# 2010-2023历年陕西省师大附中高三第四次模拟考试理科数学试卷（带解析）

## 第1卷

## 一.参考题库(共20题)

1.已知函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2-(2a+1)x+2\ln x\ (a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若曲线$y=f(x)$在$x=1$和$x=3$处的切线互相平行，求$a$的值；

(Ⅱ)求$f(x)$的单调区间；

(Ⅲ)设$g(x)=x^2-2x$，若对任意$x_1\in(0,2]$，均存在$x_2\in(0,2]$，使得$f(x_1)<g(x_2)$，求$a$的取值范围.

2.如果复数$z=\frac{2}{-1+i}$，则（ ）

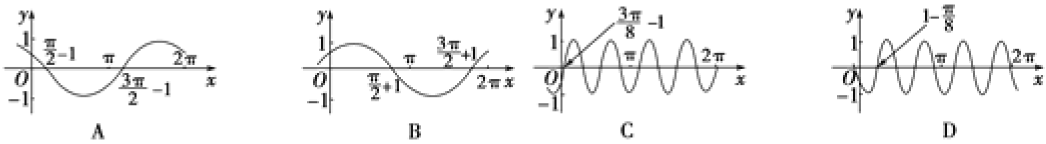
A. $|z|=2$

B. $z$的实部为1

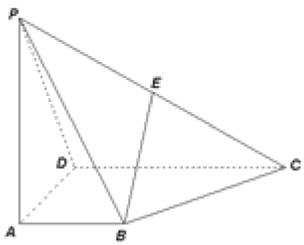
C. $z$的虚部为－1

D. $z$的共轭复数为1＋i

3.把函数$y = 2\cos^2 x$的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变)，然后向左平移 1 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，得到的图象是




4.如图，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$为一直角梯形，其中$BA \perp AD, CD \perp AD$，$CD = AD = 2AB, PA \perp$底面$ABCD$，$E$是$PC$的中点.

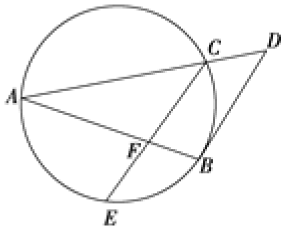



(Ⅰ)求证：$BE$//平面$PAD$；

(Ⅱ)若$BE \perp$平面$PCD$，求平面$EBD$与平面$BDC$夹角的余弦值.

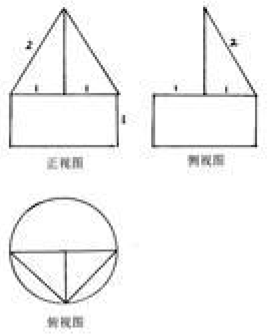
5.A. （不等式选做题）若不存在实数$x$使$|x-3|+|x-1| \le a$成立，则实数$a$的取值集合是_________.

B. (几何证明选做题) )如图，已知 $AB$ 和 $AC$ 是圆的两条弦，过点 $B$ 作圆的切线与 $AC$ 的延长线相交于点 $D$.过点 $C$ 作 $BD$ 的平行线与圆相交于点 $E$，与 $AB$ 相交于点 $F$，$AF$＝3，$FB$＝1，$EF$＝$\frac{3}{2}$，则线段 $CD$ 的长为________.



C. (坐标系与参数方程选做题) 已知直线 $l_1$: $\begin{cases} x = 1 + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ （t 为参数）与圆 $C_2$: $\begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ （$\theta$为参数）的位置关系不可能是________.

6.一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为_____.




7.某品牌汽车 4S 店对最近 100 位采用分期付款的购车者进行统计，统计结果如下表所示：

| 付款方式 | 分 1 期 | 分 2 期 | 分 3 期 | 分 4 期 | 分 5 期 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 频数 | 40 | 20 | $a$ | 10 | $b$ |

已知分 3 期付款的频率为 0.2，4s 店经销一辆该品牌的汽车，顾客分 1 期付款，其利润为 1 万元，分 2 期或 3 期付款其利润为 1.5 万元，分 4 期或 5 期付款，其利润为 2 万元，用 $Y$ 表示经销一辆汽车的利润。

(Ⅰ)求上表中 $a,b$ 的值;

(Ⅱ)若以频率作为概率，求事件 $A$ ：“购买该品牌汽车的 3 位顾客中，至多有一位采用 3 期付款”的概率 $P(A)$;

（Ⅲ）求 $Y$ 的分布列及数学期望 $EY$.

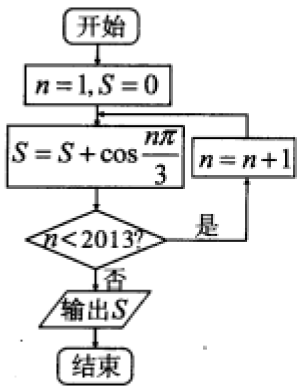
8.已知等差数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n, a_5=5, S_5=15$,则数列$\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$的前 100 项和为 _______.

9.采用系统抽样方法从 960 人中抽取 32 人做问卷调查，为此将他们随机编号为 1,2，……，960，分组后在第一组采用简单随机抽样的方法抽到的号码为 9.抽到的 32 人中，编号落入区间[1,450]的人做问卷 A，编号落入区间[451,750]的人做问卷 B，其余的人做问卷 C.则抽到的人中，做问卷 C 的人数为

A．7　B．　9　C．　10　D．　15

10.已知$\vec{a}=(\lambda,2\lambda)$，$\vec{b}=(3\lambda,2)$，如果$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角，则$\lambda$的取值范围是__________.

11.如果执行如图的程序框图，那么输出的值是（　）




A．$0$

B．$\frac{1}{2}$

C．$-\frac{1}{2}$

D．$-1$

12.已知函数$f(x)$满足：当 x≥4 时，$f(x)=(\frac{1}{2})^x$；当 x＜4 时$f(x)=f(x+1)$，则$f(2+\log_2 3)=$______.

13.已知$\Delta ABC$的三个内角$A$、$B$、$C$的对边分别为$a$、$b$、$c$，且

$b^2+c^2=a^2+bc$.

(Ⅰ) 求$2\sin B\cos C-\sin(B-C)$的值；

(Ⅱ)若$a=2$，求$\Delta ABC$周长的最大值.

14.已知$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式的各项系数和为 32，则展开式中$x^4$的系数为（　　）
A. 5
B. 40
C. 20
D. 10

15.已知全集 $U=\{-1, 1, 2, 3, 4\}$，集合 $A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{2, 4\}$，则$(\complement_U A)\cup B$为（ ）

A. {1，2，4}
B. {2，3，4}
C. {$-1$，2，4}
D. {$-1$，2，3，4}

16.定义在$\mathbf{R}$上的函数$y=f(x)$是减函数，且函数$y=f(x)$的图象关于原点成中心对称，若$s$，$t$满足不等式$f(s^2-2s)\leqslant -f(2t-t^2)$．则当$1\leqslant s\leqslant 4$时，$\frac{t}{s}$的取值范围是（ ）

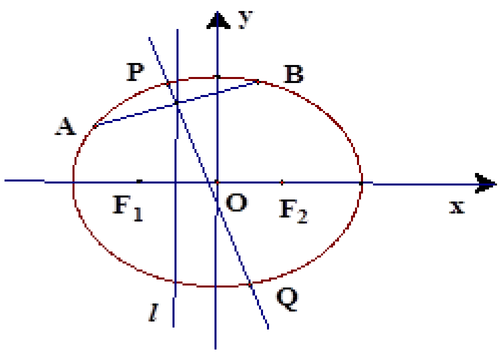
A. $\left[-\frac{1}{4},1\right)$

B. $\left[-\frac{1}{4},1\right]$

C. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right)$

D. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

17.如图，$F_1$，$F_2$是离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的椭圆$C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$($a>b>0$)的左、右焦点，直线$l$：$x=-\frac{1}{2}$将线段$F_1F_2$分成两段，其长度之比为1 : 3．设$A$，$B$是椭圆$C$上的两个动点，线段$AB$的中垂线与$C$交于$P$，$Q$两点，线段$AB$的中点$M$在直线$l$上.




(Ⅰ) 求椭圆$C$的方程；

(Ⅱ) 求$\overrightarrow{F_2P}\cdot\overrightarrow{F_2Q}$的取值范围.

18.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一个焦点与抛物线$y^2=4x$的焦点重合，且双曲线的离心率等于$\sqrt{5}$，则该双曲线的方程为( )

A. $5x^2-\frac{4}{5}y^2=1$

B. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

C. $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$

D. $5x^2-\frac{5}{4}y^2=1$

19.已知实数$a,b,c,d$成等比数列，且函数$y=\ln(x+2)-x$当$x=b$时取到极大值$c$，则$ad$等于（ ）

A. $1$

B. $0$

C. $-1$

D. $2$

20.已知函数$f(x)=x^2-2(n+1)x+n^2+5n-7$.

（Ⅰ）设函数$y=f(x)$的图像的顶点的纵坐标构成数列$\{a_n\}$，求证：$\{a_n\}$为等差数列；

（Ⅱ）设函数$y=f(x)$的图像的顶点到$x$轴的距离构成数列$\{b_n\}$，求$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

# 第1卷参考答案

## 一. 参考题库

1.参考答案：（1） $a=\frac{2}{3}$

（2）①当$a\le 0$时，$x>0$，$ax-1<0$，

在区间$(0,2)$上，$f'(x)>0$；在区间$(2,+\infty)$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,2)$，

单调递减区间是$(2,+\infty)$．6 分

②当$0<a<\frac{1}{2}$时，$\frac{1}{a}>2$，

在区间$(0,2)$和$(\frac{1}{a},+\infty)$上，$f'(x)>0$；在区间$(2,\frac{1}{a})$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,2)$和$(\frac{1}{a},+\infty)$，

单调递减区间是$(2,\frac{1}{a})$．　7 分

③当$a=\frac{1}{2}$时，$f'(x)=\frac{(x-2)^2}{2x}$，　故$f(x)$的单调递增区间是$(0,+\infty)$.

④当$a>\frac{1}{2}$时，$0<\frac{1}{a}<2$，

在区间$(0,\frac{1}{a})$和$(2,+\infty)$上，$f'(x)>0$；在区间$(\frac{1}{a},2)$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,\frac{1}{a})$和$(2,+\infty)$，单调递减区间是$(\frac{1}{a},2)$．

（3）$a>\ln 2-1$试题分析：解：$f'(x)=ax-(2a+1)+\frac{2}{x}\ (x>0)$．2 分

（Ⅰ）$f'(1)=f'(3)$，解得$a=\frac{2}{3}$．3 分

（Ⅱ）$f'(x)=\frac{(ax-1)(x-2)}{x}\ (x>0)$．5 分

①当$a\le 0$时，$x>0$，$ax-1<0$，

在区间$(0,2)$上，$f'(x)>0$；在区间$(2,+\infty)$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,2)$，

单调递减区间是$(2,+\infty)$．6 分

②当$0<a<\frac{1}{2}$时，$\frac{1}{a}>2$，

在区间$(0,2)$和$(\frac{1}{a},+\infty)$上，$f'(x)>0$；在区间$(2,\frac{1}{a})$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,2)$和$(\frac{1}{a},+\infty)$，

单调递减区间是$(2,\frac{1}{a})$．　7 分

③当$a=\frac{1}{2}$时，$f'(x)=\frac{(x-2)^2}{2x}$，　故$f(x)$的单调递增区间是$(0,+\infty)$．　8 分

④当$a>\frac{1}{2}$时，$0<\frac{1}{a}<2$，

在区间$(0,\frac{1}{a})$和$(2,+\infty)$上，$f'(x)>0$；在区间$(\frac{1}{a},2)$上$f'(x)<0$，

故$f(x)$的单调递增区间是$(0,\frac{1}{a})$和$(2,+\infty)$，单调递减区间是$(\frac{1}{a},2)$．　---------9 分

（Ⅲ）由已知，在$(0,2]$上有$f(x)_{\max}<g(x)_{\max}$.---------10 分

由已知，$g(x)_{\max}=0$，由（Ⅱ）可知，

①当$a\le\frac{1}{2}$时，$f(x)$在$(0,2]$上单调递增，

故$f(x)_{\max}=f(2)=2a-2(2a+1)+2\ln 2=-2a-2+2\ln 2$，

所以，$-2a-2+2\ln 2<0$，解得$a>\ln 2-1$，

故$\ln 2-1<a\le\frac{1}{2}$．　---------11 分

②当$a>\frac{1}{2}$时，$f(x)$在$(0,\frac{1}{a}]$上单调递增，在$[\frac{1}{a},2]$上单调递减，

故 $f(x)_{\max}=f(\frac{1}{a})=-2-\frac{1}{2a}-2\ln a$.

由 $a>\frac{1}{2}$ 可知 $\ln a>\ln\frac{1}{2}>\ln\frac{1}{\mathrm{e}}=-1$， $2\ln a>-2$， $-2\ln a<2$，

所以，$-2-2\ln a<0$， $f(x)_{\max}<0$，　---------13 分

综上所述，$a>\ln 2-1$.　　---------14 分

考点：导数的几何意义以及导数的运用

点评:解决的关键是根据导数的几何意义求解切线方程以及导数来判定函数单调性和极值和最值，属于基础题。

2.参考答案：C 试题分析：因为根据题意可知，

$\frac{2}{-1+i}=\frac{2}{-1+i}\times\frac{-1-i}{-1-i}=\frac{2(-1-i)}{2}=-1-i$，因此可知．$z$ 的虚部为－1，实部为-1，模长为 $\sqrt{2}$ $z$ 的共轭复数为-1＋i ，故选 C.

考点：复数的概念

点评：解决 的关键是利用复数的除法运算化简求解，得到结论，属于基础题。

3.参考答案：A 试题分析：首先根据函数图象变换的公式，可得最终得到的图象对应的解析式为：y=cos（x+1），然后将曲线 y=cos（x+1）的图象和余弦曲线 y=cosx 进行对照，可得正确答案解:将函数 $y=2\cos^2 x$ 变形为 y=cos2x+1 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），得到的图象对应的解析式为：y=cosx+1，再将 y=cosx+1 图象向左平移 1 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，得到的图象对应的解析式为：y=cos（x+1），∵曲线 y=cos（x+1）由余弦曲线 y=cosx 左移一个单位而得，∴曲线 y=cos（x+1）经过点（$\frac{\pi}{2}$ -1，0）和（