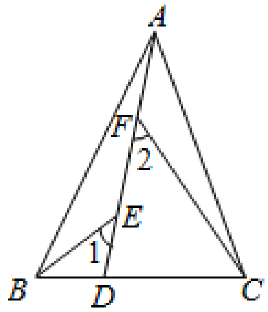
专题 12.16 三角形全等几何模型-共边模型（专项练习）

共边模型：所谓共边模型，就是欲证全等的两个三角形有相同的边或相同的边在同一直线上。

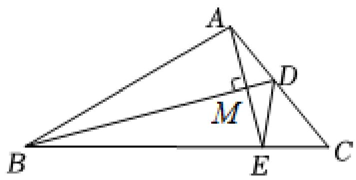
一、单选题

1．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AB>BC$，点D在边BC上，$CD=2BD$，点E、F在线段AD上，$\angle 1=\angle 2=\angle BAC$，若$\triangle ABC$的面积为21，则$\triangle FAC$与$\triangle BDE$的面积之和是（　　）



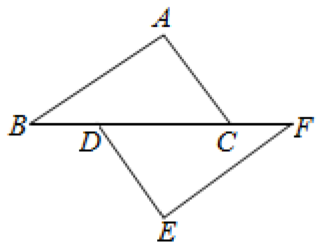
A．6　　B．7　　C．8　　D．9

2．如图，BD是$\triangle ABC$的角平分线，$AE\perp BD$，垂足为M．若$\angle ABC=30°$，$\angle C=38°$，则$\angle CDE$的度数为（　　）



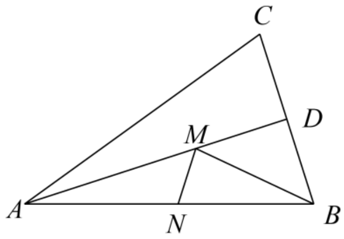
A．68°　　B．70°　　C．71°　　D．74°

3．如图，点B、D、C、F在同一条直线上，$AB\parallel EF$，$AB=EF$．补充下列一个条件后，仍无法判定$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等的是（　　）



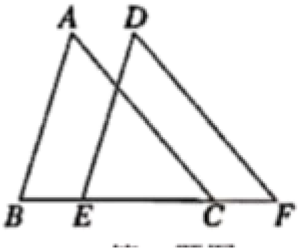
A．$\angle A=\angle E$　　B．$BD=CF$　　C．$AC\parallel DE$　　D．$AC=DE$

4．如图，在锐角$\triangle ABC$中，$\angle BAC=45°$，点B到AC的距离为2，$\angle BAC$的平分线交BC于点D，M、N分别是AD和AB上的动点，则$BM+MN$的最小值是（　　）



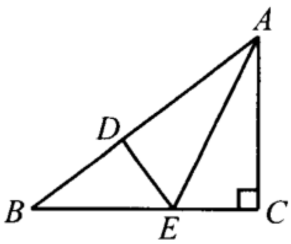
A．1　　　　B．1.5　　　　C．2　　　　D．3

5．如图，$AB \parallel DE$，$AB=DE$，下列条件中，不能判定△ABC≌△DEF的是（　　）



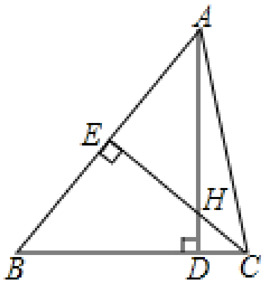
A．$DF \parallel AC$　　B．$\angle A=\angle D$　　C．$CF=BE$　　D．$AC=DF$

6．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle BAC$的平分线AE交BC于点E，$ED\perp AB$于点D，若$\triangle ABC$的周长为12，$AC=3$，则$\triangle BDE$的周长为（　　）



A．9　　　　B．8　　　　C．7　　　　D．6

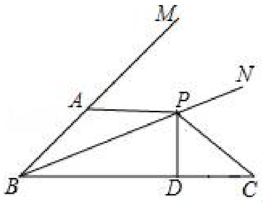
7．如图，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$，$CE\perp AB$，垂足分别为D，E，AD，CE交于点H，已知$EH=EB=3$，$S_{\triangle AEH}=6$，则CH的长是（　　）



A．1　　　　B．$\frac{3}{2}$　　　　C．2　　　　D．$\frac{5}{2}$

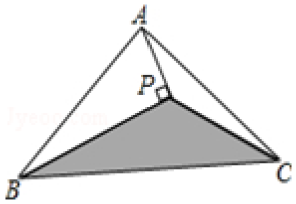
8．如图，BN为$\angle MBC$的平分线，P为BN上一点，且$PD\perp BC$于点D，$\angle APC+\angle ABC=180°$，给出下列结论：①$\angle MAP=\angle BCP$；②$PA=PC$；③$AB+BC=2BD$；④四边形$BAPC$

的面积是△PBD面积的2倍，其中结论正确的个数有（　　）



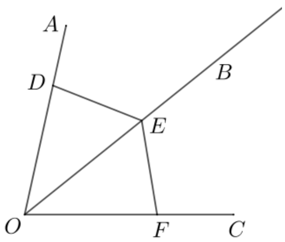
A．4个　　B．3个　　C．2个　　D．1个

9．如图，△ABC的面积为9cm²，BP平分∠ABC，AP⊥BP于P，连接PC，则△PBC的面积为（　　）



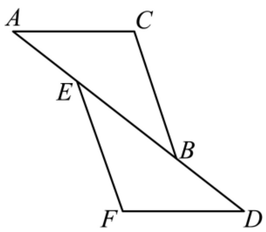
A．$3cm^2$　　B．$4cm^2$　　C．$4.5cm^2$　　D．$5cm^2$

10．如图，OB平分∠AOC，D、E、F分别是射线OA、射线OB、射线OC上的点，D、E、F与O点都不重合，连接ED、EF若添加下列条件中的某一个．就能使△DOE≌△FOE，你认为要添加的那个条件是（　　）



A．$OD=OE$　　B．$OE=OF$　　C．$\angle ODE=\angle OED$　　D．$\angle ODE=\angle OFE$

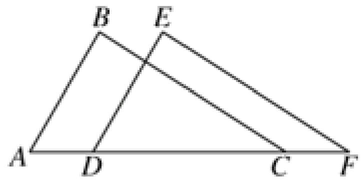
11．如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，点A，E，B，D在同一直线上，$AC \parallel DF$，$AC=DF$，只添加一个条件，能判定△ABC≌△DEF的是（　　）



A．$BC=DE$　　B．$AE=DB$　　C．$\angle A=\angle DEF$　　D．$\angle ABC=\angle D$

12．如图，已知点A，D，C，F在同一条直线上，AB＝DE，AD＝CF，要使

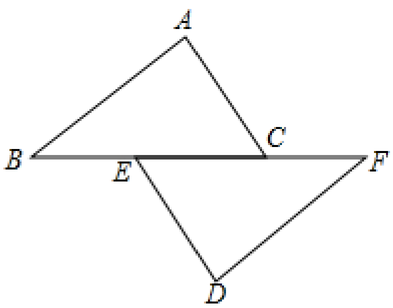
$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则下列条件可以添加的是（　　）



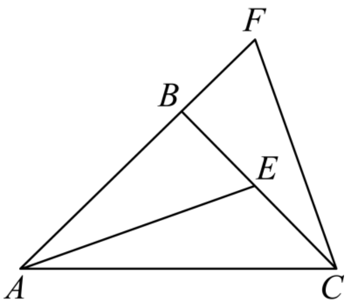
A．$\angle B=\angle E$　　B．$\angle A=\angle EDF$　　C．$AC=DF$　　D．$BC\parallel EF$

二、填空题

13．如图，点 B，E，C，F 在一条直线上，$AB\parallel DF$，$AB=DF$，若$\triangle ABC\cong\triangle DFE$，则需添加的条件是________．（填一个即可）



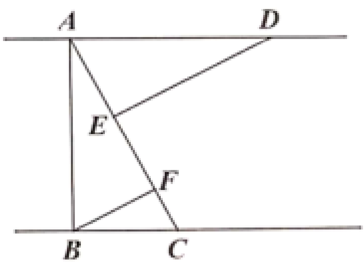
14．图，$\triangle ABC$ 中，$AB=BC$，$\angle ABC=90°$，点 E 在 BC 上，点 F 为 AB 延长线上一点，且 $AE=CF$，$\angle BAE=25°$，则 $\angle ACF=$______°．



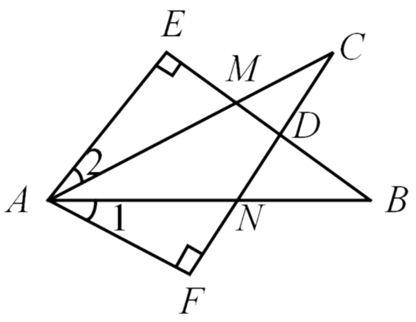
15．如图，$AD\,//\,BC$，$AB\perp BC$，$AB=AD$，连接 AC，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于 E，过点 B 作 $BF\perp AC$ 于 F．

（1）若 $\angle ABF=60^{\circ}$，则$\angle ADE$ 为___°

（2）写出线段 BF、EF、DE 三者间的数量关系___．

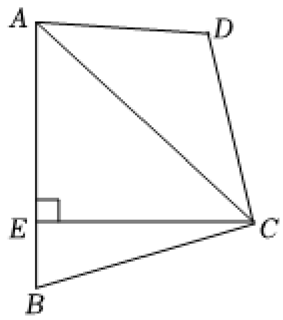


16．如图，BE 交 AC 于点 M，交 CF 于点 D，AB 交 CF 于点 N，$\angle E=\angle F=90°,\angle B=\angle C,AE=AF$，给出的下列五个结论中正确结论的序号为____________________________.

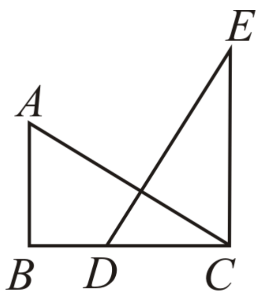


①$\angle 1=\angle 2$；②$BE=CF$；③$\triangle CAN\cong\triangle BAM$；④$CD=DN$；⑤$\triangle AFN\cong\triangle AEM$．

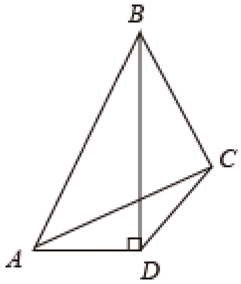
17．如图，四边形 $ABCD$ 中，AC 平分$\angle BAD$，$CE\perp AB$ 于点 E，且$\angle B+\angle D=180°$，若 $BE=3$，$CE=4$，$S_{\triangle ACE}=14$，则 $S_{\triangle ACD}=$________.



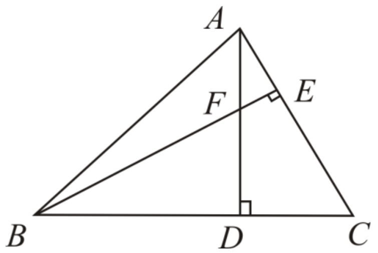
18．如图，点 B，D，C 在同一直线上，$AB\parallel EC$，$AB\perp BC$，$AC\perp DE$，$AC=DE$，若线段 AB 与线段 CE 的长度之比为 $5:8$，则线段 BD 与线段 DC 的长度之比为______.



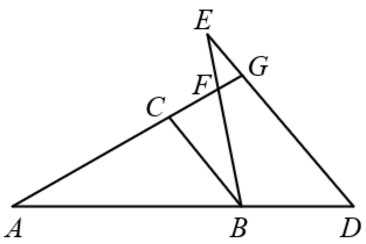
19．如图，$\triangle ABC$ 中，BD 平分$\angle ABC$，$AD\perp BD$，$\triangle BCD$ 的面积为 10，$\triangle ACD$ 的面积为 6，则$\triangle ABD$ 的面积是_________.



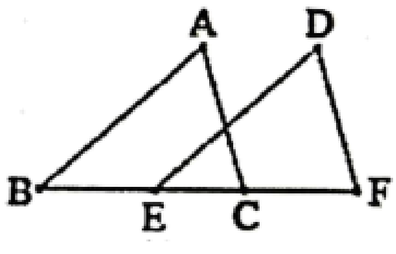
20．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=45°$，F是高AD和BE的交点，$AC=8\,\text{cm}$，则线段BF的长度为______．



21．如图，$\triangle ABC$与$\triangle BDE$的顶点A、B、D在同一直线上，$AB=DE$，$BC=BD$，$BC\,/\!/\,DE$，延长AC分别交BE、DE于点F、G．若$\angle A=30°$，$\angle D=50°$，则$\angle BFG=$______．

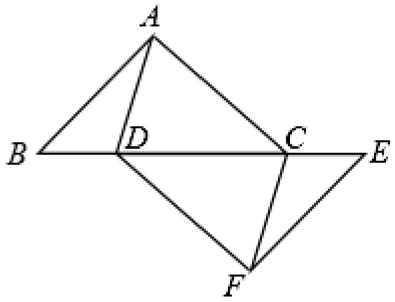


22．如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，点B、E、C、F在同一条直线上，且$AB=DE$，$BC=EF$，请你再添加一个适当的条件：________________，使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$．



三、解答题

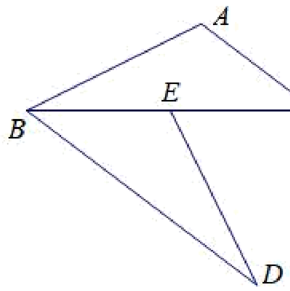
23．如图，点D和点C在线段BE上，$BD=CE$，$AB=EF$，$AB\,/\!/\,EF$．求证：$AC\,/\!/\,DF$．



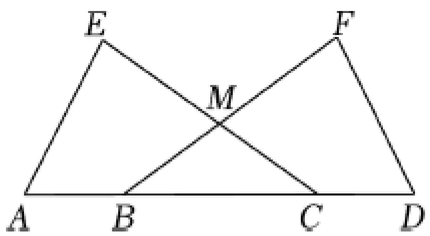
24．如图，$BD=BC$，点 E 在 BC 上，且 $BE=AC$， $DE=AB$．

(1)求证：$\triangle ABC\cong\triangle EDB$；

(2)判断 AC 和 BD 的位置关系，并说明理由．



25．如图，A，B，C，D 依次在同一条直线上，$AB=CD$，$AE=DF$，$\angle A=\angle D$，BF 与 EC 相交于点 M．求证：$\angle E=\angle F$．

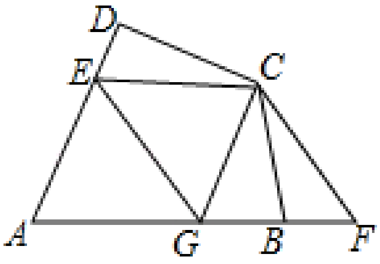


26．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD=AB$，$DC=BC$，$\angle DAB=60°$，$\angle DCB=120°$，E 是

AD 上一点，F 是 AB 延长线上一点，且 $DE=BF$.

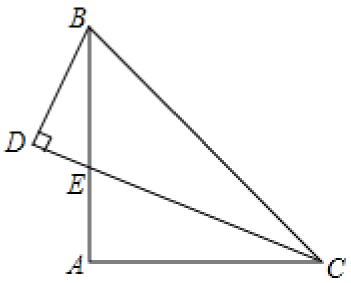
(1)求证：$CE=CF$;

(2)若 G 在 AB 上且$\angle ECG=60°$，试猜想 DE，EG，BG 之间的数量关系，并证明.

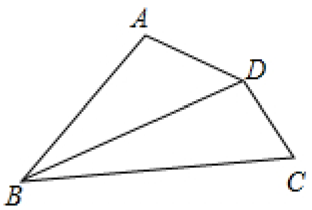


27．已知，如图ΔABC中，$AB=AC$，$\angle A=90°$，$\angle ACB$的平分线CD交AB于点E，$\angle BDC=90°$，

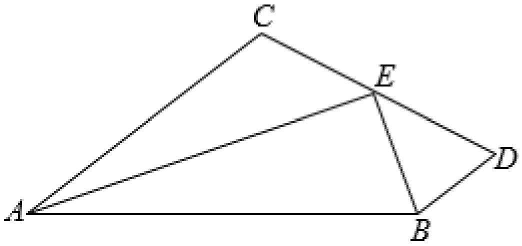
求证：$CE=2BD$.



28．如图，在四边形 ABCD 中，已知 BD 平分∠ABC，∠BAD＋∠C＝180°，求证: AD＝CD.



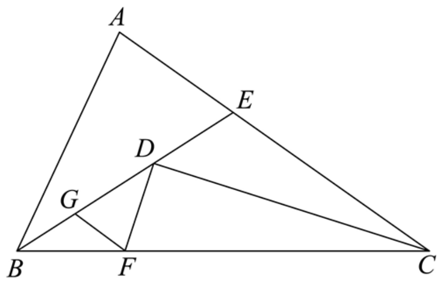
29．已知：如图，$AC\parallel BD$，AE、BE 分别平分$\angle CAB$ 和$\angle ABD$，点 E 在 CD 上．用等式表示线段 AB、AC、BD 三者之间的数量关系，并证明.

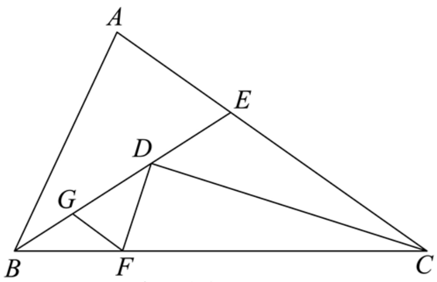


30．如图，在△ABC中，∠ABC、∠ACB的平分线交于点D，延长BD交AC于E，G、F分别在BD、BC上，连接DF、GF，其中∠A＝2∠BDF，GD＝DE．

(1)当∠A＝80°时，求∠EDC的度数；

(2)求证：CF＝FG＋CE．





备用图

参考答案

1．B

【分析】

结合题意，根据全等三角形的性质，通过证明$\triangle ABE \cong \triangle FAC$，得$\triangle ACF$与$\triangle BDE$的面积之和$=S_{\triangle ABD}$，通过计算即可完成求解.

解：$\because \angle 1=\angle ABE+\angle BAE$，$\angle 1=\angle BAC$，

$\therefore \angle BAC=\angle ABE+\angle BAE$

$\because \angle BAC=\angle BAE+\angle FAC$

$\therefore \angle ABE=\angle FAC$

$\because \angle 1=\angle 2$

$\therefore \angle AEB=\angle CFA$

在$\triangle ABE$和$\triangle FAC$中

$$\begin{cases} \angle AEB=\angle CFA \\ \angle ABE=\angle FAC \\ AB=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FAC$

$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle FAC}$

$\therefore \triangle ACF$与$\triangle BDE$的面积之和$=S_{\triangle FAC}+S_{\triangle BDE}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle BDE}=S_{\triangle ABD}$

$\because CD=2BD$，若$\triangle ABC$的面积为21

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}=7$

故选：B.

【点拨】本题考查了全等三角形的知识；解题的关键是熟练掌握全等三角形的性质，从而完成求解.

2．D

【分析】

利用三角形内角和定理求出$\angle BAC=112°$，利用全等三角形的性质证明$\angle BED=\angle BAD$即可解决问题.

解：$\because \angle ABC=30°$，$\angle C=38°$，

$\therefore \angle BAC=112°$，

在$\triangle BMA$和$\triangle BME$中，

$$\begin{cases}\angle ABM=\angle EBM\\ BM=BM\\ \angle BMA=\angle BME=90^\circ\end{cases}.$$

$\therefore \triangle BMA\cong\triangle BME$（$ASA$），

$\therefore BA=BE$，

在$\triangle BDA$和$\triangle BDE$中，

$$\begin{cases}BA=BE\\ \angle ABD=\angle EBD\\ BD=BD\end{cases},$$

$\therefore \triangle BDA\cong\triangle BDE$（$SAS$），

$\therefore \angle BED=\angle BAD=112^\circ$，

$\therefore \angle CED=68^\circ$，

$\therefore \angle CDE=180^\circ-\angle C-\angle CED=74^\circ$，

故选：D．

【点拨】本题考查三角形内角和定理，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

3．D

【分析】

根据全等三角形的判定方法判断即可．

解：$\because AB\parallel EF$，

$\therefore \angle B=\angle F$，

A、添加$\angle A=\angle E$，利用ASA能判定$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等，不符合题意；

B、添加$BD=CF$，得出$BC=FD$，利用SAS能判定$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等，不符合题意；

C、添加$AC\parallel DE$，得出$\angle ACB=\angle EDF$，利用AAS能判定$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等，不符合题意；

D、添加$AC=DE$，不能判定$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等，符合题意；

故选：D．

【点拨】此题考查全等三角形的判定，关键是根据全等三角形的判定方法解答．

4．C

【分析】

在 AC 上截取 $AE=AN$，连接 BE，由 AD 平分$\angle CAB$，可得$\angle EAM=\angle NAM$，然后根据 SAS 可证$\triangle AEM\cong\triangle ANM$，可得 $MN=ME$,然后根据 $BM+MN=BM+ME\geq BE$，可得当 $BE\perp AC$，即 BE 是点 B 到 AC 的距离时，$BM+MN$ 的值最小，从而求得答案.

解：如图，在 AC 上截取 $AE=AN$，连接 BE，

$\because AD$ 平分$\angle CAB$，

$\therefore \angle EAM=\angle NAM$，

在$\triangle AEM$ 和$\triangle ANM$ 中，

$$\because \begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM \\ AM = AM \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEM\cong\triangle ANM$(SAS)，

$\therefore MN=ME$，

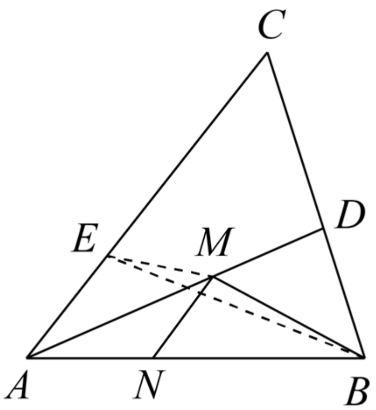
$\therefore BM+MN=BM+ME\geq BE$，

当 $BE\perp AC$，即 BE 是点 B 到 AC 的距离时,$BM+MN$ 的值最小，

$\because$点 B 到 AC 的距离为 2，

$\therefore BM+MN$ 的最小值是 2.

故选：C.



【点拨】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、三角形的三边关系、点到直线的距离，通过构造全等三角形把 MN 转化成 ME 是解题的关键.

5．D

【分析】

直接利用三角形全等判定条件逐一进行判断即可.

解：A. 由 $DF\parallel AC$ 可得 $\angle ACB=\angle DFE$，由 $AB\parallel DE$，可得 $\angle ABC=\angle DEF$，又因 $AB=DE$，利用 AAS 可得 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，故本选项不符合题意；

B. 由 $AB\parallel DE$，可得 $\angle ABC=\angle DEF$，又因 $\angle A=\angle D$，$AB=DE$，利用 ASA 可得 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，故本选项不符合题意；

C. 由 $CF=BE$ 可证得 $BC=EF$，由 $AB\parallel DE$，可得 $\angle ABC=\angle DEF$，又因 $AB=DE$，利用 SAS 可得 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，故本选项不符合题意；

D. $AC=DF$，$AB\parallel DE$，$AB=DE$，是 SSA，不能判断三角形全等，故本选项符合题意，

故选 D．

【点拨】本题主要考查全等三角形的判定条件，熟记全等三角形的判定条件是解题关键．

6．D

【分析】

通过证明 $\triangle ADE\cong\triangle ACE$ 得到 $DE=CE$ 、 $AD=AC$ ， $\triangle BDE$ 的周长 $=BD+DE+BE=BD+BC$ ，即可求解．

解：$\because AE$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore\angle DAE=\angle CAE$，

又$\because ED\perp AB$

$\therefore\angle EDA=\angle C=90^\circ$

又$\because AE=AE$

$\therefore\triangle ADE\cong\triangle ACE$（AAS）

$\therefore DE=CE$ 、 $AD=AC=3$，

$\triangle BDE$ 的周长为

$=BD+DE+BE=BD+BC=AB+AC+BC-(AD+AC)=12-3-3=6$，

故选：D，

【点拨】此题考查了全等三角形的判定与性质，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法与性质，以及线段之间的等量关系．

7．A

【分析】

利用“八字形”图形推出∠EAH=∠ECB，根据$S_{\triangle AEH}=6$，EH=3，求出AE=4，证明△AEH≌△CEB，得到AE=CE=4，即可求出CH.

解：$\because AD\perp BC$， $CE\perp AB$，

∴∠CEB= $\angle AEH=\angle ADC=90°$，

∵∠AHE=∠CHD，

∴∠EAH=∠ECB

$\because S_{\triangle AEH}=6$，$EH$=3，

∴AE=4，

∵∠AEH=∠CEB，∠EAH=∠ECB，EH=BE，

∴△AEH≌△CEB，

∴AE=CE=4，

∴CH=CE-EH=4-3=1，

故选 A.

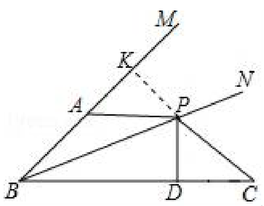
【点拨】此题考查了全等三角形的判定及性质，“八字形”图形的应用，熟记全等三角形的判定定理是解题的关键.

8．A

【分析】

过点P作PK⊥AB，垂足为点K．证明Rt△BPK≌Rt△BPD，△PAK≌△PCD，利用全等三角形的性质即可解决问题.

解：过点P作PK⊥AB，垂足为点K.



∵PK⊥AB，PD⊥BC，∠ABP=∠CBP，

∴PK=PD，

在Rt△BPK和Rt△BPD中，

$\begin{cases}BP=BP\\PK=PD\end{cases}$，

∴Rt△BPK≌Rt△BPD（HL），

$\therefore BK=BD$，

$\because \angle APC+\angle ABC=180°$，且$\angle ABC+\angle KPD=180°$，

$\therefore \angle KPD=\angle APC$，

$\therefore \angle APK=\angle CPD$，故①正确，

在$\triangle PAK$和$\triangle PCD$中，

$$\begin{cases}\angle AKP=\angle PDC \\ PK=PD \\ \angle APK=\angle CPD\end{cases},$$

$\therefore \triangle PAK\cong\triangle PCD$（$ASA$），

$\therefore AK=CD$，$PA=PC$，故②正确，

$\therefore BK-AB=BC-BD$，

$\therefore BD-AB=BC-BD$，

$\therefore AB+BC=2BD$，故③正确，

$\because$Rt$\triangle BPK\cong$Rt$\triangle BPD$，$\triangle PAK\cong\triangle PCD$（$ASA$），

$\therefore S_{\triangle}BPK=S_{\triangle}BPD$，$S_{\triangle}APK=S_{\triangle}PDC$，

$\therefore S$四边形$ABCP=S$四边形$KBDP=2S_{\triangle}PBD$．故④正确．

故选 A．

【点拨】本题考查全等三角形的判定和性质，角平分线的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

9．C

【分析】

证△ABP≌△EBP，推出 AP＝PE，得出 S△ABP＝S△EBP，S△ACP＝S△ECP，推出$S\Delta PBC=\frac{1}{2}S\Delta ABC$，代入求出即可．

解：∵BP 平分∠ABC，

∴∠ABP＝∠EBP，

∵AP⊥BP，

∴∠APB＝∠EPB＝90°，

在△ABP 和△EBP 中，

∠ABP＝∠EBP

BP＝BP

∠APB＝∠EPB，

∴△ABP≌△EBP（ASA），

∴AP＝PE，

∴S△ABP＝S△EBP，S△ACP＝S△ECP，

∴ $S\Delta PBC=\frac{1}{2}S\Delta ABC=\frac{1}{2}\times 9=4.5cm^2$ ，

故答案选：C．

【点拨】本题考查了全等三角形的性质和判定，三角形的面积的应用，注意：等底等高的三角形的面积相等．

10．D

【分析】

根据 *OB* 平分∠*AOC* 得∠*AOB*=∠*BOC*，又因为 *OE* 是公共边，根据全等三角形的判断即可得出结果．

解：∵*OB* 平分∠*AOC*

∴∠*AOB*=∠*BOC*

当△*DOE*≌△*FOE* 时，可得以下结论：

OD=*OF*，*DE*=*EF*，∠*ODE*=∠*OFE*，∠*OED*=∠*OEF*．

A 答案中 *OD* 与 *OE* 不是△*DOE*≌△*FOE* 的对应边，A 不正确；

B 答案中 *OE* 与 *OF* 不是△*DOE*≌△*FOE* 的对应边，B 不正确；

C 答案中，∠*ODE* 与∠*OED* 不是△*DOE*≌△*FOE* 的对应角，C 不正确；

D 答案中，若∠*ODE*=∠*OFE*，

在△*DOE* 和△*FOE* 中，

$$\begin{cases}\angle DOE=\angle FOE\\ OE=OE\\ \angle ODE=\angle OFE\end{cases}$$

∴△*DOE*≌△*FOE*（AAS）

∴D 答案正确．

故选：D．

【点拨】本题考查三角形全等的判断，理解全等图形中边和角的对应关系是解题的关键．

11．B

【分析】

根据三角形全等的判定做出选择即可.

解：A、$BC = DE$，不能判断$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，选项不符合题意；

B、$AE = DB$，利用 SAS 定理可以判断$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，选项符合题意；

C、$\angle A = \angle DEF$，不能判断$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，选项不符合题意；

D、$\angle ABC = \angle D$，不能判断$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，选项不符合题意；

故选：B.

【点拨】本题考查三角形全等的判定，根据 SSS、SAS、ASA、AAS 判断三角形全等，找出三角形全等的条件是解答本题的关键.

12．B

【分析】

已知 $AC=DF$、$AB=DE$，根据全等三角形的判定方法，需要添加第三组对应边相等或夹角相等，得出结果.

解：$\because AD=CF$，

$\therefore AD+CD=CF+DC$，

即 $AC=DF$，

又$\because AB=DE$，

$\therefore$已知两组对应边相等，想证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，

需要添加 $BC=EF$（SSS），或$\angle A=\angle EDF$（SAS）；

故选：B.

【点拨】本题考查全等三角形的判定方法，解决问题的关键是熟练应用全等三角形的判定方法.

13．$\angle A=\angle D$ 或$\angle ACB=\angle DEF$ 或 $AC\parallel DE$ 或 $BC=FE$ 或 $BE=FC$

【分析】

先根据已知条件推得$\angle B=\angle F$，加上 $AB=DF$，要证$\triangle ABC\cong\triangle DFE$，只需要根据全等三角形的判定方法添加适当的角和边即可.

解：$\because AB\parallel DF$，

$\therefore \angle B = \angle F$，

添加$\angle A=\angle D$，

在ΔABC 和ΔDFE 中