当$c_3=2$时取得最小值，

此时$c_4=1+\dfrac{9}{c_3+1}=4$，$c_5=1+\dfrac{9}{c_4+1}=\dfrac{14}{5}$.

故选：B

本题主要考查了数列中的最值问题，递推公式的应用，基本不等式求最值，考查了学生的运算求解能力.

5．C

【解析】

由辅助角公式化简三角函数式，结合三角函数图象平移变换即可求得$g\left(x\right)$的解析式，结合正弦函数的图象与性质即可判断各选项.

【详解】

函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$，

则$f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

将$f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位，

可得$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，

由正弦函数的性质可知，$g\left(x\right)$的对称中心满足$2x+\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，解得$x=-\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2},k\in Z$，所以A、B选项中的对称中心错误；

对于C，$g\left(x\right)$的对称轴满足$2x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，解得$x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$，所以图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称；当$x\in\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right]$时，$2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$，由正弦函数性质可知$2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[1,2\right]$，所以在$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right]$上的最小值为1，所以C正确；

对于D，最小正周期为$\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$，$2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，由正弦函数的图象与性质可知，

$2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$时仅有一个解为$x=0$，所以D错误；

综上可知，正确的为C，

故选：C.

本题考查了三角函数式的化简，三角函数图象平移变换，正弦函数图象与性质的综合应用，属于中档题.

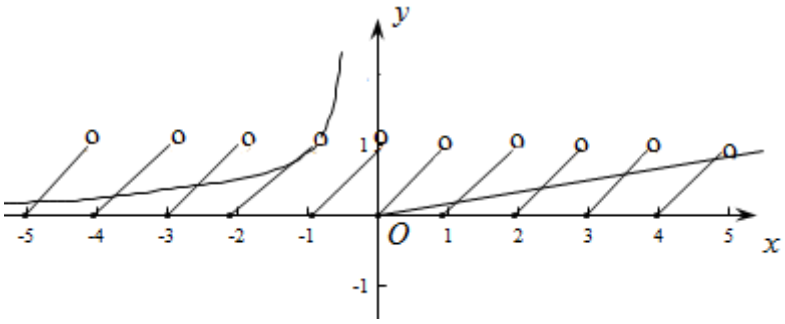
6．D

【解析】

做出函数 $f(x),g(x)$ 的图象，问题转化为函数 $f(x),g(x)$ 的图象在 $[-5,5]$ 有 7 个交点，而函数 $f(x),g(x)$ 在 $[-5,0]$ 上有 3 个交点，则在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的交点，数形结合即可求解.

【详解】

作出函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象如图所示，由图可知



方程 $f(x)=g(x)$ 在 $[-5,0]$ 上有 3 个不同的实数根，

则在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的实数根，

当直线 $y=kx$ 经过 $(4,1)$ 时， $k=\frac{1}{4}$；

当直线 $y=kx$ 经过 $(5,1)$ 时， $k=\frac{1}{5}$，

可知当 $\frac{1}{5}\le k<\frac{1}{4}$ 时，直线 $y=kx$ 与 $f(x)$ 的图象在 $[0,5]$ 上有 4 个交点，

即方程 $f(x)=g(x)$，在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的实数根.

故选:D.

本题考查方程根的个数求参数，利用函数零点和方程之间的关系转化为两个函数的交点是解题的关键，运用数形结合是解决函数零点问题的基本思想，属于中档题.

7．D

【解析】

易知 $f(x)$ 单调递增,由 $f(1)=0$ 可得唯一零点 $m=1$,通过已知可求得 $0\le n\le 2$,则问题转化为使方程 $x^2-ax-a+3=0$ 在区间 $[0,2]$ 上有解,化简可得 $a=x+1+\frac{4}{x+1}-2$,借助对号函数即可解得实数 a 的取值范围.

【详解】

易知函数 $f(x)=e^{x-1}+x-2$ 单调递增且有惟一的零点为 $m=1$，所以 $|1-n|\le 1$，$\therefore 0\le n\le 2$，问题转化为：使方程

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/948024016106006123